

**IV simpósio  
brasileiro de  
hidrologia e  
recursos hídricos**

**fortaleza 15 a 19 nov/81**

**anais 1**

**Potencialidade e Disponibilidade de Recursos Hídricos**

ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHETAS PARA AS  
REGIÕES SUL E SUDESTE DO BRASIL<sup>1</sup>

POR

M.C.Pinheiro<sup>2</sup>, J.M.Damazio<sup>3</sup>, J.Kelman<sup>3,4</sup>

RESUMO-- Realizou-se uma análise de frequência das máximas-anuais-de-vazões-diárias, para 316 postos fluviométricos das regiões Sul e Sudeste do Brasil, Utilizou-se várias distribuições de probabilidade usualmente empregadas em análise de frequência de cheias. Para medir a eficiência do ajuste das distribuições, adotou-se um método de amostras particionadas. Em média, a distribuição log-Pearson tipo III apresentou o melhor ajuste, sendo recomendado o seu uso nas regiões estudadas, para estimativa de vazões com tempo de recorrência da ordem do comprimento do registro.

INTRODUÇÃO

Existem diversas distribuições de probabilidades propostas na literatura para modelar máximas-de-vazões-diárias (ver por exemplo N.E.R.C., 1975).

Nos Estados Unidos, o Comitê de Hidrologia do Water Resources Council (1967) recomendou o uso da distribuição log-Pearson tipo III (admitindo a distribuição log-normal como um caso particular) como método básico de análise de frequência de cheias. O Comitê concordava que o desenvolvimento da hidrologia no campo da análise de frequência de cheias não tinha avançado o bastante ao ponto de tornar apropriada uma completa padronização dos métodos. Por essa razão, o Comitê sugeria que fosse adotado o método básico, não invalidando o emprego de outros métodos, desde que houvesse uma justificativa adequada.

Visando justificar a recomendação do Comitê de Hidrologia, Benson (1968) ajustou várias distribuições a 10 amostras de vazões de cheias, retiradas de postos fluviométricos que dispunham de um longo histórico. Usando um critério de adequação de ajuste baseado no desvio relativo entre vazões prevista e a vazão

---

<sup>1</sup>Trabalho realizado no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, CEPEL, sob patrocínio da ELETROBRÁS, como parte do projeto Volume de Amortecimento de Cheias.

<sup>2</sup>Aluno em Tese de Mestrado da COPPE-UFRJ e engenheiro nas Centrais Elétricas de Minas Gerais - CEMIG.

<sup>3</sup>Pesquisador do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL.

<sup>4</sup>Professor visitante do Programa de Engenharia Civil da COPPE-UFRJ.

observada, para determinados períodos de recorrência, sua conclusão foi a favor da distribuição log-Pearson tipo III, muito embora a distribuição log-normal e o método de Hanzen também apresentassem bons ajustamentos.

Como o método recomendado pelo Comitê de Hidrologia consistia em estimar os parâmetros da distribuição log-Pearson tipo III através dos três primeiros momentos dos logaritmos das amostras, Hardison (1974) regionalizou o coeficiente de assimetria dos logaritmos das vazões de cheias, utilizando vários postos fluviométricos dos Estados Unidos. Pouco depois, Beard (1974) publicou um estudo criterioso, onde várias distribuições foram ajustadas a 300 amostras, utilizando o método das amostras particionadas, do qual uma variação será descrita adiante. O autor concluiu que existe uma substancial incerteza nas estimativas de frequência de cheias para um posto isolado, mas que a distribuição log-Pearson tipo III com coeficiente de assimetria regional resultaria em estimativas não tendenciosas, quando o ajustamento para probabilidade esperada fosse empregada, e reduziria a incerteza muito mais que os outros métodos testados. Por outro lado, Wallis (1980) levanta consideráveis suspeitas quanto à adoção da log-Pearson tipo III e recomenda a busca de outras alternativas para os países que ainda não adotaram um procedimento padrão.

Nos estudos feitos na Inglaterra (N.E.R.C., 1975), utilizou-se seis diferentes índices para medir o grau de "afastamento" entre a amostra de dados e diversas distribuições de probabilidades. O relatório recomenda a utilização da distribuição de valores extremos generalizada (GEV), também conhecida como "Gumbel Generalizada", para amostras com mais de 25 anos e a distribuição Gumbel tipo I para amostras menores. Convém ressaltar, no entanto, que a log-Pearson tipo III obteve o melhor resultado em quatro dos seis índices.

#### OBJETIVO

Este trabalho objetiva desenvolver uma metodologia que indique uma particular distribuição de probabilidades para ser empregada na modelagem de vazões extremas. Não se trata de procurar a verdadeira distribuição e sim de selecionar aquela que, em média, melhor se ajuste às amostras de vazões de cheias. Como se verá adiante, nada pode ser afirmado quanto ao mérito relativo das várias distribuições estudadas no que diz respeito a extrapolação. Ou seja, o modelo selecionado será indicado para estimativas de cheias com período de retorno da ordem do comprimento da amostra disponível. Este é o caso quando se pretende dimensionar, por exemplo, ensecadeiras ou volume de amortecimento de cheias. Esta metodologia é aplicada com os dados provenientes de 316 postos fluviométricos das regiões Sul e Sudeste do Brasil, distribuídos em 7 grupos:

- Grupo 1 - Rio Paranaíba
- Grupo 2 - Rio Grande
- Grupo 3 - Rio São Francisco

- Grupo 4 - Rios Jequitinhonha, Mucuri e Doce  
 Grupo 5 - Rios Paraíba do Sul e Itapemirim  
 Grupo 6 - Rios Iguaçu e Paranapanema  
 Grupo 7 - Rios Uruguai, Jacuí, Ibicuí, Ribeira do Iguape, Tubarão e Itajaí

Para cada posto fluviométrico foi obtido uma amostra de máximas-anuais-de-vazões-diárias, cujos comprimentos variam de 8 a 49 anos em torno da média de 30 anos. (Ver figuras 1 a 7).

#### PROCEDIMENTO PARA ESCOLHA DA DISTRIBUIÇÃO

O procedimento fundamenta-se na divisão de cada amostra em duas partes. Utiliza-se uma metade para estimar os parâmetros de cada uma das distribuições, e a outra para quantificar a bondade dos ajustes.

Considere a variável aleatória  $X$ , máxima-anual-de-vazão-diária. Seja uma amostra aleatória,  $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , extraída da variável aleatória  $X$ . Sejam  $a_1$  e  $a_2$  respectivamente primeira e segunda metades de  $a$ .

Seja uma distribuição de probabilidades com função de densidade  $f_U(u; \underline{\theta})$ , onde  $\underline{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  é o vetor de parâmetros. A verossimilhança da amostra  $a$ , adotando-se o modelo  $f_U(u; \underline{\theta})$  é dada por  $L(\underline{a}; \underline{\theta}) = \pi f_U(x_j; \underline{\theta})$ .

Sugere-se o seguinte procedimento para atribuir uma "nota" ao modelo  $f_U(u; \underline{\theta})$ , quando aplicado à amostra  $a$ .

- Ajusta-se a distribuição  $f_U(u; \underline{\theta})$  para a primeira metade da amostra  $a_1$ , ou seja, estimam-se os valores dos parâmetros  $\underline{\theta}$  obtendo-se  $\underline{\theta}^{(1)} = (\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}, \dots, \theta_k^{(1)})$ .
- Calcula-se a verossimilhança,  $L_1(\underline{a}_2, \underline{\theta}^{(1)})$  utilizando-se a segunda metade da amostra,  $a_2$ , e os parâmetros estimados a partir da primeira metade  $\underline{\theta}^{(1)}$ .

$$L_1(\underline{a}_2; \underline{\theta}^{(1)}) = \pi f_U(x_i; \underline{\theta}^{(1)}), \quad x_i \in \underline{a}_2 \quad (1)$$

- Repete-se os itens (a) e (b) trocando-se  $a_1$  por  $a_2$  e vice-versa; obtendo-se  $L_2(\underline{a}_1, \underline{\theta}^{(2)})$ .

- A "nota" do modelo  $f_U(u; \underline{\theta})$  para a amostra  $a$  é definida pelo índice:

$$V = s_x [L_1(\underline{a}_2; \underline{\theta}^{(1)}) \cdot L_2(\underline{a}_1; \underline{\theta}^{(2)})]^{1/n} \quad (2)$$

onde;  $s_x = \left[ \frac{1}{n} \sum (x_j - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  é o desvio padrão da amostra inteira,  $\bar{x}$ .

Levou-se em consideração o fator  $s_x$  para eliminar o efeito de escala causado pelas diferentes ordens de grandeza dos pontos amostrais. Extraiu-se a raiz n-ésima do produto das funções de verossimilhança com o objetivo de dar o mesmo peso a todas as amostras independente de seus tamanhos. Pretende-se assim escolher uma distribuição conveniente para amostras grandes e pequenas.

Para um dado grupo contendo  $m$  amostras e para cada distribuição e método de estimação relacionado na Tabela 1, e detalhado em Pinheiro (1981), será escolhido o modelo de maior índice definido por:

$$\mu(V) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V_j \quad (3)$$

Os valores de  $\mu(V)$  para os diversos grupos estão apresentados na Tabela 2. Nota-se que a distribuição log-Pearson tipo III é a que apresenta o maior índice médio para todos os grupos. O método de máxima verossimilhança revela-se melhor do que o método dos momentos para estimar os parâmetros da LGP III em cinco grupos num total de sete.

#### CONCLUSÃO

Recomenda-se o ajuste da distribuição log-Pearson tipo III em registro de máximas vazões anuais das regiões Sul e Sudeste do Brasil com comprimentos em torno de 15 anos (metade do comprimento médio dos postos aqui analisados). Esta recomendação é válida para o cálculo de vazão com tempo de recorrência da ordem do número de anos do registro utilizado.

#### REFERÊNCIAS

- BEARD, L.R. (1974), "Flood Flow Frequency Techniques", Technical Report 119, Center of Research in Water Resources, The University of Texas at Austin.
- BENSON, M.A. (1968), "Uniform Flood Frequency Estimating Methods for Federal Agencies", Water Resources Research, Volume 4, Number 5.
- HARDJON, C.H. (1974), "Generalized Skew Coefficients of Annual Floods in the United States and Their Application", Water Resources Research, Volume 10, Number 4.
- Natural Environment Research Council (1975), Flood Studies Report, London.

- PINHEIRO, M.C. (1981), Tese de Mestrado a ser submetida a Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia, COPPE-UFRJ.
- WALLIS, J.R. (1980), "Risk and Uncertainties in the Evaluation of Flood Events for the Design of Hydrologic Structures", Seminar on Extreme Hydrological Events: Floods and Droughts, Erice, Italy.
- U.S. Water Resources Council (1967), A Uniform Technique for Determining Flood Flow Frequencies, Bulletin Number 15.

#### ABSTRACT

It is presented a frequency analysis of the annual-maxima-of-daily flows for 316 gauge stations located in Brazil's South and Southeast regions. It is used several probability distributions usually put forward for flood frequency analysis. In order to evaluate the goodness of fit powers of the distributions it is adopted a split sample procedure. The log-Pearson type III distribution has presented the best mean results and it's recommended as a tool to interpolate samples of annual-maxima-of-daily flows at the studied regions.

TABELA 1.

MODELOS ESTUDADOS (MAIORES DETALHES EM PINHEIRO, 1981)

D I S T R I B U I Ç Ã O		Nº DE PARÂMETROS	MÉTODO DE ESTIMAÇÃO
LOGN2 A	LOG-NORMAL	2	MOMENTOS
LOGN2 B	LOG-NORMAL	2	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
LOGN3 A	LOG-NORMAL	3	MOMENTOS
LOGN3 B	LOG-NORMAL	3	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
GUMBEL A	GUMBEL	2	MOMENTOS
GUMBEL B	GUMBEL	2	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
GUMBEL PWM	GUMBEL	2	PROBABILITY WEIGHTED MOMENTS
GEV A	GUMBEL GENERALIZADA	3	MOMENTOS
GEV B	GUMBEL GENERALIZADA	3	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
NORMAL	NORMAL	2	MOMENTOS
PIII A	PEARSON TIPO III	3	MOMENTOS
PIII B	PEARSON TIPO III	3	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
LGPIII A	LOG-PEARSON TIPO III	3	MOMENTOS DOS LOGARITMOS
LGPIII B	LOG-PEARSON TIPO III	3	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA
GAMA2 A	GAMA	2	MOMENTOS
GAMA2 B	GAMA	2	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

TABELA 2. Resultados para  $\mu(v)$ 

MODELO (VER TABELA 1)	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5	GRUPO 6	GRUPO 7
LOGN2 A	0,212	0,228	0,219	0,243	0,247	0,247	0,226
LOGN2 B	0,210	0,231	0,219	0,243	0,246	0,256	0,232
LOGN3 A	0,211	0,227	0,220	0,233	0,238	0,236	0,219
LOGN3 B	0,121	0,193	0,155	0,157	0,217	0,175	0,189
GUMBEL A	0,190	0,217	0,207	0,233	0,238	0,240	0,221
GUMBEL B	0,188	0,212	0,194	0,233	0,234	0,251	0,224
GUMBEL PWM	0,203	0,224	0,217	0,238	0,241	0,246	0,226
GEV A	0,174	0,211	0,200	0,214	0,219	0,200	0,189
GEV B	0,118	0,148	0,170	0,161	0,206	0,188	0,155
NORMAL	0,196	0,222	0,207	0,207	0,224	0,206	0,208
PIII A	0,188	0,219	0,179	0,211	0,221	0,193	0,183
PIII B	0,109	0,149	0,100	0,093	0,189	0,139	0,139
LGPIII A	0,273	0,235	0,244	0,246	0,253	0,269	0,255
LGPIII B	0,253	0,268	0,251	0,269	0,262	0,270	0,248
GAMA2 A	0,213	0,232	0,223	0,240	0,246	0,244	0,231
GAMA2 B	0,210	0,233	0,220	0,238	0,245	0,248	0,232



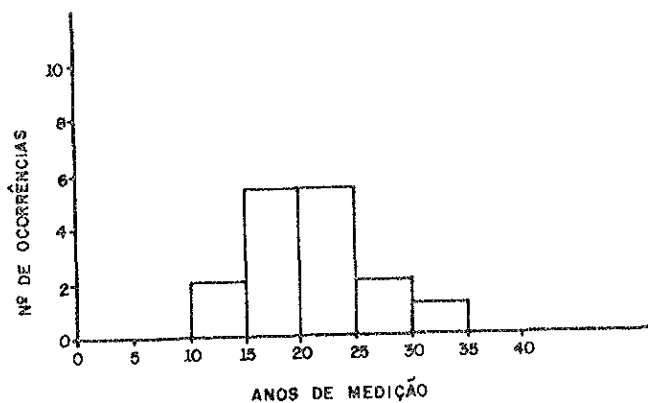


FIGURA 1 - BACIA 1 - RIO PARANAIBA - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS

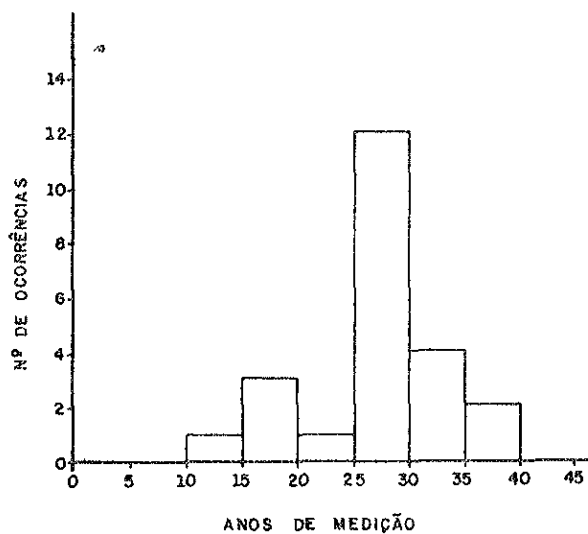


FIGURA 2 - BACIA 2 - RIO GRANDE - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS

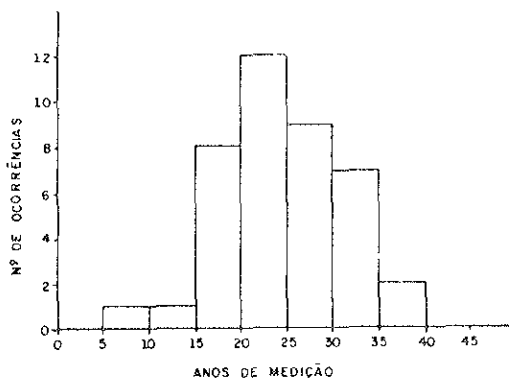


FIGURA 3 - BACIA 3 - RIO SÃO FRANCISCO - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS

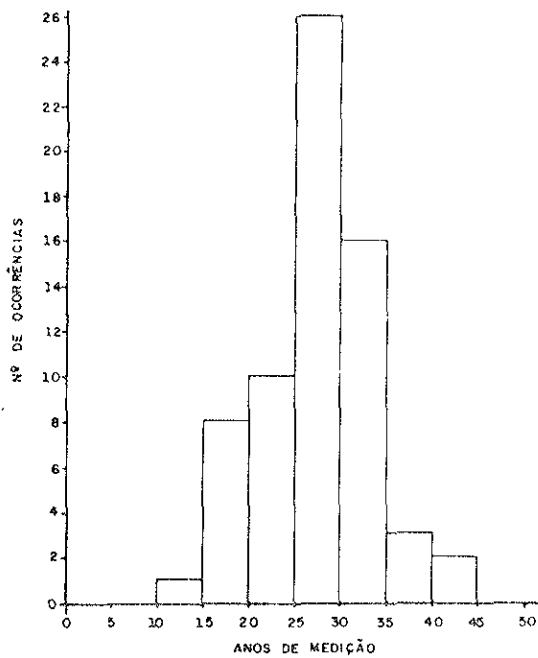


FIGURA 4 - BACIA 4 - RIOS DOCE E JEQUITINHONHA - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS

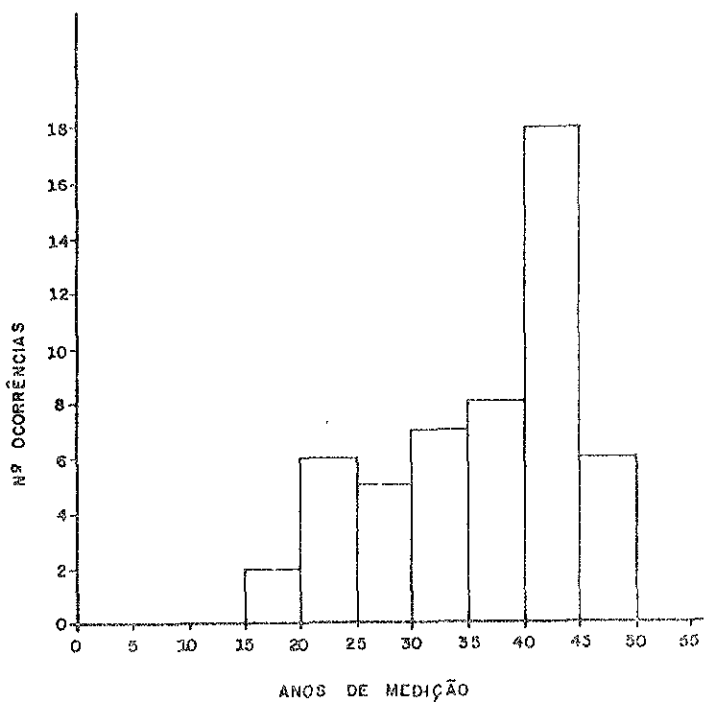


FIGURA 5 - BACIA 5 - RIOS PARAIBA DO SUL E ITAPEMIRIM - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS

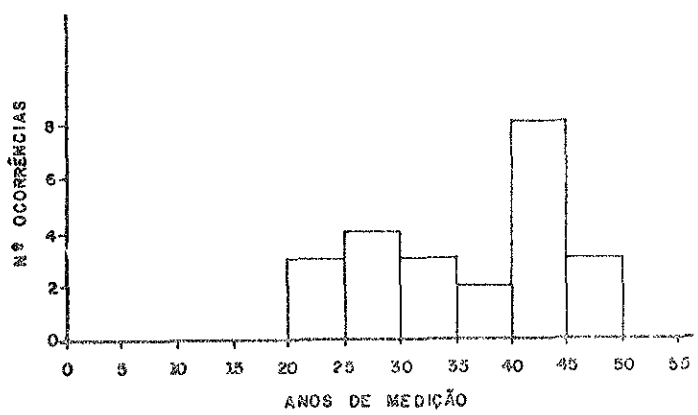


FIGURA 6 - BACIA 6 - RIOS IGUAÇU E PARANAPANEMA (ME) HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS.

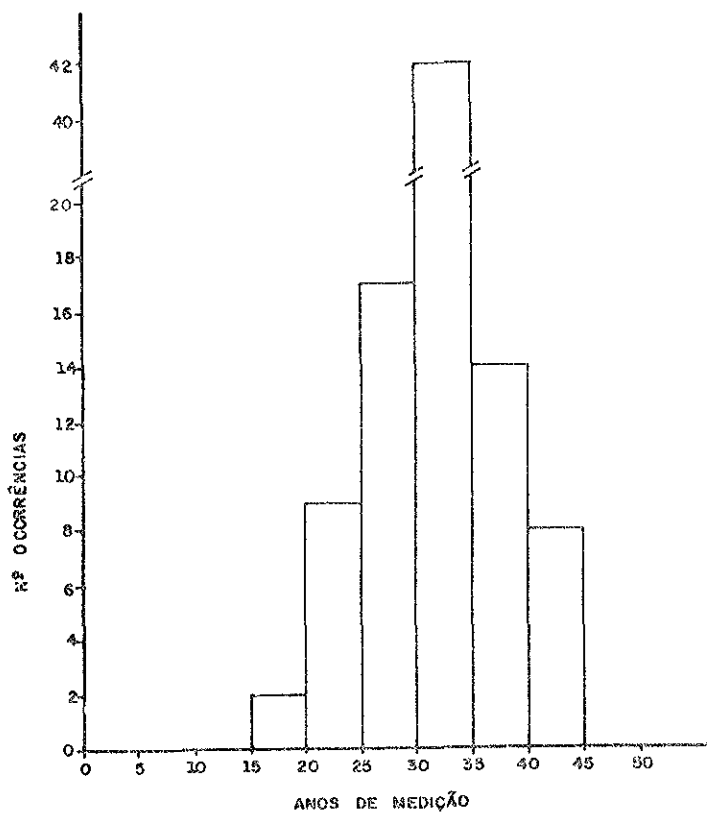


FIGURA 7 - BACIA 7 - ATLÂNTICO SUL - HISTOGRAMA DO COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS.