

**RBE**

REVISTA BRASILEIRA  
DE ENGENHARIA

JERSON KELMAN

**CHEIAS  
E  
APROVEITAMENTOS  
HIDRELÉTRICOS**

**RBE**

JERSON KELMAN

**CHEIAS  
E  
APROVEITAMENTOS  
HIDRELÉTRICOS**

**RBE**

**CONTROLE DE CHEIAS**  
**E**  
**APROVEITAMENTOS HIDRELÉTRICOS**

**JERSON KELMAN**  
**PESQUISADOR DO CEPEL**  
**PROFESSOR DA COPPE/UFRJ**

## NOTA INTRODUTÓRIA

O Brasil vem há cerca de vinte anos mantendo um ritmo intenso de expansão de seu sistema gerador de energia elétrica. Uma medida desta taxa de crescimento pode ser dada pelo volume de investimentos, cerca de US\$ 5 bilhões por ano, o que corresponde a 10% da capacidade de formação de capital do país.

O sistema brasileiro é basicamente hidroelétrico (cerca de 90% da capacidade instalada) e um dos poucos sistemas do mundo onde ainda há potencial hidroelétrico disponível para expansão. O planejamento e a operação deste sistema são problemas bastante complexos, devido à extensão geográfica do país, ao grande porte das usinas hidroelétricas, e à existência de vários aproveitamentos em cascata nas diversas bacias hidrográficas.

Estas características impediram a adoção de técnicas tradicionais de planejamento e operação utilizadas em outros países e estimularam o desenvolvimento autônomo de métodos e critérios adequados às condições locais. O objetivo do Departamento de Sistemas (DPST) do CEPEL é contribuir para o contínuo aperfeiçoamento destes métodos e critérios e, portanto, para o aperfeiçoamento do processo de tomada de decisão. O DPST começou suas atividades em 1975 e conta hoje com uma equipe multidisciplinar, com especialistas em recursos hídricos, otimização, análise de sistemas de potência e controle em tempo real.

O presente livro ilustra bem a combinação de alta qualidade analítica e potencial de aplicação prática dos trabalhos realizados nesta área. Ele tem como origem projetos de pesquisa realizados com o apoio da ELETROBRÁS sobre dimensionamento hidrológico de vertedores e controle de cheias em sistemas de reservatórios. Seu autor, Dr. Jerson Kelman, é pesquisador de renome internacional e também professor da COPPE/UFRJ. Uma versão anterior deste texto foi apresentada como tese no concurso de professor titular da UFRJ.

Jerzy Lepecki  
Diretor Geral  
CEPEL-Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

RBE - Revista Brasileira de Engenharia

KELMAN, JERSON

K29 Controle de Cheias e Aproveitamentos Hidrelétricos/Jerson Kelman. - Rio de Janeiro: ABRH : RBE, 1987.

175p.

Bibliografia

1.Hidrologia 2.Cheia 3.Aproveitamento Hidrelétrico. I. Título

CDU - 556

## PREFÁCIO

O envolvimento do autor com o tema do livro é fruto de dois projetos de pesquisa, realizados sob sua coordenação no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL, e também da orientação de teses de mestrado executadas por alunos da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia-COPPE/UFRJ.

Uma das pesquisas versa sobre métodos de cálculo para dimensionamento hidrológico de vertedores. Recebeu o apoio do Departamento de Estudos Energéticos da ELETROBRÁS, que está empenhado no desenvolvimento de um guia para o projeto hidrológico de vertedores para barragens do Setor Elétrico.

A outra pesquisa versa sobre novos critérios e métodos para a operação do sistema hidrotérmico, procurando resolver a questão de como alocar de forma ótima a geração de energia entre as várias usinas do sistema. Este problema é complexo, sendo que no livro serão enfocadas apenas as restrições operativas impostas às usinas hidrelétricas com o propósito de se exercer algum controle sobre as cheias. O projeto recebeu o suporte do Departamento de Operações da ELETROBRÁS.

Este livro é um desdobramento da tese "Cheias e Aproveitamentos Hidrelétricos" escrito pelo autor em 1983 para inscrição em concurso da UFRJ. Diversos tópicos abordados pressupõem que o leitor tenha familiaridade com conceitos de Hidrologia e Estatística. Alguma experiência relacionada a Aproveitamentos Hidrelétricos é também desejável, embora não indispensável. O tema central do livro é a aplicação de métodos estatísticos ao problema de controle de cheias.

O capítulo I apresenta esquematicamente as áreas de atuação de um hidrólogo no estudo de cheias, ao longo de um empreendimento hidrelétrico. Na fase de projeto destaca-se a definição da cheia para dimensionamento do vertedor e a definição da "cheia de desvio" para dimensionamento das ensecadeiras e/ou túneis. Na fase de operação destaca-se o cálculo do "volume de espera" do reservatório para amortecimento das cheias com poten

cialidade para causar danos a jusante do empreendimento.

O capítulo II apresenta o método estatístico clássico, que consiste na análise de frequência de cheias. Indica-se quais os critérios que devem nortear a escolha de uma distribuição de probabilidades, qual a utilidade da teoria de extremos em problemas práticos de engenharia, e como proceder em caso de registros muito curtos, considerando as técnicas de regionalização, uso de marcas de água e emprego de fatores de segurança.

O capítulo III apresenta um método estatístico recente, que trata da produção de séries sintéticas de vazões diárias afluentes aos aproveitamentos hidrelétricos. Responde-se à questão de por que estas séries são necessárias, faz-se uma breve recapitulação dos modelos disponíveis para produzi-las e descreve-se uma metodologia para avaliação do desempenho de qualquer modelo estocástico produtor de séries sintéticas.

O capítulo IV aborda a questão do cálculo do volume de espera, descrevendo inicialmente os métodos mais conhecidos. Face à disponibilidade de séries sintéticas, apresenta-se novos métodos, entre os quais o das trajetórias estocásticas, o dos volumes críticos e a programação dinâmica amostral. A análise de segurança de barragens, face ao dimensionamento de vertedores, é assunto também focado. Discute-se a extensão dos novos métodos para o caso de uma cascata de reservatórios, bem como para a possibilidade de que uma rede telemétrica forneça previsões de aflúncias aos aproveitamentos.

O capítulo V apresenta uma breve revisão do método hidrometeorológico. Este tópico é abordado, ainda que superficialmente, para que o leitor possa colocar em perspectiva os métodos estatísticos, anteriormente examinados.

O autor tem tido o privilégio de coordenar uma equipe no CEPEL composta por profissionais de alta competência e dedicação. Também na orientação das teses de mestrado tem tido a felicidade de lidar com estudantes de grande capacidade. A todos estes colegas o autor expressa reconhecimento. Grande parte das idéias que compõem o livro foram resultantes da dinâmica criativa que caracteriza uma equipe verdadeiramente entrosada. Eventuais impropriedades são no entanto de exclusiva responsabilidade do autor.

Jerson Kelman

## INDICE

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	01
I.1 - Projeto de Aproveitamentos Hidrelétricos	02
I.2 - Construção de Aproveitamentos Hidrelétricos	07
I.3 - Operação de Aproveitamentos Hidrelétricos	07
CAPÍTULO II - ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS	11
II.1 - Máximos Anuais ou Séries Parciais?	12
II.2 - Seleção da Distribuição de Probabilidades	16
II.3 - Estimação de Parâmetros	32
II.4 - Regionalização	43
II.5 - Marcas de Cheias	49
CAPÍTULO III - GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE VAZÕES DIÁRIAS	55
III.1 - Introdução	55
III.2 - Alguns Modelos Estocásticos	60
III.3 - Amostragem Seletiva	76
III.4 - As Séries Sintéticas são Parecidas com a Série Histórica?	83

III.4.1	- Propriedades a Preservar	83
III.4.2	- Escolha entre Modelos Concorrentes	93
CAPÍTULO IV	- VOLUME DE ESPERA PARA AMORTECIMENTO DE CHEIAS	99
IV.1	- Introdução	99
IV.2	- Métodos de Cálculo de Volume de Espera	100
IV.3	- Trajetórias Críticas	114
IV.4	- Volumes Críticos	121
IV.4.1	- Antecedentes	121
IV.4.2	- Determinação do Volume de Espera para o Dia t	123
IV.4.3	- Determinação dos Volumes Críticos para o dia t-1	127
IV.4.4	- Previsão de Afluências	131
IV.5	- Programação Dinâmica Amostral	138
IV.6	- Análise Hidrológica de Segurança de uma Barragem	142
IV.7	- Cascata de Reservatórios	146
CAPÍTULO V	- MÉTODO HIDROMETEOROLÓGICO	151
V.1	- Chuva de Projeto	151
V.2	- Transformação Chuva-Vazão	154

INTRODUÇÃO

As cheias, vazões fluviais excepcionalmente elevadas, são fenômenos hidrológicos de grande relevância para a população em geral e em particular para os construtores e administradores de aproveitamentos hidrelétricos. As dramáticas enchentes ocorridas na Região Sul do país no ano de 1983 trouxeram o tema para as manchetes dos jornais e também, infelizmente, para o cotidiano de milhares de pessoas que tiveram suas vidas transtornadas. Nestas circunstâncias é comum o surgimento de um grande número de hipóteses sobre as causas do fenômeno e o crescimento da pressão política para a alocação de verbas que permitam a "solução definitiva" do problema. Mostra a experiência internacional, no entanto, que uma sucessão de anos sem inundações é o bastante para que o interesse sobre o assunto decresça e em consequência diminuam também os recursos disponíveis para seu estudo. Cabe aos hidrólogos um esforço permanente de coleta e análise de dados, bem como de formulação de teorias que permitam a representação matemática do fenômeno, mesmo quando o tema não mais ocupe as manchetes dos jornais. Eles sabem que, face à complexidade dos fenômenos intervenientes na gênese de uma cheia, o progresso é lento e laborioso.

Este livro procura acrescentar uma modesta contribuição ao contínuo esforço, buscando explorar a potencialidade do emprego de séries hidrológicas sintéticas para o dimensionamento e operação de aproveitamentos hidrelétricos, no que diz respeito a segurança da barragem e das populações ribeirinhas.



## I.1 PROJETO DE APROVEITAMENTOS HIDRELÉTRICOS

Na fase de projeto, o engenheiro se preocupa em dimensionar sangradores capazes de garantir a segurança da barragem. Quando esta for de terra, é necessário que se evite o galgamento da crista da barragem pelo nível d'água do reservatório de acumulação. Para isto é preciso definir hidrografas de cheia, usualmente piores do que as ocorridas no passado, para que se possa simular a evolução do nível d'água do reservatório de acumulação. Se a simulação revelar transbordamento, é necessário modificar o projeto. No caso mais comum em que o sangrador é um vertedor de superfície, pode-se tomar uma das seguintes providências.

- a) Elevação da crista da barragem
- b) Aumento da largura do vertedor
- c) Rebaixamento da crista do vertedor
- d) Rebaixamento do nível máximo normal operativo.

As três primeiras alternativas implicam no aumento do custo de construção da barragem: elevar a crista da barragem implica no aumento do volume de seu corpo principal, o que normalmente é proibitivo não apenas devido aos elevados custos daí resultantes, mas também devido a restrições de montante; aumentar a largura do vertedor significa maiores gastos com concretagem e com as comportas (que serão mais largas e/ou mais numerosas); baixar a crista do vertedor resulta no dimensionamento de comportas mais altas. A quarta alternativa não

impõe modificação construtiva alguma, a não ser uma eventual diminuição da altura das comportas, o que evidentemente resulta numa economia imediata. Por outro lado, torna mais restrita a operação normal do reservatório, o que implica numa diminuição do volume útil e portanto da produção energética. Esta perda energética, contabilizada ao longo da vida útil do aproveitamento, tem um custo que deve ser cotejado com os custos das outras alternativas para que se possa selecionar a melhor solução ou combinação de soluções.

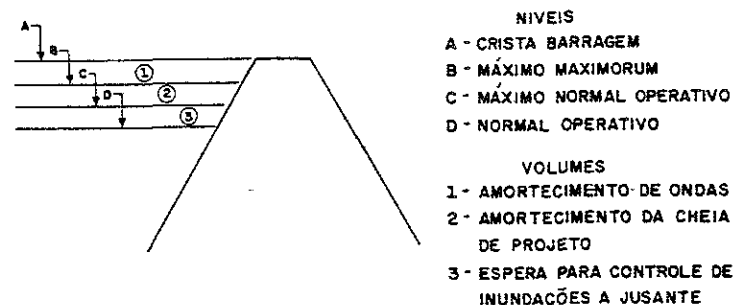


FIGURA 1.1

A escolha da melhor solução depende da hidrógrafa de cheia considerada pelo projetista. Em se tratando de barragem de grande porte, cujo eventual rompimento resultaria em perdas de vidas humanas e também no colapso do sistema hidrelétrico, é senso comum utilizar hidrógrafas de cheia excepcionalmente severas, seja pela maximização de tempestades observadas na região ou em locais climatologicamente semelhantes, seja pela atribuição de probabilidade ínfima à possibilidade de que num ano qualquer uma cheia ainda mais severa do que a de projeto possa ocorrer. Esta probabilidade é usualmente arbitrada em  $(10000)^{-1}$ , o que equivale dizer que se adota para projeto de sangrador em obras importantes o tempo de retorno de 10000 anos. Esta opção numérica é fruto de uma convenção, nada tendo a ver com qualquer análise econômica de tipo benefício-custo. Mesmo porque tal análise só poderia ser executada caso fosse aceito algum método para atribuir valor monetário à vida humana. Na ausência de tal método, a questão do critério de dimensionamento (qual tempo de retorno adotar) tem sido evitada em favor de uma atitude de aversão ao risco.

A questão é eminentemente política, visto que o Setor Elétrico, ao adotar esta atitude, disputa recursos com outros setores que, quando mal amparados, também produzem vítimas, como por exemplo o Setor de Saúde.

Um exercício numérico permite avaliar o nível de segurança adotado pelo Setor Elétrico, no que diz respeito ao dimensionamento de vertedores de superfície e/ou descarregadores de fundo, de agora em diante chamados simplesmente de "vertedores". A probabilidade de que haja colapso em pelo menos uma barragem de um conjunto de 10 aproveitamentos hidrelétricos independentes, ao longo do horizonte de planejamento, de 50 anos, adotando-se o critério decamilenar, é de 5%. Esta probabilidade sobe para 39% quando se adota o critério milenar. Como subdimensionamento de vertedores é responsável por apenas 30% dos casos de rompimento de barragens (Cole e Krisnamurthy, 1979) a probabilidade de algum colapso é na realidade maior, desde que sejam também considerados os aspectos geológicos e estruturais.

Ainda assim, parece razoável afirmar que a adoção do critério decamilenar resulta num nível de segurança satisfatório. Outro aspecto que deve ser considerado refere-se à possibilidade de que cheias artificiais possam ser criadas pela elevação desnecessária do nível do reservatório, de forma tal que as comportas só sejam abertas quando o nível máximo for atingido. Uma operação deste tipo pode resultar de erro humano, falha mecânica no acionamento das comportas, ato de sabotagem ou de guerra. O importante a ressaltar é que, para um nível máximo normal operativo fixo, quanto maior for a vazão de projeto do vertedor, maior será a proteção contra o colapso da barragem por razões naturais e piores serão as consequências de uma operação "equivocada" dos vertedores.

Existem diversos métodos para determinar a cheia de projeto do vertedor. Anjos e Almeida (1981) fizeram um levantamento dos procedimentos adotados em projetos de barragens do sistema hidrelétrico brasileiro, conseguindo reunir informações referentes a cerca de 70 aproveitamentos. Damázio, Moreira, Costa e Kelman (1983) aprofundaram o estudo, retratando a evolução histórica da frequência de utilização dos diferentes métodos. A Figura 1.2 mostra o resultado encontrado. Classificou-se os diversos procedimentos em três categorias: fórmulas empíricas, análise de frequência de cheias e método hidrometeorológico. Pode-se notar que as fórmulas empíricas, tais como a proposta por Greager, Justin e Hinds (1944) praticamente deixaram de ser adotadas em anos recentes.

Em cerca de 30 projetos analisados verificou-se que foram utilizados pelo menos dois métodos de cálculo. A Figura 1.3 mostra a frequência de utilização das três categorias de métodos, entendendo-se como "método principal" aquele que mais influenciou a seleção da cheia de projeto. A falta de documentação é responsável pelo desconhecimento do método de cálculo empregado em 22% das barragens pesquisadas.

Nos casos em que foi adotado o método hidrometeorológico, o hidrograma unitário foi a abordagem preferida para transformar chuva em vazão (58% dos casos). Entretanto em pro

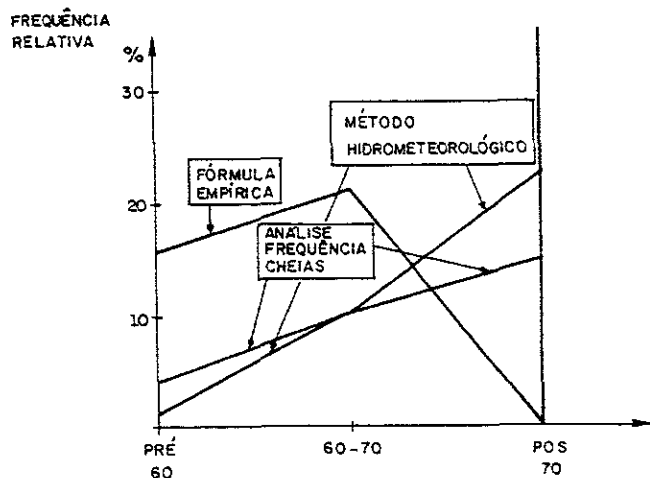


FIGURA 1.2 - TENDÊNCIA HISTÓRICA DOS MÉTODOS PESQUISADOS

jetos mais recentes percebe-se uma tendência para a utilização de modelos conceituais mais complexos da parte terrestre do ciclo hidrológico.

### 1.2 CONSTRUÇÃO DE APROVEITAMENTOS HIDRELÉTRICOS

Na fase de construção do aproveitamento hidrelétrico é necessário definir uma vazão máxima para desvio do rio. Neste caso um eventual colapso das ensecadeiras não resulta geralmente em perda de vidas humanas. As consequências podem ser quantificadas em termos de custo de reconstrução das obras já concluídas e das ensecadeiras, bem como custo ocasionado ao Setor Elétrico pelo atraso da entrada em operação da nova usina. Ou seja, quanto maior for a vazão de desvio, mais cara é a ensecadeira e menor é a probabilidade de que esta vazão venha a ser excedida (e que ocorram os custos associados a transbordamento). Graficamente as duas curvas de custo podem ser vistas de acordo com a figura 1.4. A vazão de desvio ótima é aquela que minimiza a soma das curvas A e B.

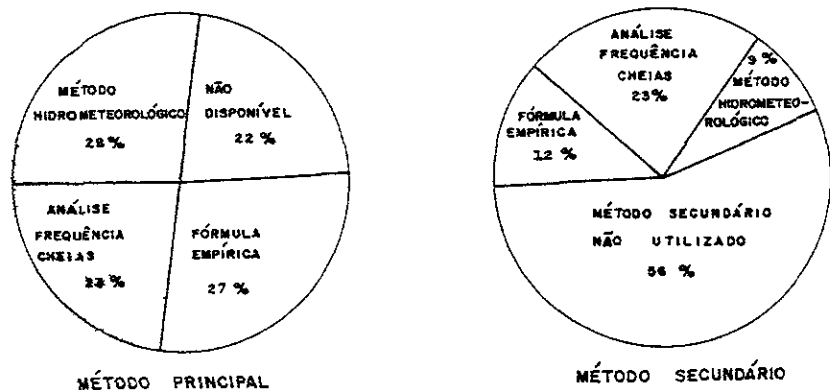


Figura 1.3 - FREQUÊNCIA DE UTILIZAÇÃO DAS TRÊS CATEGORIAS DE MÉTODOS

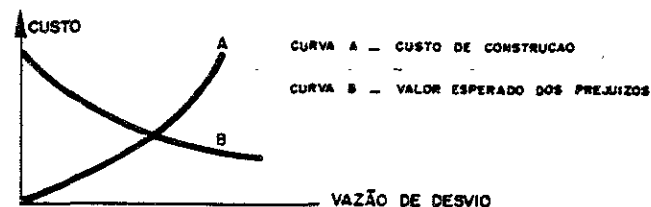


Figura 1.4 - Custos Associados com a Vazão de Desvio

### 1.3 OPERAÇÃO DE APROVEITAMENTOS HIDRELÉTRICOS

Na fase de operação, ocorrem restrições à máxima vazão efluente do reservatório (turbinada + vertida), usualmente não previstas no projeto. O caso do desvio de rio a jusante do aproveitamento para construção de uma barragem é um exemplo típico em que a imposição de um limite superior à vazão efluente, durante um certo intervalo de tempo, resulta em economias na construção de ensecadeiras. Por exemplo, Carvalho e Kelman (1978) demonstraram que o custo de construção da ensecadeira da barragem de Itapebi no Rio Jequitinhonha poderia ser reduzido em cerca de 20 vezes (de 10% para 0,5% do

custo total da obra caso a construção de Itapebi fosse conjugada com a fase de enchimento do reservatório de Salto da Divisa, cerca de 30Km a montante.

Em caráter mais permanente, existe a questão da inundação de áreas a jusante da barragem, que ocorre sempre que a vazão efluente ultrapassa um certo limite crítico (vazão de restrição), usualmente muito inferior à vazão máxima para a qual o vertedor foi projetado. Esta restrição à vazão efluente às vezes sequer existe quando a barragem está sendo projetada. É o posterior desenvolvimento do vale a jusante da barragem que reveste de dramaticidade os eventuais extravasamentos fluviais, forçando o órgão responsável pela operação do aproveitamento a considerar o duplo propósito de gerar energia e controlar cheias, que são infelizmente objetivos conflitantes: para gerar energia mantêm-se o reservatório o mais cheio possível de forma a prover água e queda durante futuras estiagens; para controlar cheias mantêm-se o reservatório vazio para garantir espaço capaz de laminar os grandes picos de descarga.

De uma maneira geral este conflito não significa que a construção de uma usina hidrelétrica aumente a frequência de cheias a jusante da barragem. Pelo contrário, a simples existência de um reservatório exerce em geral um efeito moderador sobre as cheias, mesmo que não operado explicitamente para este fim.

É difícil achar uma escala comum para comparar os objetivos conflitantes. A redução da capacidade de produção de energia hidrelétrica resulta a curto prazo num aumento da produção de energia elétrica de origem térmica, e consequentemente num aumento do custo operativo. A longo prazo o plano de expansão do sistema gerador tem que ser antecipado para compensar esta redução, o que resulta em custos adicionais de investimento. Alguns prejuízos causados pelas inundações podem estar associados a valores monetários, como por exemplo perda de propriedade, lucros cessantes e desvio de tráfego. Outros prejuízos são no entanto de caráter não-monetário, como por exemplo problemas de saúde pública, bem estar social, etc.

Uma das maneiras de lidar com problemas de múltiplos objetivos é definir uma função utilidade que traduza a preferência dos envolvidos no processo decisório com relação aos diferentes interesses. Esta abordagem resulta numa função objetivo a ser otimizada (Halter e Dean 1971). No entanto, as empresas de energia elétrica no Brasil tem preferido impor restrições de risco à operação dos reservatórios para fins energéticos. Os níveis d'água têm sido mantidos abaixo do nível máximo normal operativo (Figura 1.1), criando um "volume de espera" destinado a amortecer cheias. Está claro, ainda existem situações em que a preocupação com a segurança da barragem fará com que a efluência seja superior ao limite crítico que cause danos a jusante. Isto ocorrerá sempre que, devido a cheias excepcionais, o nível d'água ultrapassar o nível máximo normal operativo. Atualmente procura-se calcular o volume de espera de tal forma que o tempo de retorno deste evento se situe na faixa de 25 a 50 anos.

Existem outras medidas de proteção, além de manter volumes de espera nos reservatórios, que quando implementadas asseguram o mesmo risco de ocorrência de inundações. Por exemplo, construir diques, retificar trechos de rio e desapropriar áreas a serem inundadas. Em geral estas medidas alternativas dão condições para que o nível d'água junto a uma cidade possa atingir uma cota mais elevada, com o consequente aumento do valor da vazão de restrição  $u$ . Quanto maior for  $u$ , menor será o volume de espera dos reservatórios situados a montante da cidade, para o mesmo nível de risco. Pode-se conceber duas curvas de custo como função de  $u$ . Uma crescente que represente as despesas efetuadas localmente para proteção de cidade. Outra decrescente, que representa as despesas suplementares que deverão ser feitas em escala nacional ou regional para compensar o montante de energia elétrica que não será produzido devido à exigência de se manter um volume de espera.

A determinação de curva A (Figura 1.5) é tarefa relativamente simples uma vez que envolve apenas estimativas de obras de construção civil e talvez valores relativos a indenização.

zações. A curva B, no entanto, é de elaboração mais complexa visto que a alocação de espaço do reservatório para amortecimento de cheias tem duas conseqüências: a curto prazo aumenta a expectativa de geração de energia elétrica por usinas térmicas (nuclear ou carvão) e portanto de gasto com combustível; a longo prazo acarreta uma antecipação do cronograma de construção de novas usinas hidrelétricas, que serão colocadas mais cedo em operação para compensar a diminuição da produção média de energia nos reservatórios parcialmente utilizados para controle de cheias.

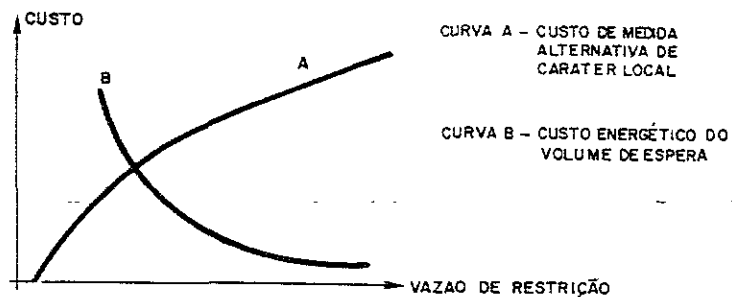


FIGURA 1.5 - CUSTO DE CONTROLE DE CHEIAS COMO FUNÇÕES DA VAZÃO DE RESTRIÇÃO

## CAPÍTULO II

### ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS

Análise de frequência de cheias baseia-se no exame probabilístico dos registros fluviométricos. Na Figura 2.1 está representada uma hidrógrafa afluente a um posto durante n anos. A cada ano está associado um máximo anual, resultando no conjunto  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ . Este conjunto pode ser visto como uma amostra da variável aleatória Y, máxima vazão anual.

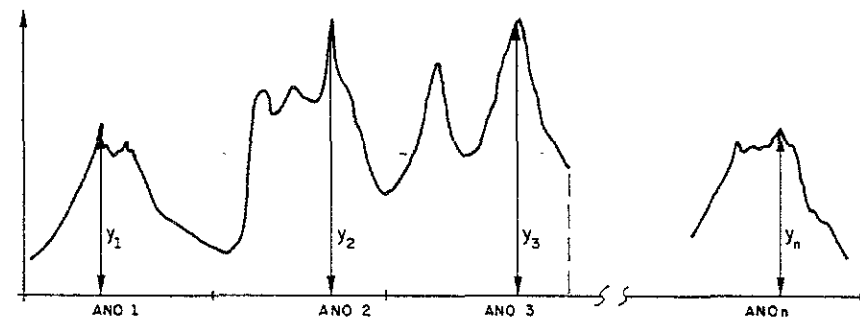


FIGURA 2.1 - MÁXIMOS ANUAIS

Caso haja interesse em determinar apenas o pico da cheia, pode-se formular o problema como sendo o de determinar o valor de  $x_T$  tal que  $P[Y > x_T] = \frac{1}{T}$ , onde T é o período de retorno pré-especificado. O pico de cheia é a única informação necessária quando se tem interesse em "inflar" uma hidró-

grafa registrada no passado, e também quando se pretende dimensionar uma enseadeira ou um vertedor sem volume de espera. Nestas circunstâncias o que se faz usualmente é ajustar uma distribuição de probabilidades à amostra  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , o que permite a definição de  $\hat{x}_T$ , para qualquer T. Este é um método parcimonioso tanto em hipóteses quanto na exigência de dados: apenas baseado no valor de uma observação por cada ano do registro, ajusta-se uma função com poucos parâmetros (a distribuição de probabilidades), que permite extrapolações para o domínio de Y em que não existem observações, que é exatamente a faixa de variação de Y usualmente relevante para o projeto. O método tem de questionável o fato de que despreza grande quantidade de informações (fluviométricas e pluviométricas) que certamente devem ser relevantes para o cálculo. Por outro lado, é exatamente esta singeleza que permite a realização de estudos de sensibilidade destinados a avaliar os erros cometidos.

## II.1 Máximos Anuais ou Séries Parciais?

Observando-se a Figura 2.1 é possível notar que no ano 3 ocorreram duas cheias, sendo que apenas uma delas resultou no valor de  $y_3$ , figurante da amostra dos máximos anuais. A cheia "desprezada" pode ter um pico superior aos máximos anuais de outros anos ( $y_1$ , por exemplo). Pode-se cogitar que considerar apenas o pico em cada ano implica em desprezo por informação relevante. Para contornar este inconveniente é possível considerar na análise de frequência de cheias as chamadas séries parciais. Uma série parcial é constituída pela coleção de picos que excedam um certo nível de truncamento. A Figura 2.2 ilustra o conceito. É possível que num ano qualquer ocorram mais do que uma cheia, como é o caso do segundo ano, como também é possível que não ocorra cheia alguma. Ou seja, o método das séries parciais considera explicitamente a variável aleatória J, número de cheias por ano. Para n anos de observação consegue-se quatro amostras:  $\{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ ,

o conjunto dos picos das cheias;  $\{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ , o conjunto dos volumes de cheias;  $\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$  o conjunto das durações das cheias; e finalmente  $\{j_1, j_2, \dots, j_n\}$  o conjunto do número de cheias por ano. Naturalmente  $k = \sum_{i=1}^n j_i$ .

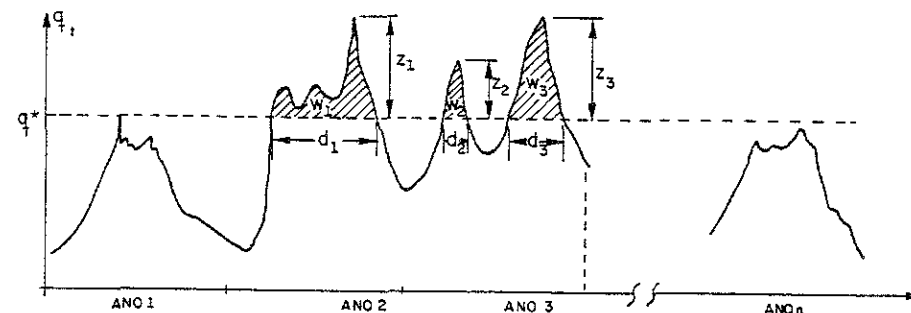


FIGURA 2.2 - SÉRIES PARCIAIS

A literatura especializada contém diversos trabalhos que tratam principalmente da modelagem das variáveis Z e J. Uma revisão sobre o assunto pode ser encontrada em Moreira, Damázio e Kelman (1983). O método de séries parciais é potencialmente útil para "compor" uma cheia a partir da trinca  $(z^*, w^*, d^*)$ , a ser definida a partir do estudo da distribuição trivariada do vetor  $(Z, W, D)$ , embora dentro do conhecimento deste autor tal abordagem não tenha ainda sido adotada.

A série parcial pode conter um maior número de elementos do que a série de máximos anuais correspondente. Entretanto é possível que um mesmo evento hidro

meteorológico de origem a vários picos, e que portanto o conteúdo de informação nas séries parciais não seja necessariamente superior ao da série de máximos anuais.

As hipóteses básicas do método de séries parciais são de que as variáveis aleatórias  $Z_1, Z_2, \dots, Z_j$  são independentes e identicamente distribuídas ( $F_Z(z)$ ). Admite-se ainda que  $Z_i$  e  $J$  são independentes entre si, para qualquer  $i \neq j$ . Moreira, Damázio e Kelman (1983) verificaram que estas hipóteses são válidas para os postos fluviométricos da Bacia do Rio Doce.

O valor de  $x_T$  é obtido implicitamente ajustando-se distribuições de probabilidades para  $Z$  e  $J$ , que permitam calcular a seguinte expressão:

$$P(Y \leq x_T) = \sum_{j=1}^{\infty} P[\max_{0 \leq i \leq j} (Z_i) \leq x_T] P(J=j) + P(J=0) \quad (2.1)$$

É comum admitir-se a hipótese de que a variável  $J$  tenha distribuição Poisson:

$$P(J=j) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

Substituindo-se a equação (2.2) em (2.1) resulta na seguinte expressão para a distribuição de probabilidades para  $Y$ , máximo anual (Todorovic e Shen, 1976)

$$F_Y(y) = \exp \{ -\lambda [1 - F_Z(y - q^*)] \} \quad (2.3)$$

onde  $F_Z(\cdot)$  é a distribuição de probabilidades das excedências e  $q^*$  é o nível de truncamento (Figura 2.2). É comum também admitir-se que a variável aleatória  $(Z - q^*)$  seja exponencial -

mente distribuída, conforme sugestão de Shane e Lynn (1964).

$$F_Z(y - q^*) = 1 - \exp(-\alpha (y - q^*)) \quad (2.4)$$

Substituindo-se a equação (2.4) em (2.3) resulta em

$$F_Y(y) = \exp(-\lambda \exp[-\alpha (y - q^*)]) \quad (2.5)$$

É interessante notar que esta expressão é uma dupla exponencial, do mesmo modo que a distribuição de Extremos Tipo I, ou de Gumbel (ver item 2.3), só que ao contrário desta última, não é um resultado assintótico (Gupta, Duckstein e Peebles 1976).

Moreira (1983) efetuou um estudo para verificar a validade das hipóteses que permitiram a transformação da equação (2.1) em (2.5), tomando por base os postos fluviométricos da Bacia do Rio Doce. Ele verificou que a equação (2.4) poderia ser aceita sem ressalvas, mas que o mesmo não poderia ser dito com relação à equação (2.2). Por outro lado, Moreira confirmou um resultado divulgado anteriormente por Bardsley e Manly (1979): caso se faça a aproximação de supor que em cada ano ocorrerá exatamente  $E(J)$  cheias, onde  $E(\cdot)$  é o valor esperado, o erro cometido decresce com o tempo de recorrência  $T$ . Em termos práticos, esta aproximação pode ser sempre aceita para valores de  $T$  maiores do que 1000 anos.

Moreira, Damázio, Costa e Kelman (1983), procuraram comparar o método de séries parciais e de máximos anuais para a estimativa de vazões com tempos de recorrência elevados. Para isto utilizaram modelos matemáticos geradores de vazões diárias (Capítulo III) que permitiram o estabelecimento de cenários necessários à comparação da precisão dos dois métodos. O processo adotado foi o de dividir longos registros sintéticos em sub-amostras de diversos comprimentos; para cada sub-amostra calcularam-se as estimativas de  $x_T$ , para

diversos valores de tempo de recorrência  $T$ , utilizando-se séries parciais e máximos anuais. As diferenças entre  $x_T$  e as estimativas permitiram definir qual o método preferível para cada tamanho de sub-amostra e para cada tempo de recorrência. As séries sintéticas de vazões diárias foram produzidas estimando-se os parâmetros do modelo estocástico às vazões observadas em dois postos fluviométricos da bacia do Rio Doce. Num dos casos o método das séries parciais foi sempre superior. No outro ocorreu justamente o contrário: o método dos máximos anuais conduziu aos menores erros, mesmo quando o tamanho da amostra era reduzido, ao contrário do que é usualmente reportado na literatura (ver por exemplo Kottegoda, 1980).

Este resultado conflitante sugere que a questão de qual tipo de série utilizar - séries parciais ou máximos anuais - não está ainda satisfatoriamente resolvida. No restante deste texto a atenção estará focada unicamente no método de máximos anuais, por ser o de compreensão mais simples e de uso mais difundido.

## II.2 Seleção da Distribuição de Probabilidades

### O que Buscar

Qual distribuição adotar para  $Y$  - máxima vazão anual - é uma questão que tem desafiado gerações de hidrólogos. Todo profissional que tem o encargo de projetar um órgão vinculado a cheias, um vertedor por exemplo, deve ter passado pela experiência de ser obrigado a optar entre dois ou mais valores para descarga de projeto, obtidos a partir da extrapolação de diferentes distribuições ajustadas à amostra  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ . Não raro estes valores são significativamente distintos entre si.

Não é intenção deste texto discorrer sobre as distribuições de probabilidades usualmente empregadas em análise de frequência de cheias. O leitor interessado tem diversos textos a disposição que tratam da questão, como por exemplo Gomide (1976), Kite (1977) e Yevjevich (1972). Na seção II.3 apenas duas destas distribuições serão examinadas. O que se pretende focar

são as incertezas associadas ao emprego do método de análise de frequência de cheias. Estas incertezas são tão mais graves quanto maior for o tempo de recorrência  $T$  relativamente ao tamanho da amostra  $n$ . Sempre que  $n$  for menor que  $T$ , a estimativa da vazão de projeto  $\hat{x}_T$ , será o resultado da extrapolação da função acumulada de probabilidades na cauda direita. Interpolações são em geral muito mais precisas do que extrapolações, e entre estas os erros tendem a ser maiores na medida em que o valor extrapolado se localize mais distante da região de interpolação.

As perguntas usualmente feitas com relação ao emprego do método de análise de frequência de cheias são:

- Qual a verdadeira distribuição de probabilidades a partir da qual foi sorteada a amostra  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ?
- Qual a distribuição de probabilidades que implica no menor erro na estimativa de  $x_T$ ?
- Qual a magnitude deste erro?
- Qual a probabilidade de que a estimativa de  $x_T$  seja inferior ao verdadeiro valor ( $P(\hat{x}_T < x_T)$ ). Isto é, qual a probabilidade de haver um sub-dimensionamento?

É possível que a resposta ao item (a) seja diferente da resposta ao item (b). Isto porque existem duas fontes de erro no processo de estimação de  $x_T$ : o erro na escolha do modelo (escolha da distribuição de probabilidades) e o erro na estimação dos parâmetros. Portanto, mesmo que se saiba responder com exatidão ao item (a), isto é, não haja dúvida quanto ao verdadeiro modelo, ainda assim não se saiba responder ao quesito (b). Por exemplo, admita que a verdadeira distribuição tenha cinco parâmetros para serem estimados a partir de uma amostra  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  em que  $n$  seja pequeno, digamos inferior a 10. A variabilidade amostral na estimação dos parâmetros seria tão grande neste caso que seria preferível adotar uma outra distribuição, ainda que não verdadeira, com menos parâmetros.



Existem na literatura diversos trabalhos que procuram responder aos quesitos (c) e (d), para o caso em que a distribuição de probabilidades seja perfeitamente conhecida, isto é, quando apenas a estimação dos parâmetros possa induzir a erro. Nesta situação é usualmente suficiente determinar o intervalo de confiança para  $\bar{x}_T$ , assunto a ser examinado no item II.3.

#### Escolha baseada em índice de ajuste

A prática mais comum em relação à seleção de uma distribuição de probabilidades tem sido a de escolher aquela que apresente o melhor ajuste com a amostra, segundo uma medida de ajuste do tipo Kolmogorov-Smirnov e/ou Qui-quadrado. A rigor o emprego do teste de Kolmogorov-Smirnov exigiria que a distribuição teórica fosse conhecida, inclusive com a definição dos parâmetros, sem uso da informação contida na amostra. Na prática costuma-se estimar os parâmetros a partir da amostra e ainda assim utilizar o teste, que desta maneira se torna conservativo. É natural que com este procedimento as distribuições com mais parâmetros, mais versáteis, estejam associadas com "melhores ajustes". Ou seja, a utilização do máximo desvio entre a distribuição acumulada empírica e a ajustada é claramente uma prática equivocada para se selecionar a distribuição de probabilidades, apesar de por vezes adotada. A adoção do método do Qui-quadrado apresenta a vantagem de considerar explicitamente o número de parâmetros estimados. Infelizmente esta "compensação" parece não ser suficiente, na medida em que estudos sistemáticos tem revelado a tendência das distribuições de três parâmetros em ganhar das de dois parâmetros (Kottegoda, 1980, pp.243).

Moreira (1983) demonstrou que nem sempre a distribuição que melhor ajusta uma amostra define mais precisamente  $x_T$ . Uma série sintética de vazões diárias com 100000 anos (Capítulo III) foi utilizada como "universo" a partir do qual foi derivada a "verdadeira" distribuição dos máximos (até  $T = 10000$  anos). Os 10000 primeiros anos foram divididos em segmentos de tamanho n igual a 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50 e 60 anos; para cada segmento ajustaram-se dez distribuições de probabilidades, usual-

mente empregadas em análise de frequência de cheias, aos máximos anuais: normal, log-normal com dois parâmetros, log-normal com três parâmetros, gama com dois parâmetros, gama com três parâmetros, log-Pearson tipo III, Gumbel, extremos generalizada, exponencial de dois parâmetros e Wakeby. Para cada segmento Moreira calculou:

- i) A bondade do ajuste, medida pela máxima distância entre a distribuição ajustada e a empírica.
- ii) A precisão na estimação de  $x_T$ , medida por  $|x_T - \bar{x}_T|$ , para valores de T iguais a 100, 500, 1000 e 10000 anos.

Infelizmente as distribuições que resultaram num melhor ajuste, em cada caso, não foram as mesmas associadas aos menores valores de  $|x_T - \bar{x}_T|$ . Ou seja, bondade de ajuste é um critério pouco confiável para a seleção de uma distribuição de probabilidades para eventos extremos. Na realidade um bom ajuste retrata apenas uma aderência entre distribuições para o domínio em que existam observações de máximos anuais, usualmente associados com pequenos tempos de recorrência. O que realmente importa na maioria dos casos é a desconhecida aderência para grandes valores de T.

#### Escolha baseada em teoria de extremos

Gumbel (1958) procurou selecionar a distribuição não com base em evidências empíricas e sim a partir de uma abordagem analítica, a chamada teoria de extremos. Ele demonstrou que dada a coleção de variáveis aleatórias  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$  independentes e igualmente distribuídas, existem apenas três tipos de distribuições de extremos para as quais  $Y = \max \{Q_i\}$  converge na medida em que m cresça. Dependendo do comportamento da cauda direita de  $F_Q(q)$ , a distribuição acumulada de cada um dos elementos da coleção, a distribuição de Y será do tipo I, II ou III. Quando a cauda direita de  $F_Q(q)$  puder ser escrita por  $1 - \exp(-g(q))$ , onde  $g(q)$  é uma função crescente de q, então  $F_Y(y)$  será

da forma  $F_Y(y) = \exp[-\exp(-a(y - b))]$ , a conhecida distribuição de Gumbel ou de Extremos tipo I (a e b são parâmetros). Convém ressaltar que a distribuição gama a distribuição normal e a distribuição log-normal, entre outras, se enquadram nesta categoria. O principal atrativo dos resultados de Gumbel é que, à semelhança de outro notável resultado assintótico - o teorema do limite central -  $F_Y(y)$  é o mesmo para uma grande variedade de  $F_Q(q)$ . Como os parâmetros (a,b) são estimados a partir de uma amostra  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ , procura-se ter n o maior possível para minimizar a variância dos estimadores. Entretanto isto nada tem a ver com a validade da distribuição Gumbel: a teoria de extremos é válida quando m e não n tende para infinito.

A coleção  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$  é usualmente composta por vazões médias diárias, isto é,  $m = 365$ . Como os elementos da coleção não são independentes entre si, nem são igualmente distribuídos, visto que em geral "vazão diária" é um processo estocástico que apresenta dependência temporal e sazonalidade, nunca se sabe se as condições de aplicabilidade dos resultados da teoria de extremos foram suficientemente satisfeitas, ao menos para adotar um dos três tipos de distribuição como uma aproximação.

Kelman (1986) examinou a questão da aplicabilidade do resultado assintótico para a situação bastante favorável em que as variáveis  $Q_j$  pudessem ser consideradas independentes e igualmente distribuídas durante a duração da estação chuvosa de m dias. Neste caso o resultado assintótico só não se aplica diretamente porque m é finito.

A distribuição de probabilidades exata de Y é dado por

$$F_Y(y) = [F_Q(y)]^m \quad (2.6)$$

As figuras 2.3 e 2.4 mostram os gráficos de  $F_Y(y)$  respectivamente para os casos em que os Q tem distribuição normal e log-normal. Em ambos os casos  $E(Q) = \text{var}(Q) = 1$ . A escala do eixo horizontal é feita de tal maneira que a distribuição de Gumbel plotaria segundo uma linha reta. Os principais fatos a serem observados em ambas as figuras são:

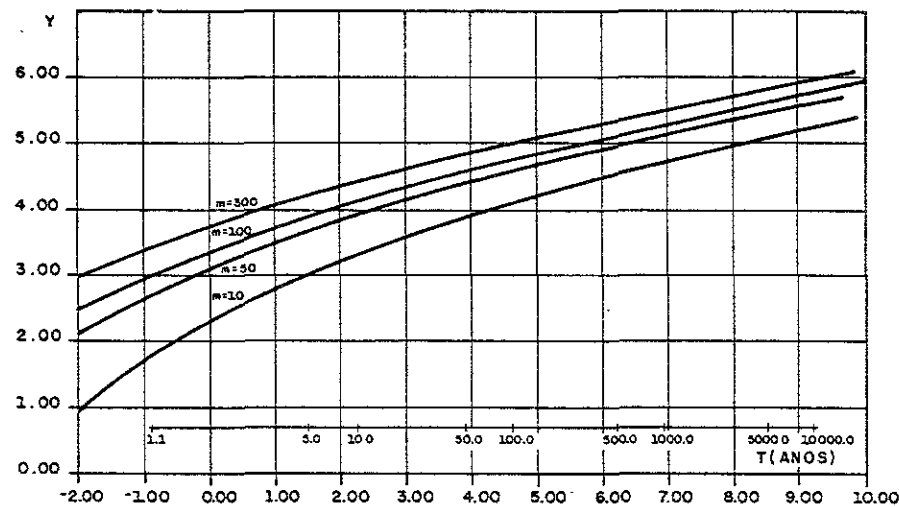


FIGURA 2.3 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DE  $Y = \max(Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$   
 $E(Q) = \text{var}(Q) = 1$ ;  $(Q_i, Q_j)$  INDEPENDENTES; Q NORMALMENTE DISTRIBUIDO

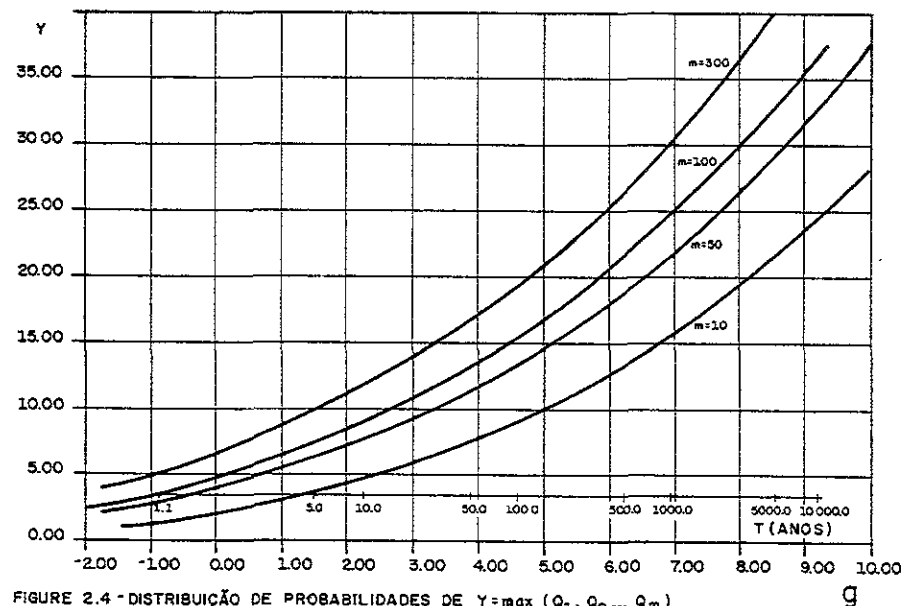


FIGURE 2.4 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DE  $Y = \max(Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$   
 $E(Q_i) = \text{var}(Q_i) = 1$ ;  $(Q_i, Q_j)$  INDEPENDENTES;  $Q_j$  log - NORMALMENTE DISTRIBUIDO  
 $E(\log Q_i) = 0,35$ ;  $\text{var}(\log Q_i) = 0,69$

- a) As curvas não podem ser aproximadas por linhas retas, significando que neste caso seria equivocado utilizar a distribuição Gumbel.
- b) Como raramente  $n$  ultrapassa 50 anos, o ajuste de linhas retas a distribuições empíricas de  $Y$ , no domínio  $T=1$  a  $T=50$ , tenderão a superestimar  $x_T$ , no caso  $Q$  normalmente distribuído, e a subestimar  $x_T$ , no caso  $Q$  log-normalmente distribuído.
- c) A distribuição de probabilidades de  $Q$  é de máxima relevância para a definição do comportamento pré-assintótico da distribuição de  $Y$ , como se constata pela diferença entre as concavidade das curvas das figuras 2.3 e 2.4, e pela diferença de escala dos eixos verticais.

Portanto não é nem necessário levar em consideração a dependência temporal (também examinada por Kelman, 1986) e a sazonalidade para concluir que, em situações típicas encontradas em Hidrologia, a teoria de extremos é insuficiente, a semelhança dos testes de ajuste, para a seleção de uma distribuição de probabilidades para  $Y$

#### Escolha baseada em amostras particionadas

Pinheiro, Damázio e Kelman (1981) procuraram selecionar uma distribuição de máximos anuais para as regiões Sul e Sudeste do Brasil examinando um conjunto de 316 registros fluviométricos. O método adotado procurou colocar em igualdade de condições as distribuições "candidatas" com muitos ou poucos parâmetros. Para isto cada amostra de máximos anuais foi dividida em duas sub-amostras e os parâmetros da distribuição candidata foram estimados considerando-se isoladamente cada uma das sub-amostras. A verossimilhança da segunda sub-amostra, dado a distribuição estimada a partir da primeira sub-amostra, é uma excelente medida de ajuste. Isto porque se a distribuição candidata tiver parâmetros em excesso, haverá uma tendência a incorporar excessivamente as variações amostrais da primeira sub-amostra, o que tornará a segunda sub-amostra muito pouco provável. Por outro

lado, uma distribuição candidata excessivamente parcimoniosa em parâmetros será muito pouco versátil e por causa disto tenderá a atribuir uma probabilidade reduzida à segunda sub-amostra. O mesmo raciocínio vale quando se troca de posições as duas sub-amostras. Os autores calcularam uma verossimilhança modificada, calculada como sendo o produto das verossimilhanças parciais, reduzidas por um fator de escala que permitisse o exame conjunto dos 316 resultados. A distribuição que em média apresentou os melhores resultados foi a log-Pearson tipo III. Entretanto, pela própria natureza do método utilizado, os autores ressaltaram ser esta conclusão restrita a tempos de recorrência da ordem de grandeza dos registros disponíveis, em torno de 15 anos. Além disto foi pequena a vantagem da distribuição log-Pearson tipo III em relação aos demais competidores, o que é compreensível em se tratando de pequenos tempos de recorrência. Afinal nesta situação todas as distribuições funcionam como métodos de interpolação, quando os erros são todos pequenos e pouco diferentes entre si. Este resultado foi confirmado por Costa, Damázio, Pereira e Kelman (1981) que utilizaram longas séries sintéticas de vazões (Capítulo III) para quantificar o erro na estimação de  $x_T$ , para  $T$  pequeno.

#### Escolha baseada em práticas de outros países

A distribuição log-Pearson tipo III é também a preferida nos Estados Unidos da América, onde o Comitê de Hidrologia do Water Resources Council (1967) recomendou seu uso como método básico de análise de frequência de cheias. Esta recomendação foi feita com o objetivo básico de padronizar o cálculo de cheias nos EUA, embora o Comitê aceitasse o emprego de outros métodos, desde que houvesse motivos para assim proceder. Posteriormente Beard (1974) reforçou a recomendação do Comitê através de estudos de adequação de ajuste das diversas distribuições e longas séries de vazões máximas de postos fluviométricos. Beard (1974) concluiu ainda pela conveniência de se estimar regionalmente o coeficiente de assimetria dos logaritmos das vazões máximas, que é um dado necessário para a determinação dos parâmetros da distribuição log-Pearson tipo III.

O Comitê de Hidrologia do Water Resources Council (1977) aceitou a contribuição e recomendou que apenas nos casos em que se dispuzesse de 100 ou mais anos de registro é que a assimetria amostral da série deveria ser adotada. Para registros menores de 25 anos deveria ser utilizada exclusivamente a assimetria regional e para registros entre 25 e 100 anos se adotaria uma média ponderada entre as duas assimetrias. Wallis (1980,1981) tem levantado consideráveis suspeitas quanto a adoção da metodologia proposta pelo Comitê de Hidrologia e recomenda a busca de outras alternativas para países que ainda não adotaram um procedimento padrão. Ele mostra, por exemplo, que a cheia com tempo de recorrência de 500 anos, quando dividida pela correspondente área de drenagem, pode variar em até cinco ordens de magnitude para postos situados numa pequena área, hidrológicamente homogênea.

Nos estudos feitos na Inglaterra (N.E.R.C., 1975), utilizaram-se seis diferentes índices para medir o grau de "afastamento" entre a amostra de dados e diversas distribuições de probabilidades. O relatório recomendou a utilização da distribuição de valores extremos generalizada (GEV), para amostras com mais de 25 anos e a distribuição de extremos tipo I para amostras menores.

Tanto nos EUA quanto na Inglaterra a seleção da distribuição de probabilidades para máximos anuais foi feita com base em critérios relacionados a bondade de ajuste. Conforme anteriormente visto, esta abordagem não conduz necessariamente à escolha da distribuição de mínimo erro na estimação de quantis de grande tempo de recorrência.

#### Escolha baseadas em critérios de robustez

Slack, Wallis e Matalas (1975) argumentaram que a distribuição de probabilidades a ser utilizada para estimar  $x_T$  deveria resultar em moderados erros, mesmo quando não coincidissem com a forma da verdadeira - e sempre desconhecida - distribuição dos máximos anuais. Uma distribuição que possui tal atributo é dita "robusta". Os autores desenvolveram um estudo de

Monte Carlo em que diversas amostras de tamanhos variados foram produzidas a partir da distribuição "verdadeira"  $F_Y(y)$ . Estas amostras foram então ajustadas por distribuições  $G_Y(y)$ , não necessariamente com a mesma forma que  $F_Y(y)$ . Para cada amostra e para cada "candidato"  $G_Y(y)$  os autores estimaram  $\bar{x}_T$  e mediram a distância ao verdadeiro valor  $x_T$ , extraído de  $F_Y(y)$ . As distribuições normal, Gumbel, log-normal de três parâmetros e Weibull de três parâmetros foram utilizadas tanto para fazer o papel de  $F_Y(y)$  quanto o de  $G_Y(y)$ . Os autores concluíram que quando  $F_Y(y)$  era uma distribuição de três parâmetros, a "melhor"  $G_Y(y)$  não necessariamente coincidia com  $F_Y(y)$ .

Landwehr, Matalas e Wallis (1980) selecionaram seis  $F_Y(y)$  distribuições da família Wakeby e permitiram que  $G_Y(y)$  fosse Wakeby, Gumbel e log-normal. Os autores concluíram que para os casos estudados a distribuição Gumbel e a log-normal conduziram em média, a sub-estimação de  $x_T$ . Damázio (1984) repetiu o estudo incorporando a distribuição exponencial de dois parâmetros como uma das  $G_Y(y)$ . Ele achou que para T maior do que 200 anos a distribuição exponencial com parâmetros estimados pelo método dos momentos (seção II.3) teve o melhor desempenho.

A distribuição Wakeby é conveniente para estudos de Monte Carlo porque ela consegue reproduzir as formas das distribuições de probabilidades usualmente empregadas em Hidrologia e também porque através dela é simples gerar amostras "sintéticas". A variável aleatória Y distribuída como Wakeby é definida por:

$$Y = a + b [1 - (1-U)^c] - d [1 - (1-U)^e] \quad (2.7)$$

onde Y tem distribuição Wakeby, U é uma variável aleatória de distribuição uniforme no intervalo (0,1) e {a,b,c,d,e} são parâmetros.

O valor de população é simplesmente obtido por

$$x_T = a + b [1 - (\frac{1}{T})^c] - d [1 - (1 - \frac{1}{T})^e] \quad (2.8)$$

A seleção dos parâmetros da distribuição Wakeby deve ser feita de tal forma que resulte numa "típica" distribuição de extremos. Por exemplo, Damázio e Kelman (1983) sugeriram para representar as vazões máximas padronizadas para a Bacia do Rio Doce os parâmetros:  $a = 0,27069736$ ;  $b = 0,30264885$ ;  $c = 10,75177772$ ;  $d = 29,4715988$  e  $e = 0,01511782$ ; que resulta num valor esperado de 1,00, desvio padrão de 0,49, assimetria de 1,76 e curtose de 8,44.

Damázio, Moreira, Costa e Kelman (1983) geraram uma amostra sintética com 100000 valores, que foi seguidamente dividida em sub-amostras de  $n = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50$  e 60 valores. Para cada sub-amostra foram ajustadas as 10 distribuições usualmente adotadas em análise de frequência de cheias, mencionadas anteriormente. O método adotado para estimação dos parâmetros foi o dos momentos, com excessão da Wakeby, onde usou-se o método dos "probability weighted moments". Para cada tempo de retorno e tamanho de sub-amostra, as distribuições teóricas foram comparadas com base no erro médio absoluto padronizado:

$$EMA(T) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{\bar{x}_T(i) - x_T}{x_T} \right| \quad (2.9)$$

O valor esperado de  $\frac{\bar{x}_T(i)}{x_T}$  foi estimado por

$$MED(T) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\bar{x}_T(i)}{x_T} \quad (2.10)$$

e as estimativas das probabilidades de sub e superdimensionamento maior e menor que 10%, definidas por

$$PSUB = P \left[ \frac{\bar{x}_T(i)}{x_T} \leq 0,9 \right] \quad (2.11)$$

$$PSUP = P \left[ 1,1 < \frac{\bar{x}_T(i)}{x_T} \right] \quad (2.12)$$

TEMPO DE RECORRENCIA	DESCRITORES	DISTRIBUIÇÃO									
		N	LN	LN3	EXP	GAM	P3	LP3	GU	GEV	WAK
T=10 ( $x_T = 1.62$ )	MED	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	0.98	0.70	0.99	1.00	0.98
	EMA	0.13	0.12	0.13	0.13	0.13	0.14	0.38	0.13	0.12	0.12
	PSUB	0.32	0.28	0.31	0.30	0.28	0.30	0.58	0.30	0.28	0.33
	PSUP	0.21	0.21	0.23	0.22	0.24	0.22	0.14	0.22	0.23	0.21
T=100 ( $x_T = 2.70$ )	MED	0.77	0.95	0.84	0.99	0.89	0.90	0.65	0.81	0.91	1.02
	EMA	0.24	0.17	0.22	0.16	0.19	0.22	0.52	0.17	0.20	0.22
	PSUB	0.83	0.45	0.66	0.35	0.58	0.53	0.59	0.53	0.54	0.37
	PSUP	0.03	0.22	0.11	0.26	0.14	0.19	0.24	0.15	0.18	0.34
T=1000 ( $x_T = 3.82$ )	MED	0.64	0.96	0.76	0.98	0.87	0.86	0.73	0.86	0.87	1.20
	EMA	0.36	0.21	0.30	0.18	0.25	0.28	0.65	0.20	0.28	0.44
	PSUB	0.96	0.47	0.77	0.40	0.71	0.63	0.57	0.63	0.62	0.38
	PSUP	0.00	0.26	0.09	0.26	0.10	0.18	0.32	0.11	0.20	0.45
T=10000 ( $x_T = 4.98$ )	MED	0.58	0.98	0.71	0.97	0.76	0.83	0.88	0.83	0.87	1.64
	EMA	0.45	0.25	0.36	0.19	0.29	0.33	0.81	0.22	0.36	0.93
	PSUB	0.99	0.46	0.82	0.43	0.77	0.66	0.54	0.69	0.64	0.39
	PSUP	0.00	0.30	0.09	0.25	0.08	0.18	0.37	0.09	0.22	0.50

TABELA 2.1

Precisão das diversas distribuições de probabilidades quando ajustadas a 5000 amostras sintéticas, produzidas com base nas vazões do Rio Doce, de comprimento igual a 20 anos. População com valor esperado igual a 1,00, desvio padrão igual a 0,49, assimetria igual a 1,76 e curtose igual a 8,44.

A tabela 2.1 é um exemplo típico dos resultados encontrados para a distribuição da Bacia do Rio Doce ( $n = 20$ ). Quando se trata de estimar vazões com períodos de retorno da ordem de grandeza do registro, vários métodos se equivalem. Já para períodos de retorno maiores existe uma maior definição para a escolha de uma distribuição. Chamou atenção o baixo desempenho apresentado pela distribuição log-Pearson tipo III. Pode-se afirmar que, com base no erro médio absoluto, para grandes tempos de recorrência, a distribuição exponencial de dois parâmetros (estimados pelo método dos momentos) foi a grande vencedora. Deve-se ressaltar que a distribuição Wakeby, apesar de ser a "verdadeira", deu maus resultados devido à variação amostral da estimação local, isto é, da estimação feita sem utilização do método de regionalização (item II.4). A distribuição Gumbel (extremos tipo I) revelou um comportamento robusto, com erros em média 2 a 3% superiores aos erros fornecidos pela distribuição exponencial.

A Figura 2.5 ilustra o desempenho obtido com o uso da distribuição exponencial para um "cenário" representativo das vazões extremas da Bacia do Rio Doce.

Pode-se questionar a generalidade de resultados encontrados para um "cenário" (ou "distribuição verdadeira")  $F_Y(y)$  definido a partir dos valores regionais da Bacia do Rio Doce. Por esta razão, Damázio (1984), escolheu doze distribuições Wakeby para fazerem o papel de  $F_Y(y)$ , definindo os parâmetros de forma que as assimetrias e a curtoses fossem da ordem de grandeza dos valores regionais (item II.4), calculados para algumas bacias brasileiras, segundo a figura 2.6. Em todos os casos o autor adotou para  $Y$  o valor esperado igual à unidade e o coeficiente de variação igual a 0,49, para coincidir com os valores adotados no estudo anterior, da Bacia do Rio Doce. A tabela 2.2 mostra alguns resultados típicos encontrados. Nota-se que para os doze cenários testados, o uso da distribuição exponencial (2 parâmetros) para a estimativa de vazões milenares apresentou os resultados mais confiáveis em 11 deles. Apenas no cenário Wakeby-1, a distribuição Gumbel apresenta alguma vantagem, mas

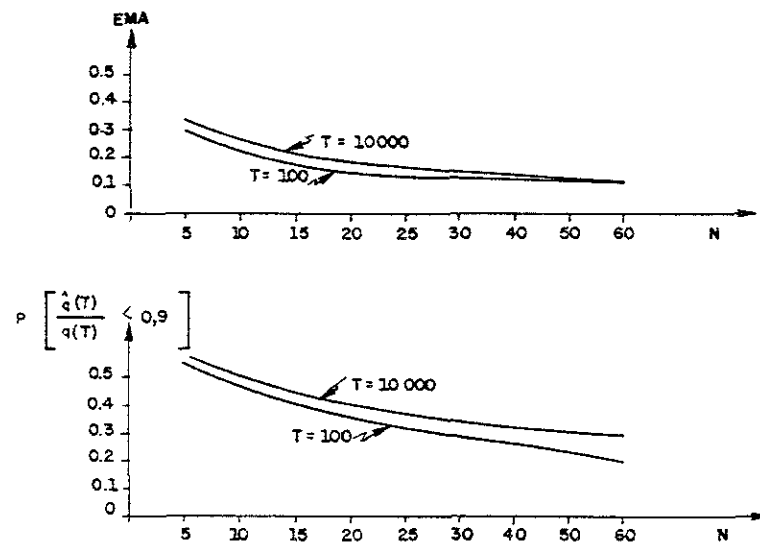


FIGURA 2.5 EFEITO DO TAMANHO DA AMOSTRA NA DETERMINAÇÃO DE VAZÕES EXTREMAS ATRAVÉS DA DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

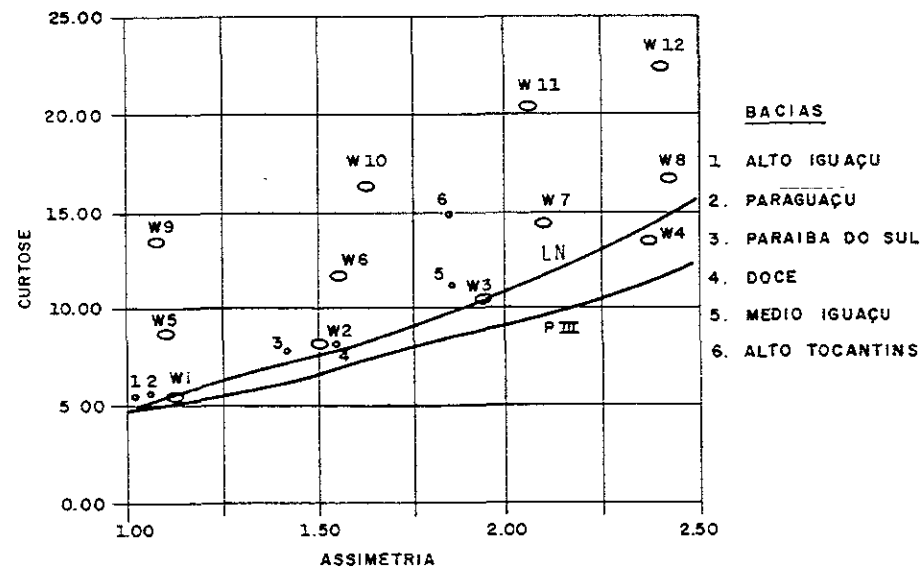


FIGURA 2.6 - ASSIMETRIA E CURTÓSE DAS DISTRIBUIÇÕES UTILIZADAS COMO "CENÁRIOS"  $F_Y(.)$  (DAMÁZIO, 1984 b)

$F_Y(y)$	n=15				n=40			
	T=1000		T=10000		T=1000		T=10000	
	GUB	EXP	GUB	EXP	GUB	EXP	GUB	EXP
1	0,16	0,19	0,17	0,19	0,10	0,14	0,11	0,14
2	0,20	0,18	0,25	0,20	0,15	0,12	0,21	0,13
3	0,24	0,21	0,30	0,24	0,19	0,14	0,26	0,17
4	0,28	0,24	0,35	0,28	0,23	0,17	0,31	0,22
5	0,15	0,16	0,25	0,17	0,11	0,12	0,22	0,13
6	0,23	0,19	0,33	0,25	0,19	0,13	0,30	0,20
7	0,26	0,22	0,36	0,29	0,22	0,16	0,33	0,24
8	0,29	0,24	0,39	0,32	0,25	0,18	0,36	0,27
9	0,19	0,16	0,32	0,24	0,15	0,11	0,30	0,20
10	0,22	0,18	0,36	0,27	0,19	0,13	0,33	0,24
11	0,26	0,21	0,39	0,31	0,22	0,16	0,37	0,28
12	0,28	0,23	0,41	0,33	0,24	0,17	0,38	0,29

Tabela 2.2 - Típicos valores de EMA (T)

$F_Y(.) = 12$  Wakebys

$G_Y(.) =$  Gumbel e Exponencial, ambos estimados pelo método dos momentos.

a perda de eficiência ao se usar a distribuição exponencial neste caso é pequena. (Damázio, 1984). Em nenhum caso a distribuição  $G_Y(y)$  vencedora deixou de ser Gumbel ou exponencial. Apenas o método dos momentos é que foi utilizado, embora o método de máxima verossimilhança seja considerado superior ao dos momentos. Entretanto esta superioridade é em geral verdadeira, desde que a distribuição  $G_Y(y)$  tenha a mesma forma de  $F_Y(y)$ . Quando isto não sucede, como no caso em tela, os resultados do método da máxima verossimilhança são por vezes pouco confiáveis.

Fill (1986) realizou um estudo semelhante, adotando para  $F_Y(y)$  a distribuição log-normal de três parâmetros, e para  $G_Y(y)$  as distribuições log-normal de dois parâmetros, Gumbel e exponencial de dois parâmetros. Os parâmetros de  $F_Y(y)$  foram selecionados de forma a cobrir um domínio para os coeficientes de variação e de assimetria compatível com os valores de alguns rios do SuleSudeste. A tabela 2.3 mostra a classificação dos 3 métodos no que diz respeito a EMA (10000), para os 15 cenários analisados. Nota-se que quando a assimetria é superior a 1,5 a distribuição exponencial fornece sistematicamente os melhores resultados. Já para valores moderados de assimetria, a distribuição Gumbel tem um desempenho melhor.

Walker (1986) também conclui pela superior robustez das distribuições exponencial e Gumbel em relação às demais distribuições usualmente empregadas em análise de frequência de cheias. Walker, ao contrário dos autores anteriores, interessou-se por um tempo de recorrência moderado (T=100) e introduziu em seu estudo de Monte Carlo o efeito dos erros de medição de vazão.

CENÁRIOS		GUB	EXP	LN2
COEFICIENTE ASSIMETRIA	COEFICIENTE VARIAÇÃO			
0,2	0,3	2	3	1
	0,6	1	2	3
0,5	0,3	2	3	1
	0,6	1	2	3
1,0	0,3	1	3	2
	0,6	1	2	3
1,5	0,3	2	1	3
	0,6	2	1	3
	0,9	2	1	3
2,0	0,3	2	1	3
	0,6	3	1	2
	0,9	2	1	3
2,5	0,3	2	1	3
	0,6	3	1	2
	0,9	3	1	2

Tabela 2.3 - Classificação das distribuições Gumbel, exponencial e log-normal 2 parâmetros, com relação a EMA (10000)

### II.3 Estimação de Parâmetros

Admitindo-se que uma distribuição de probabilidades já tenha sido escolhida para modelar as vazões máximas anuais, res a questão de como estimar os seus parâmetros. Coerentemente com a seção anterior, apenas as distribuições exponencial e Gumbel serão examinadas. Ao leitor interessado em outras distribuições sugere-se a consulta a Kite (1977).

A distribuição exponencial é caracterizada por:

$$P(Y \leq y) = F_Y(y) = 1 - \exp(-a(y-b)), \quad y \geq b \quad (2.13)$$

$$F_Y(y) = 0, \quad y < b$$

ou

$$f_Y(y) = \frac{\partial F_Y(y)}{\partial y} = a \exp(-a(y-b)), \quad y \geq b \quad (2.14)$$

$$f_Y(y) = 0, \quad y < b$$

A distribuição Gumbel é caracterizada por:

$$P(Y \leq y) = F_Y(y) = \exp(-\exp(-c(y-d))), \quad -\infty \leq y \leq \infty \quad (2.15)$$

ou

$$f_Y(y) = \frac{\partial F_Y(y)}{\partial y} = c \exp(-c(y-d) - \exp(-c(y-d))), \quad -\infty \leq y \leq \infty \quad (2.16)$$

onde

(a,b) e (c,d) são parâmetros

O valor esperado e a variância de Y são:

Distribuição exponencial

$$E(Y) = \mu = a^{-1} + b \quad (2.17)$$

$$\text{var}(Y) = \sigma^2 = a^{-2}$$

ou seja

$$a = \sigma^{-1}$$

$$b = \mu - \sigma \quad (2.18)$$

Distribuição Gumbel

$$\mu = d + 0,5772 c^{-1} \quad (2.19)$$

$$\sigma^2 = 1,5832 c^{-2}$$

ou seja

$$c = 1,2825 \sigma^{-1}$$

$$d = \mu - 0,4500 \sigma \quad (2.20)$$

A vazão com T anos de recorrência  $x_T$  é calculada resolvendo-se a equação:

$$P(Y > x_T) = 1 - F_Y(x_T) = T^{-1} \quad (2.21)$$

No caso da exponencial tem-se:

$$\begin{aligned} x_T &= b - a^{-1} \log T^{-1} = \mu + \sqrt{\sigma^2} [-(1 + \log T^{-1})] \\ &= \mu + \sqrt{\sigma^2} K_E(T) \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde log significa logaritmo neperiano e o fator de



freqüência para a exponencial é dado por

$$K_E(T) = -(1 + \log T^{-1}) \quad (2.23)$$

No caso da Gumbel tem-se

$$\begin{aligned} x_T &= d - c^{-1} (\log (-\log(1 - T^{-1}))) = \\ &= \mu + \sqrt{\sigma^2} [- (0,4500 + 0,7797 \log(-\log(1 - T^{-1}))) ] \\ &= \mu + \sqrt{\sigma^2} K_G(T) \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde o fator de freqüência para a Gumbel é dado por

$$K_G(T) = - (0,4500 + 0,7797 \log (-\log(1 - T^{-1}))) \quad (2.25)$$

O uso das equações 2.23 e 2.25 permite construir a seguinte tabela para os fatores de freqüência.

T	$K_E(T)$	$K_G(T)$
10	1,30	1,30
100	3,61	3,14
1000	5,91	4,94
10000	8,21	6,73

Tabela 2.4 - Fatores de freqüência para as distribuições exponencial e Gumbel

#### Método dos momentos

Dada uma amostra  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  os momentos amostrais são definidos por

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.26)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.27)$$

Outras expressões são utilizadas para o cálculo de  $\bar{y}$  e  $s^2$  quando se procede a uma análise regional (veja item II.4).

A utilização do método dos momentos para estimar  $x_T$  é feita substituindo-se os valores de  $\mu$  e  $\sigma^2$  nas equações (2.22) e (2.24) respectivamente por  $\bar{y}$  e  $s^2$ , obtendo-se  $\hat{x}_T$ . Eventualmente  $\hat{x}_T < x_T$ , isto é, o tempo de recorrência real é inferior ao desejado (sub-dimensionamento). Uma maneira de evitar esta possibilidade consiste em estabelecer um intervalo de confiança para  $x_T$ , a partir da distribuição de probabilidades de  $\hat{x}_T$ . Esta distribuição é no entanto de difícil derivação analítica.

Um primeiro nível de aproximação para o intervalo de confiança para  $x_T$  é alcançado assumindo-se que  $x_T$  tem distribuição normal. Neste caso o limite superior do intervalo de confiança de  $\alpha\%$  é dado por

$$\bar{x}_{T,\alpha} = \bar{x}_T + \bar{\theta} z_\alpha \quad (2.28)$$

onde

$\bar{\theta}$  = estimativa do desvio padrão de  $\hat{x}_T$ , também chamado de erro padrão, e

$z_\alpha$  = quantil  $\alpha$  da normal padrão

O cálculo do erro padrão não pode ser feito analiticamente, o que implica num segundo nível de aproximação: a partir das equações 2.22 e 2.24, nota-se que o estimador para  $x_T$ , através do método dos momentos, resulta em:

$$\hat{x}_T = \bar{y} + \sqrt{S^2} K(T) = r(\bar{Y}, S^2, T) \quad (2.29)$$

Uma expansão em série de Taylor de  $r(\bar{Y}, S^2, T)$  em torno de  $\mu, \sigma^2$  e  $T$ , supondo  $T$  imutável, resulta em:

$$\bar{X}_T \cong r(\mu, \sigma^2, T) + (\bar{Y} - \mu) \frac{\partial r}{\partial \mu} + (S^2 - \sigma^2) \frac{\partial r}{\partial \sigma^2} \quad (2.30)$$

Portanto

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{X}_T) &\cong \text{var}(\bar{Y}) \left(\frac{\partial r}{\partial \mu}\right)^2 + \text{var}(S^2) \left(\frac{\partial r}{\partial \sigma^2}\right)^2 \\ &+ 2 \text{cov}(\bar{Y}, S^2) \left(\frac{\partial r}{\partial \mu}\right) \left(\frac{\partial r}{\partial \sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Mas, caso não se tenha utilizado regionalização (item II.4), os momentos amostras possuem as seguintes propriedades.

$$\text{var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (2.32)$$

$$\text{var}(S^2) \cong \frac{\sigma^4}{n} (\gamma_2 - 1) \quad (2.33)$$

$$\text{cov}(\bar{Y}, S^2) \cong \frac{\sigma^2}{n} \gamma_1 \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \text{coeficiente de assimetria} \quad (2.35) \\ &\text{(Exponencial: 2,00)} \\ &\text{Gumbel: 1,14)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \text{coeficiente de curtose} \quad (2.36) \\ &\text{(Exponencial: 9,00)} \\ &\text{Gumbel: 5,40)} \end{aligned}$$

Da equação (2.22) e/ou (2.24), tem-se

$$\frac{\partial r}{\partial \mu} = 1 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial r}{\partial \sigma^2} = \frac{K(T)}{2 \sqrt{\sigma^2}} \quad (2.38)$$

Substituindo 2.32 a 2.38 em 2.31

$$\text{var}(\bar{X}_T) \cong \frac{\sigma^2}{n} \left[ 1 + \frac{K(T)^2}{4} (\gamma_2 - 1) + K(T) \gamma_1 \right] \quad (2.39)$$

Portanto

$$\theta = \sqrt{\text{var}(\bar{X}_T)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \psi(T) \quad (2.40)$$

onde

$$\psi(T) = \sqrt{1 + \frac{K^2(T)}{4} (\gamma_2 - 1) + K(T) \gamma_1} \quad (2.41)$$

Na prática  $\theta$  é estimado substituindo-se  $\sigma$  na eq. 2.40 por  $s$ . Portanto o limite superior para o intervalo de  $\alpha\%$  de  $x_T$  é:

$$\bar{x}_{T,\alpha} = \bar{y} + s \left[ K(T) + \frac{z_{\alpha} \psi(T)}{\sqrt{n}} \right] \quad (2.42)$$

ou simplesmente

$$\bar{x}_{T,\alpha} = \bar{y} + s g(T, n, \alpha) \quad (2.43)$$

onde

$$g(T, n, \alpha) = K(T) + \frac{\psi(T) z_{\alpha}}{\sqrt{n}} \quad (2.44)$$

As tabelas 2.4 e 2.5 fornecem valores de  $g(T, n, \alpha)$  para diferentes vetores  $(T, n, \alpha)$ .

Uma maneira alternativa para o projetista se precaver contra a possibilidade de sub-dimensionamento consiste em multiplicar a estimativa pontual  $\bar{x}_T$  por um fator de segurança.

$$\bar{x}_{T,\beta} = h \bar{x}_T \quad (2.45)$$

sendo que

$$P(h \bar{x}_T > x_T) = \beta$$

Ao se multiplicar a estimativa pontual  $\bar{x}_T$  pelo fator de segurança  $h$ , "garante-se" com probabilidade igual a  $\beta$  que o alvo atingido será pelo menos superior a  $x_T$ , onde  $\tau < T$ . Naturalmente  $h$  é função de  $T, n, \beta$  e  $\tau$ .

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

T	α	n										
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	∞
10	0.80	2.30	2.01	1.88	1.80	1.75	1.71	1.68	1.65	1.63	1.62	1.30
	0.90	2.81	2.37	2.17	2.06	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.78	
	0.95	3.24	2.67	2.42	2.27	2.17	2.09	2.03	1.98	1.94	1.91	
100	0.80	5.82	5.17	4.88	4.71	4.59	4.51	4.44	4.39	4.34	4.30	3.61
	0.90	6.95	5.97	5.53	5.27	5.10	4.97	4.87	4.78	4.72	4.66	
	0.95	7.89	6.63	6.08	5.75	5.52	5.35	5.22	5.12	5.03	4.96	
1000	0.80	9.36	8.35	7.90	7.63	7.45	7.31	7.21	7.12	7.05	7.00	5.91
	0.90	11.11	9.58	8.91	8.50	8.23	8.03	7.87	7.74	7.64	7.55	
	0.95	12.57	10.62	9.75	9.24	8.88	8.62	8.42	8.26	8.13	8.01	
10000	0.80	12.90	11.52	10.91	10.55	10.30	10.12	9.98	9.86	9.77	9.69	8.21
	0.90	15.27	13.20	12.28	11.74	11.36	11.09	10.88	10.70	10.56	10.44	
	0.95	17.26	14.60	13.43	12.73	12.25	11.90	11.63	11.41	11.22	11.07	

Tabela 2.4 - Função g (T,n,α) para distribuição exponencial

DISTRIBUIÇÃO GUMBEL

T	α	n										
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	∞
10	0.80	2.09	1.86	1.76	1.70	1.66	1.62	1.60	1.58	1.56	1.55	1.30
	0.90	2.50	2.15	1.99	1.90	1.83	1.79	1.75	1.72	1.70	1.68	
	0.95	2.83	2.38	2.18	2.07	1.98	1.93	1.88	1.84	1.81	1.78	
100	0.80	4.62	4.19	3.99	3.88	3.80	3.74	3.70	3.66	3.63	3.60	3.14
	0.90	5.38	4.72	4.43	4.26	4.14	4.05	3.98	3.93	3.88	3.84	
	0.95	6.01	5.17	4.79	4.57	4.42	4.31	4.22	4.15	4.09	4.04	
1000	0.80	7.13	6.49	6.20	6.03	5.91	5.83	5.76	5.71	5.66	5.63	4.94
	0.90	8.24	7.27	6.84	6.59	6.41	6.28	6.18	6.10	6.03	5.98	
	0.95	9.17	7.93	7.38	7.05	6.83	6.66	6.53	6.43	6.34	6.27	
10000	0.80	9.63	8.78	8.41	8.18	8.03	7.91	7.83	7.75	7.70	7.65	6.73
	0.90	11.11	9.82	9.25	8.92	8.68	8.51	8.38	8.27	8.19	8.11	
	0.95	12.34	10.69	9.97	9.53	9.24	9.02	8.85	8.71	8.60	8.50	

Tabela 2.5 - Função g (T,n,α) para distribuição Gumbel

Pode-se mostrar que:

$$h = h^* (\mu + \sigma K(T)) (h^*(\mu - \sigma) + \sigma (1 + K(T)))^{-1} \quad (2.46)$$

onde

$h^*$  é o fator de segurança quando  $\mu = \sigma = 1$

Kelman e Damázio (1985) realizaram estudos de Monte Carlo para  $T = 10000$  anos e  $\tau = 100$  anos e  $\beta = 0,90$ . Ou seja, os autores procurarem o fator de segurança que garantisse que, ao se almejar a vazão decamilenar, sô houvesse uma probabilidade igual a 10% de, "por azar", atingir um valor abaixo da centenária. Para este caso particular, o fator de segurança  $h^*$  sô varia com n, conforme aparece na tabela 2.6. Estes valores associados às equações (2.22) e (2.24), (2.45) e (2.46) permitem que se estime  $\bar{X}_{T,\beta}$ , substituindo-se  $\mu$  e  $\sigma^2$  por  $\bar{y}$  e  $s^2$ .

Método da máxima verossimilhança

A utilização do método de máxima verossimilhança para estimar os parâmetros é feita maximizando-se a função  $\prod_{i=1}^n f_Y(y_i)$  com relação aos parâmetros.

No caso da distribuição exponencial obtém-se

$$\bar{a} = (\bar{y} - m \ln y_i)^{-1} \quad (2.47)$$

$$b = m \ln x_i$$

No caso da distribuição Gumbel obtém-se

$$u(\bar{c}) = \bar{c}^{-1} - \bar{y} + \sum y_i \exp(-\bar{c} y_i) / (\sum \exp(-\bar{c} y_i)) = 0$$

$$\bar{d} = \bar{c}^{-1} \log(n (\sum \exp(-\bar{c} y_i))^{-1}) \quad (2.48)$$

As equações 2.48 não comportam solução analítica. A resolução numérica, pelo método de Newton, implica que a estimativa de ordem (j+1) para c seja obtida a partir da estimativa de ordem j.

$$\bar{c}_{j+1} = \bar{c}_j - \frac{u(\bar{c}_j)}{u'(\bar{c}_j)} \quad (2.49)$$

onde

$$u'(\bar{c}_j) = \left. \frac{du(c)}{dc} \right|_{\bar{c}_j} \quad (2.50)$$

$$u'(\bar{c}_j) = -\bar{c}_j^{-2} - (\sum y_i^2 \exp(-\bar{c}_j y_i)) / (\sum \exp(-\bar{c}_j y_i)) + ((\sum y_i \exp(-\bar{c}_j y_i)) / (\sum \exp(-\bar{c}_j y_i)))^2$$

Interrompe-se o processo iterativo quando  $u(c_{j+1})$  já está suficientemente próximo de zero.

Pode-se tentar evitar o sub-dimensionamento de  $x_T$  construindo-se intervalos de confiança, como se faz com o método dos momentos. Das equações (2.22) e (2.24) tem-se que

Exponencial

$$\bar{x}_T = \bar{B} - \bar{A}^{-1} \log T^{-1} = r(\bar{A}, \bar{B}, T) \quad (2.51)$$

Gumbel

$$\bar{x}_T = \bar{D} - \bar{C}^{-1} (\log(-\log(1-T^{-1}))) = r(\bar{C}, \bar{D}, T) \quad (2.52)$$

Uma expansão em série de Taylor, análoga a equação 2.30 poderia ser realizada. Neste caso seria necessário que se conhecesse a matriz de covariância  $2 \times 2$  dos estimadores  $(\bar{A}, \bar{B})$ , no caso exponencial, e  $(\bar{C}, \bar{D})$ , no caso Gumbel. Assintoticamente (quando  $n \rightarrow \infty$ ) estas matrizes convergem para, exemplificando no caso exponencial:

$$\text{cov}(\bar{A}, \bar{B}) = \{-E(H(\bar{A}, \bar{B}))\}^{-1} \quad (2.53)$$

onde

H é a matriz hessiana, definida como

$$H = \begin{bmatrix} \partial^2 LL / \partial a^2 & \partial^2 LL / \partial a \partial b \\ \partial^2 LL / \partial a \partial b & \partial^2 LL / \partial b^2 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

e LL é o logaritmo da função verossimilhança. Kite (1977) desenvolve esta abordagem para o caso de diversas distribuições, inclusive a Gumbel.

Ashkar Bobée e Fortier (1986) argumentam que estas técnicas conduzem a intervalos de confiança pouco confiáveis. Para a distribuição exponencial, Lawless (1982) descreve um procedimento mais preciso e mais simples para o limite superior do intervalo de  $\alpha\%$  de  $x_T$ , cujo resultado final pode ser resumido nas seguintes expressões:

$$\bar{x}_{T,\alpha} = \bar{b} + \bar{a} j(T, n, \alpha) \quad (2.55)$$

onde

$$j(T, n, \alpha) = -(\xi + z_{1-\alpha} (\tau^2 n^{-1} + n^{-2})^{1/2}) \quad (2.56)$$

$$\xi = (1 + n \log T^{-1}) (n-2, 5)^{-1} \quad (2.57)$$

A tabela 2.7 compara  $\bar{x}_{T,\alpha}$ , obtido tanto a partir do método dos momentos (eq. 2.43) quanto a partir do método da máxima verossimilhança (eq. 2.55), com  $\bar{x}_{T,\beta}$ , obtido a partir do coeficiente de segurança (eq. 2.45). A tabela foi elaborada para o caso particular da distribuição exponencial,  $T = 10000$ ,  $\tau = 100$ ,  $\alpha = 0,90$ ;  $\beta = 0,99$  e assumindo-se que, por coincidência, o método dos momentos e o da máxima verossimilhança tenham conduzido a idênticas estimativas para os parâmetros:  $\bar{a}=1$ ,  $\bar{b}=0$  (ou seja  $\bar{\mu} = \bar{\sigma} = 1$ ). O uso da equação 2.22 conduz a uma estimativa pontual  $\bar{x}_T = 9,21$ .

Tabela 2.6 - Fator de Segurança  $h^*$ , para  $T=10000, \tau=100, \beta=0,99$

EXPONENCIAL			GUMBEL		
n	$h^*$	n	$h^*$	n	$h^*$
4	3,98	11	1,46	18	1,11
5	2,86	12	1,36	19	1,09
6	2,26	13	1,34	20	1,07
7	2,03	14	1,24	21	1,02
8	1,77	15	1,21	22	1,01
9	1,61	16	1,17	23	1,00
10	1,57	17	1,15	24	1,00

Tabela 2.7 - Comparação entre  $\bar{x}_{T,\alpha}$  e  $\bar{x}_{T,\beta}$

n	$\bar{x}_{T,\alpha}$		$\bar{x}_{T,\beta}$
	MOM	MV	
5	16,27	28,34	26,34
10	14,20	17,07	14,46
15	13,29	14,60	11,14
20	12,74	13,47	9,85
25	12,37	12,80	9,21
30	12,09	12,35	9,21
35	11,88	12,03	9,21
40	11,71	11,78	9,21
45	11,56	11,59	9,21
50	11,44	11,43	9,21
$\infty$	9,21	9,21	9,21

#### II.4 Regionalização

Quando o local de instalação do aproveitamento hidrelétrico for desprovido de um registro fluviométrico longo, é usual que se procure diminuir a variação amostral na estimação de  $x_T$  através do uso dos registros provenientes de outros postos da região, suposta hidrológicamente homogênea. A delimitação de tal região é um tema sobre o qual não há ainda um procedimento que tenha aceitação geral. Pode-se defini-la como sendo uma região que apresente uniformidade de clima, de solo, de vegetação e de topografia. O nível de tolerância para o que se possa chamar de "uniforme" é uma questão que frequentemente divide os hidrólogos. Devido à sempre existente variabilidade espacial destes fatores, regiões hidrológicamente homogêneas não devem se estender por grandes áreas. Por outro lado, se a região for muito restrita, ela não conterá uma quantidade suficiente de registros fluviométricos. Em geral a delimitação de região hidrológicamente homogênea se processa a partir do conhecimento que tem o hidrólogo a respeito do regime dos rios na área de interesse. Por exemplo, se a permeabilidade do solo variar significativamente na área de drenagem ao longo da seção longitudinal do rio, possivelmente seria feita a sub-divisão da bacia hidrográfica em pelo menos duas regiões. Entretanto o efeito da diminuição do número de séries em cada região, quando comparado com a região única, pode adquirir tamanho significativo que seja preferível não subdividir a bacia (Kelman e Damázio (1983)).

Existem diversas maneiras de se proceder à transferência de informação dos postos fluviométricos existentes na região para o local de interesse. Os dados básicos disponíveis são os valores de máximo anual  $y_{i,j}$ , onde  $i$  é o índice do ano e  $j$  o índice do posto, e as variáveis  $z_{k,j}$ , onde  $k$  é o índice da característica fisiográfica/climatológica considerada. Por exemplo  $z_{1,j}$  pode ser a área de drenagem do  $j$ -ésimo posto,  $z_{2,j}$  a precipitação média anual,  $z_{3,j}$  a declividade média, etc.. Esquematicamente pode-se agrupar as técnicas de regionalização em quatro categorias:

i) Para cada posto  $j$  ajusta-se uma distribuição de probabilidades para os máximos anuais, que permite estimar o pico de cheia com tempo de recorrência  $T$ ,  $x_{Tj}$ . Efetua-se uma regressão das variáveis  $x_{Tj}$  nas variáveis  $z_{k,j}$  obtendo-se uma equação do tipo  $x_T = f(z)$ .

ii) Para cada posto calcula-se a média das vazões máximas  $\bar{y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} y_{i,j}$ , o que permite a padronização dos  $y_{i,j}$ :  $y'_{i,j} = \frac{y_{i,j}}{\bar{y}_j}$ . Cada série  $y'_{i,j}$ ,

$i = 1, 2, \dots, n_j$ , é utilizada para a construção da distribuição acumulada empírica de probabilidades. Como se sabe, esta distribuição é o gráfico que relaciona cada  $y'_{i,j}$  com a correspondente "posição de plotagem". Por exemplo, a de Gringorten definida como  $\frac{m_{ij} - 0,44}{n_j + 0,12}$ , onde  $m_{ij}$  é o número dos elementos

$y'_{rj}$ ,  $r = 1, 2, \dots, n_j$  menores ou iguais a  $y'_{i,j}$ . O eixo dos  $y$  é então dividido em intervalos, por exemplo  $(-1,5; -1,2)$ ,  $(-1,2; -0,9)$ , etc.. A cada intervalo corresponderá um ponto com coordenadas iguais às médias das coordenadas de todos os pontos que caíam no intervalo. Unindo-se os pontos assim obtidos obtêm-se uma distribuição regional para  $y$  que permite a estimação de  $x'_T$ , contando que  $T$  seja da ordem de grandeza dos registros disponíveis. Para permitir extrapolações, tem-se que ajustar uma distribuição paramétrica aos pontos representativos dos intervalos de classe. Em ambas possibilidades obtêm-se diretamente  $x'_T$ , que é a vazão padronizada com  $T$  anos de tempo de recorrência. A estimação de  $x_T$  para o local de interesse digamos ponto  $p$ , se faz multiplicando  $x'_T$  por  $\bar{y}_p$ . Caso não hajam registros  $y_{i,p}$  no posto  $p$ , ou caso sejam curtos ( $n_p$  pequeno), pode-se lançar mão de uma equação de regressão que relacione

as variáveis  $\bar{y}_j$  nas variáveis  $z_{k,j}$ ,  $\bar{y} = g(z)$ . Este método é recomendado por NERC (1975).

iii) Admita que a série  $y'_{i,j}$  já esteja ordenada, isto é,  $y'_{1,j} < y'_{2,j} < \dots$ . A estimação da distribuição regional pode ser feita através dos momentos ponderados pelas probabilidades para cada posto  $J$ ,

$$M_{r,j} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} y'_{i,j} \left(1 - \frac{i - 0,35}{n_j}\right)^r. \text{ As médias}$$

$$\text{ponderadas } M_r = \frac{\sum_{j=1}^u \frac{n_j M_{rj}}{\sum_{j=1}^u n_j}, \text{ onde } u \text{ é o número de}$$

postos, são então utilizadas para estimar os parâmetros da distribuição de probabilidades selecionadas. Wallis (1980) recomenda a adoção deste método para definir a distribuição Wakeby, de cinco parâmetros. Novamente  $x_T = x'_T \bar{y}_j$ , onde  $\bar{y}_j$  pode ser estimado diretamente dos dados do posto  $j$  ou através da regressão  $\bar{y} = g(z)$ .

iv) A distribuição regional pode ser ajustada a parâmetros adimensionais que tenham sido estimados levando em consideração todos os dados disponíveis, e não apenas os do posto em questão. Nos EUA é prática comum adotar a distribuição log-Pearson tipo III em que a assimetria dos logaritmos dos máximos anuais é retirada de mapas especialmente construídos para este fim (Comitê de Hidrologia do Water Resources Council, 1977). Alternativamente pode-se estimar o coeficiente de variação regional como sendo

$$CV = \left( \frac{\sum_{j=1}^u \frac{n_j}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} \left( \frac{y_{ij} - \bar{y}_j}{\bar{y}_j} \right)^2}{\sum_{j=1}^u n_j} \right)^{0,5} \quad (2.58)$$

o que permite calcular o coeficiente de assimetria regional como sendo

$$ASS = \frac{\left( \sum_{j=1}^u \frac{n_j^2}{(n_j - 1)(n_j - 2)} \sum_{i=1}^{n_j} \left( \frac{y_{ij} - \bar{y}_j}{CV\bar{y}_j} \right)^3 \right)}{\sum_{j=1}^u n_j} \quad (2.59)$$

Os métodos (ii), (iii) e (iv) diferem na maneira com que a distribuição regional padronizada é estimada. Têm em comum o fato de que é em geral necessário a utilização de uma função do tipo  $\bar{y} = g(z)$ . Gomide (1979) apresenta uma visão das hipóteses que podem ser feitas para a definição da função  $g(\cdot)$ , quando a escolha fica restrita à usual categoria dos modelos lineares. Matalas e Gilroy (1968) estabelecem as condições em que é preferível utilizar o estimador  $\bar{y}_j = g(z_j)$ , em vez de simplesmente a média amostral  $\bar{y}_j = \frac{1}{n_j} \sum y_{ij}$  (quando esta é disponível). De uma maneira geral, pode-se afirmar que existem as seguintes dificuldades na definição da função  $g(\cdot)$

- a) Os valores de população não dependem apenas das variáveis  $\{z\}$  consideradas. Isto é, mesmo que os momentos  $\mu_j = E(\bar{y}_j)$  fossem perfeitamente conhecidos, ainda assim a função  $g(\cdot)$  não conteria todos os pontos  $\mu_j$ . Por exemplo, na figura 2.5 os postos 2 e 3 têm a mesma característica fisiográfica/climática  $z$ , mas  $\mu_2 \neq \mu_3$ . Tudo que se pode dizer é  $g(z)$  é igual a

$$\frac{1}{r} \sum_{j=1}^r \mu_j(z) \quad (2.60)$$

onde  $r$  é o número de postos na região que possuem a característica  $z$ .

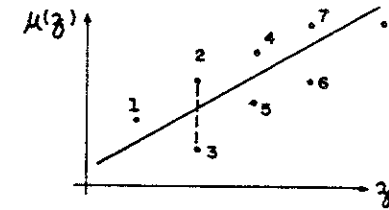


Figura 2.5 - VARIACÃO DA MÉDIA DAS VAZÕES EXTREMAS COM CARACTERÍSTICAS FISIográfICAS

- b) São se tem medições em número finito de locais que formam um subconjunto do número total de locais da região que possuem uma particular característica  $z$ . Por exemplo, na figura acima a exclusão de  $\mu_3$  fará com que  $g(z)$  fique equivocadamente muito alta.
- c) Em cada local não se tem  $\mu_j$  (valor de população) e sim uma estimativa  $y_j$ . A variância do correspondente estimador varia inversamente com  $n_j$ , o que significa que os diferentes  $\bar{y}_j$  são mais ou menos precisos em função do comprimento da série correspondente (assumindo que a variância dos máximos anuais padronizados dos diversos postos seja uma constante).
- d) Os estimadores  $\bar{y}_j$  e  $\bar{y}_k$  são variáveis aleatórias dependentes para  $j \neq k$ . Isto é, a incerteza em  $g(\cdot)$  é maior do que seria caso os estimadores fossem independentes. Gomide (1979) deriva expressões que permitem quantificar este efeito, que revela uma situação paradoxal relativamente à regionalização: de um lado, seria desejável que os postos de uma região tivessem caracte-

rísticas hidrometeorológicas o mais semelhantes possível; de outro lado seria desejável que os máximos anuais dos vários postos fossem variáveis aleatórias independentes.

Damázio, Fuks e Kelman (1983), efetuando um estudo de regionalização para máximos anuais do Rio Tocantins, concluíram ser o item (a) o mais relevante para tornar  $g(.)$  um estimador de baixa confiabilidade. Na realidade estes autores verificaram que se a série histórica de um determinado local desta bacia fosse superior a apenas dois anos, já seria preferível utilizar a média aritmética local e não a função  $g(.)$ . Tucci, Albuquerque, Silveira e Sanchez (1983) assumiram valores similares para o Rio Paraguai baseados nos estudos efetuados pela N.E.R.C. (1975). É portanto da maior importância que campanhas hidrométricas sejam imediatamente estabelecidas tão logo se conjecture que um determinado local poderá vir a ser escolhido para construção de um aproveitamento hidrelétrico. O lapso de tempo entre esta hipótese inicial e início da obra é em geral mais do que suficiente para que a informação coletada tenha mais importância, para o local específico, do que todas as demais séries existentes no restante da bacia. Esta recomendação é reforçada pela possibilidade de se estender o registro fluviométrico através do uso de um modelo chuva x vazão, desde que um curto registro simultâneo pluviométrico e fluviométrico esteja disponível, conforme se verá no capítulo V.

## II.5 Marcas de Cheias

Registros fluviométricos curtos implicam em estimativas pontuais para  $x_T$  com grande margem de erro. Como as consequências de um sub-dimensionamento ( $\bar{x}_T < x_T$ ) são em geral mais graves do que a de um super-dimensionamento, convém somar a  $\bar{x}_T$  um intervalo de confiança ou multiplicar  $\bar{x}_T$  por um fator de segurança (seção II.3). Este acréscimo na estimativa de  $x_T$  será tão maior quanto mais curto for o registro fluviométrico. Naturalmente, quanto maior for a diferença ( $\bar{x}_T > x_T$ ), maior terá sido o desperdício econômico no dimensionamento das estruturas hidráulicas.

Este desperdício pode ser diminuído utilizando-se um modelo chuva-vazão para estender o registro fluviométrico a partir de registros fluviométricos que antecedam a instalação da regua, (capítulo V), ou utilizando-se as técnicas de regionalização discutidas no item II.4. Alternativamente, pode-se estender o registro fluviométrico utilizando as marcas deixadas pelas cheias excepcionais.

Na China marcas de cheias relativas a eventos que ocorreram séculos atrás são interpretadas em termos de magnitude e frequência, com o propósito de ajudar no dimensionamento de obras importantes. Por exemplo, o vertedor da barragem Gezhouba, no Rio Yangtze, um empreendimento de 2,4 bilhões de dólares, foi projetado levando em consideração as cheias ocorridas nos anos de 1153, 1227, 1520, 1560, 1788, 1796, 1860 e 1870 (Baker, Ely, O'Connor e Partridge, 1986). No Ocidente não se tem notícia de projeto algum que tenha utilizado dados tão antigos, embora os ingleses descrevam diversos procedimentos para a recuperação e utilização das marcas de cheias (NERC, 1975) e os norte-americanos desenvolvam intensa atividade científica visando a determinação de cheias que ocorreram por vezes a milhares de anos. (Costa, 1986, Kochei e Baker, 1982).

O uso de marcas de cheias em Hidrologia, um ramo que pode ser chamado de paleohidrologia, se dá a partir de informações que podem ser classificadas como:



- a) Marcas de nível - o rio ao extravasar deixa marca do nível máximo atingido em prédios, pontes, barrancos, etc., que podem ser recuperados a partir de visitas ao local, exame de publicações, fotografias antigas e entrevistas com moradores mais antigos. Cálculos hidráulicos permitem transformar este tipo de informação em estimativa de vazão, desde que se tenha uma boa noção sobre a seção transversal do rio na época do extravasamento e também sobre a rugosidade do canal principal e da planície de inundação. Assim, além do registro sistemático de  $n$  máximos anuais  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , o hidrólogo dispõe de  $j$  máximos  $\{w_1, w_2, \dots, w_j\}$  correspondentes a um período de  $(h-n)$  anos, onde  $h$  é o número de anos em que a "memória" da comunidade alcança. No Brasil  $h$  é tipicamente da ordem de 100 anos. O hidrólogo sabe também que no período anterior à coleta sistemática de dados, os máximos anuais em  $(h-n-j)$  casos foram inferiores a  $u = \min \{w_1, w_2, \dots, w_j\}$ .
- b) Número de extravasamentos - por vezes a informação sobre cada uma das  $j$  maiores cheias ocorridas no período de  $(h-n)$  anos anteriores à instalação do posto fluviométrico resume-se à constatação de que o rio transbordou, sem que se consiga precisar o nível atingido. Isto é, sabe-se que o máximo anual foi  $j$  vezes superior e  $(h-n-j)$  vezes inferiores à vazão de transbordamento.
- c) Depósitos de sedimentos - a avaliação do processo de sedimentação ocorrido no período anterior à instalação do posto fluviométrico permite, em certas circunstâncias, que se estime os níveis correspondentes a cheias excepcionais.

Ao contrário das categorias anteriores, as evidências que levam as estimativas de níveis não dependem da "memória" da comunidade e sim de "registros" de camadas sedimentares que podem corresponder a

longos intervalos de tempo (usualmente  $h \gg 100$  anos). a transformação de níveis em vazão se processa a partir do mesmo tipo de cálculo hidráulico anteriormente mencionado. Evidências sobre inundações são usualmente conseguidas estudando-se depósitos de sedimentos de granulometria muito fina, que são carregados em suspensão. Estes sedimentos só se depositam nos locais onde a velocidade da água é muito pequena. Cada cheia, cujo nível for suficiente para inundar uma camada de sedimentos já existente, irá depositar uma nova camada. A junção de dois rios é um local típico para a deposição destes sedimentos, devido ao remanso causado pela cheia do rio principal no rio afluente, com a conseqüente diminuição da velocidade de escoamento e aumento de nível da água. A época da ocorrência de cada cheia é estimada a partir da análise do material orgânico que compõe estas camadas sedimentares.

- d) Anomalias na vegetação - evidências botânicas sobre inundação são usualmente conseguidas examinando-se cicatrizes nas árvores e/ou características irregulares de crescimento, ocasionados por velocidades de escoamento elevadas, observáveis durante as cheias nos locais em que o efeito de remanso não seja apreciável. A época da ocorrência de cada cheia é determinada a partir da contagem dos anéis de árvore (Hupp, 1986).

Diversos autores tem realizado experiências de Monte Carlo análogas às descritas no item II.2 com o propósito de definir qual o método mais robusto para se estimar  $x_T$  quando se dispõe de um registro sistemático de  $n$  anos e de marcas de cheia correspondentes aos  $(h-n)$  anos anteriores (Tasker e Thomas, 1978; Condie e Lee 1982, Cohn, 1984; Hosking e Wallis, 1985; Damázio

e Kelman, 1986). Vale destacar o trabalho de Cohn (1984) que simulou a existência de marcas de cheia da classe b e o trabalho de Hosking e Wallis (1985), que simulou a existência de erros nas marcas de cheias das classes a/c. Estes autores mostraram que em alguns casos é preferível ignorar dados do período não sistemático. Isto é, quando os erros na estimação das vazões associadas a marcas de cheias são muito elevados, é preferível utilizar apenas o registro  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ .

Damázio e Kelman (1986) se preocuparam com grandes tempos de recorrência, em particular  $T = 10000$  anos, concluindo, da mesma forma que no item II.2, que o erro médio absoluto (EMA (10000), eq. 2.9) foi sempre maior para as distribuições de três parâmetros do que para as distribuições de dois parâmetros. Estes autores reportaram que o erro médio absoluto pode crescer com o aumento da quantidade de informação (maior n) para os casos em que as distribuições de população e de estimação sejam muito diferentes.

#### Método dos momentos

A estimação de parâmetros pelo método dos momentos é feita selecionando-se dos n máximos anuais observados e dos j máximos anuais estimados a partir de marcas de cheias, os k elementos que sejam maiores do que uma "vazão limite", formando um novo conjunto  $\{y'_1, y'_2, \dots, y'_k\}$ , de vazões elevadas. Seja o conjunto complementar, de vazões baixas, definido por  $\{y''_1, y''_2, \dots, y''_{n+j-k}\}$ .

A vazão limite é escolhida de maneira a ser ela maior do que o máximo anual de qualquer dos (h-n-j) anos em que não há medição de vazão, nem marca de cheia. Tipicamente a vazão limite é igual a  $u = \min \{w_1, w_2, \dots, w_j\}$ , na medida em que se não houve marca de cheia num ano qualquer deve ser porque a cheia deste ano foi inferior a qualquer das cheias que deixaram marcas.

O conjunto de vazões baixas, com (n+j-k) elementos, é considerado como sendo também representativo dos máximos anuais dos (h-n-j) anos em que não há medição nem marca. Por esta razão da-se o peso

$$r = 1 + \frac{h - n - j}{n + j - k} = \frac{h - k}{n + j - k} \quad (2.61)$$

para cada um dos elementos do conjunto de vazões baixas e o peso unitário para cada um dos elementos do conjunto de vazões elevadas. Desta maneira a média amostral e o desvio padrão amostral são calculados por

$$\bar{y} = \frac{\sum y'_i + r \sum y''_i}{h} \quad (2.62)$$

$$s = \left( \frac{r \sum (y'_i - \bar{y})^2 + \sum (y''_i - \bar{y})^2}{h-1} \right)^{0,5} \quad (2.63)$$

Os parâmetros são estimados substituindo-se u e o nas equações (2.18) e (2.20) por  $\bar{x}$  e s.

A estimação dos parâmetros pelo método de máxima verossimilhança, quando se dispõe de j marcas de cheia  $\{w_1, w_2, \dots, w_j\}$  é feita maximizando-se a função

$$L_1 = \left( \prod_{i=1}^n f_Y(y_i) \right) \left( \prod_{i=1}^j f_Y(w_i) \right) (F_Y(q))^{h-n-j} \quad (2.64)$$

onde q é a vazão limite

No caso de marcas de cheia da categoria (b), quando apenas se sabe que em j anos a vazão ultrapassou a vazão limite e em (h-n-j) não ultrapassou, a função a ser maximizado é:

$$L_2 = \left( \prod_{i=1}^n f_Y(y_i) \right) [1 - F_Y(q)]^j [F_Y(q)]^{h-n-j} \quad (2.65)$$

Grupando todos os máximos anuais  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  e as  $j$  marcas de cheia  $\{w_1, w_2, \dots, w_j\}$  num único conjunto  $\{z_1, z_2, \dots, z_{n+j}\}$ , a equação 2.64 pode ser re-escrita como

$$L_1 = \prod_{i=1}^{n+j} f_Y(z_i) [F_Y(q)]^{h-n-j} \quad (2.66)$$

As estimativas de máxima verossimilhança são em geral obtidas derivando  $L_1$  em relação a cada um dos parâmetros e igualando a zero. No caso da distribuição exponencial ( $f_Y(y)$  e  $F_Y(y)$ ) dados pelas equações 2.13 e 2.14 este procedimento resulta nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= (\bar{z} - q) \\ \bar{b} &= q + (\bar{z} - q) [\log(n+j) - \log(h)] \end{aligned} \quad (2.67)$$

Se  $\bar{b}$  acima calculado for maior que  $\min\{z_i\}$ , a função  $L_1$  será nula. Logo a maximização de  $L_1$ , neste caso, não ocorre num ponto em que  $\frac{\partial L_1}{\partial \bar{b}}$  seja nulo. Outrossim:

$$\bar{b} = \min\{z_i\}$$

e resolve-se a equação  $\partial L_1 / \partial \bar{a} = 0$ , resultando

$$\bar{a} = (n+j)(1-p)[(1-p) \sum z_i + (h-n-j)p(\bar{b}-q) + (n+j)(1-p)\bar{b}]^{-1} \quad (2.68)$$

onde

$$p = \exp(-\bar{a}(q-\bar{b})) \quad (2.69)$$

Como  $p$  depende de  $\bar{a}$ , a equação 2.68 tem que ser resolvida iterativamente.

No caso da distribuição Gumbel ( $f_Y(y)$  e  $F_Y(y)$ ) dados pelas equações 2.15 e 2.16, a resolução do sistema de equações  $\partial L_1 / \partial c = 0$  e  $\partial L_1 / \partial d = 0$  também tem que ser feita por um processo iterativo, só que um pouco mais complexo (ver por exemplo Damázio e Kelman, 1984).

GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE VAZÕES DIÁRIAS

III.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um método estatístico para a modelagem de cheias que utiliza a totalidade da série de vazões e da série de vazões, e não apenas a coleção de máximos anuais.

A série de vazões afluentes ao local de interesse pode ser vista como sendo o resultado de um "sorteio" efetuado pela Natureza. A série observada ("sorteada") no passado a chamada série histórica, não será exatamente repetida no futuro, razão pela qual é preciso descobrir o mecanismo pelo qual a Natureza executa estes sorteios. Avançar hipóteses sobre as equações que regem este mecanismo é o mesmo que construir um modelo estocástico para as vazões.

Se o modelo estocástico estiver perfeitamente caracterizado, será possível gerar séries sintéticas de vazões. Estas séries sintéticas serão diferentes entre si e também diferentes da série histórica. No entanto, a hipótese subjacente a esta abordagem é que, em lugar da série histórica, qualquer uma das sintéticas poderia ter sido sorteada no passado. O mesmo pode ser dito com relação ao futuro. Vale dizer, assume-se que a série histórica e as séries sintéticas formam um conjunto de elementos igualmente prováveis.

A utilidade das séries sintéticas pode melhor ser apreciada através de um exemplo. Admita que haja interesse em determinar a distribuição de probabilidades dos máximos anuais e que a série histórica tenha  $n$  anos, sendo  $n$  um número pequeno. Uma maneira de resolver este problema é ajustar uma distribuição de probabilidades para a amostra de  $n$  máximos, conforme visto no capítulo II. Outra maneira é utilizar a totalidade da série

histórica, para definir o modelo estocástico. Por sua vez este modelo pode ser utilizado para produzir uma série sintética de  $m$  anos, sendo  $m$  um número tão grande quanto se queira. A distribuição empírica dos  $m$  máximos fornece a resposta desejada, não sendo necessário o ajuste de uma expressão analítica para a distribuição de probabilidades. A figura 3.1 ilustra o procedimento.

A figura mostra também como seria obtida a vazão máxima de tempo de recorrência  $(1-\alpha)^{-1}$ ,  $y_\alpha$ . É interessante observar que se  $y_j^i$  é tal que  $(y_j^i - y_\alpha) \leq (y_i^i - y_\alpha) \Psi_i$ , o  $j$ -ésimo ano da série sintética pode ser utilizado para caracterizar a cheia com o tempo de recorrência selecionado (assumindo que  $m > (1-\alpha)^{-1}$ ). Em outras palavras, a produção de séries sintéticas neste exemplo serve não apenas para obtenção do pico da hidrógrafa de projeto mas também da própria hidrógrafa. Esta característica será particularmente útil na análise de segurança de barragens e na alocação de volume de espera, tópicos a serem abordados no capítulo IV.

A disponibilidade de uma longa série sintética pode dar impressão de que é possível ter confiança absoluta nos resultados encontrados com seu emprego. Entretanto, a utilização de séries geradas não cria informação alguma. Afinal, o processo de seleção de um modelo e de estimação de seus parâmetros é feito, como se verá adiante, a partir de inferência com a série histórica. Portanto, a utilização do modelo estocástico de vazões deve ser encarado simplesmente como uma maneira eficiente de se manipular a informação existente. Se a série histórica for pouco representativa das vazões afluentes ao local de interesse, assim também o serão as séries sintéticas. Esta carência de representatividade pode ocorrer devido a diversas razões, entre elas:

- i) Registro curto, cobrindo uma seqüência de anos atípica, uma seca por exemplo;

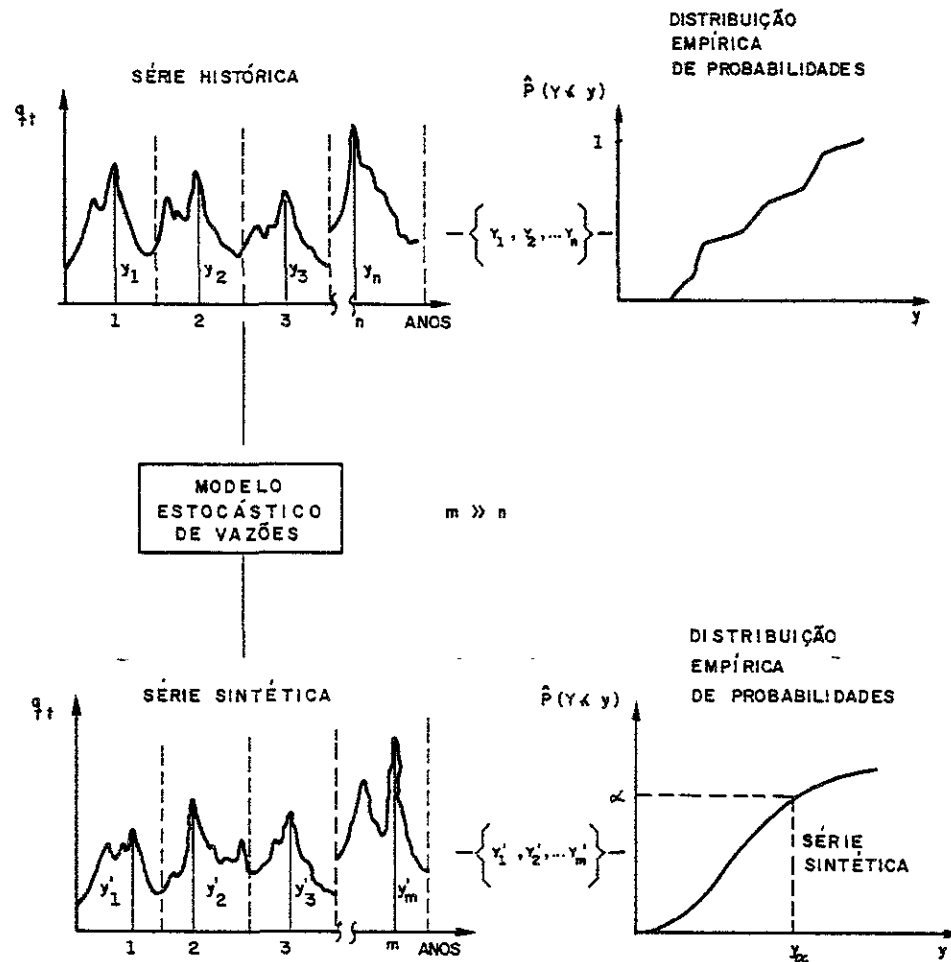


FIGURA 3.1 - USO DE SÉRIE SINTÉTICA PARA DETERMINAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DE MÁXIMOS ANUAIS.

ii) Curva-chave mal definida, principalmente para vazões elevadas;

iii) Construção de reservatório a montante do local de interesse, o que obriga a reconstituição das vazões naturais a partir das vazões medidas e da usualmente precisa aplicação da equação de continuidade ao volume armazenado no reservatório.

Uma premissa para aplicação de um modelo estocástico é de que a bacia hidrográfica não esteja sofrendo modificações. Isto significa que a distribuição de probabilidades de vazão afluente num dia qualquer, 15 de janeiro por exemplo, será sempre a mesma, ano após ano. Mais ainda, a imutabilidade da bacia fará com que a distribuição conjunta das vazões afluentes em todos os dias do ano não se altere com o passar do tempo. Na realidade não existe uma "bacia hidrográfica estática", mesmo que se considere apenas a evolução natural, sem intervenções do homem. Além disto o próprio clima sofre variações, conforme o atestam as diversas eras glaciais. No entanto estas transformações ocorrem lentamente, numa escala de tempo que em nada afetam as obras de Engenharia que se façam, digamos, para os próximos 100 anos.

De maior relevância para a Hidrologia Aplicada são as supostas flutuações cíclicas, com período de poucos anos, que ocorrem no clima. Diversos pesquisadores têm analisado séries anuais de precipitação e de vazão com o intuito de, em primeiro lugar detectar alguma periodicidade, e em segundo lugar determinar a origem de tal periodicidade (caso exista). É compreensível que em algumas ocasiões a série examinada apresente

um componente cíclico tão nítido que não seja possível ignorá-lo sob o ponto de vista estatístico. Este autor já teve experiências deste tipo ao analisar a série de precipitações anuais da cidade de Fortaleza (Damázio e Kelman, 1981) e a série de vazões anuais em Juazeiro, no Rio São Francisco (Kelman, 1983), quando detectou componentes cíclicos de períodos respectivamente iguais a 13 e 17 anos. O difícil é estabelecer relações de causa e efeito para estes fenômenos. As tentativas de relacioná-los com a aparição de manchas solares, que são fenômenos cíclicos com período médio de 11 anos, não tem sido bem sucedidas (Rodríguez-Iturbe e Yevjevich, 1967). Em consequência, estas possíveis periodicidades tem sido ignoradas na elaboração de modelos estocásticos (Kottegoda, 1980, p. 23), atitude que também será adotada neste texto. Merece menção o fato de que as flutuações aleatórias do ciclo hidrológico são de magnitude muito superior às eventuais flutuações periódicas, principalmente quando se pretende estudar fenômenos relacionados à ocorrência de cheias. Naturalmente as flutuações periódicas dentro do ano, resultantes da revolução da Terra em torno do Sol, serão devidamente consideradas.

Quando a ação do homem sobre a bacia hidrográfica sob estudo for muito intensa, ou quando for prevista esta situação durante a vida útil do aproveitamento hidrelétrico, talvez não seja possível adotar um modelo estocástico para vazões discretizadas em curtos intervalos de tempo. Por exemplo, um desmatamento muito acentuado e/ou a construção de uma cascata de reservatórios podem acelerar a onda de cheia de tal forma que um determinado fenômeno meteorológico ocasione picos de hidrograma completamente distintos, quando se compara o que ocorreria antes e depois da intervenção. Num caso como este, recomenda-se a utilização de um modelo conceitual de transformação de chuva em vazão acoplado com um modelo estocástico para precipitação. Esta abordagem parece razoável porque a precipitação sobre a bacia estará muito menos sujeita a alterações de comportamento do que a vazão e também porque os parâmetros do modelo conceitual poderão ser ajustados para a nova situação da bacia, caso tenham significado físico. No entanto o procedimento não

é simples de ser implementado, apesar da disponibilidade de modelos conceituais (ver capítulo V) e de modelos estocásticos multivariados para precipitação (por exemplo Kelman, 1978). Dentro do conhecimento deste autor, nunca foi utilizado para algum caso real, possivelmente devido a dificuldade na escolha dos parâmetros do modelo conceitual para uma situação ainda não existente.

Quando o interesse estiver centrado na produção de séries sintéticas discretizadas em longos intervalos de tempo, a cada ano por exemplo, o efeito da intervenção humana sobre a bacia hidrográfica se faz menos importante. Esta discretização pode ser suficiente para estudos relacionados com regularização de estiagens. No entanto para estudos de cheias o intervalo de discretização tem que ser o mais curto possível. Em geral adota-se 1 dia, desde que a área de drenagem seja média ou grande, digamos superior a 10000Km<sup>2</sup>. Por esta razão, o restante deste capítulo trata da modelagem estocástica de vazões diárias.

### III.2 ALGUNS MODELOS ESTOCÁSTICOS

#### ARMA

Existe uma classe de modelos lineares, conhecidos como ARMA(p,q) que têm sido utilizados, em geral com sucesso, para representar séries de vazões anuais. A forma geral destes modelos é dada por

$$x_t = \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i z_{t-i} + z_t \quad (3.1)$$

onde t é o índice do ano, a vazão anual  $q_t$  é transformada (função g(.)) numa variável aleatória normal padrão  $x_t = g(q_t)$ . O ruído  $z_t$  também é normal padrão e serialmente independente. O mais comum é a adoção da equação (3.1) com p=1 e q=0, resultando no modelo linear autorregressivo de ordem 1, cuja versão para o caso multivariado foi fornecida por Matalas (1967).

A equação (3.1) pode também ser empregada para modelar vazões mensais, desde que se adote uma função de transformação para cada mês:  $x_{t,j} = g_j(q_{t,j})$ , onde j é o índice do mês j=1,2,...,12. Como entretanto é sabido que a dependência entre as vazões correspondentes a meses de estiagem é superior a dos meses de cheia, é razoável supor que para aplicação em escala mensal os coeficientes da equação (3.1) devem sofrer variação sazonal:

$$x_{t,j} = \sum_{i=1}^p \phi_{i,j} x_{t-i,j-i} + \sum_{i=1}^q \theta_{i,j} z_{t-i,j-i} + z_{t,j} \quad (3.2)$$

Kelman, Oliveira e Pereira (1979) investigaram o emprego da equação (3.2), com p=1 e q=0, para postos da Região Sudeste. Concluíram pela não adequação do modelo para a produção de séries sintéticas destinadas ao estudo da expansão da capacidade de geração do sistema hidrelétrico brasileiro. Este resultado negativo tem origem no fato que as séries sintéticas anuais, obtidas das mensais produzidas pela equação (3.2), possuem propriedades estatísticas distintas de série histórica anual. Como o sistema hidrelétrico brasileiro tem reservatórios de grande porte, situações críticas para o atendimento da demanda de energia elétrica são ocorrem devido a uma sucessão de anos secos, e não necessariamente de alguns meses, o que explica a inadequação anteriormente referida. A solução encontrada por aqueles autores foi de produzir inicialmente as variações anuais para então desagregá-las em parcelas mensais. Um método semelhante tem sido empregado em estudos relacionados ao sistema hidrelétrico da União Soviética, (Svanidze, 1980) que também tem grande capacidade de regularização. Os efeitos econômicos da adoção do modelo de desagregação no planejamento da expansão do sistema hidrelétrico brasileiro são descritos por Pereira, Oliveira, Costa e Kelman (1984).

O enfoque adotado para desagregar um total anual em parcelas mensais pode ser estendido para desagregar cada parcela mensal em médias semanais, que por sua vez podem ser desa-

gregadas em vazões diárias. A vantagem desta abordagem é que torna compatível os estudos estratégicos e táticos relativos à operação do sistema hidrelétrico, quando feitos a partir simulações com séries sintéticas. No planejamento estratégico o horizonte considerado pode ser de alguns anos e o intervalo de discretização de tempo não é usualmente inferior a um mês. No planejamento tático é preciso refinar as decisões da fase estratégica, levando em consideração as restrições à operação com curto prazo de duração, como são as relacionados ao controle de cheias.

Quimpo (1967) utilizou a equação (3.1) para modelar vazões diárias, fazendo  $p=2$  e  $q=0$ . Os valores de  $x_t$  foram obtidos pela equação:

$$x_t = \frac{q_{t,j} - \bar{\mu}_j}{\bar{\sigma}_j} \quad (3.3)$$

onde agora o índice  $t$  é corrido ao longo dos dias e o índice  $j$  varia ciclicamente de 1 a 365. Os valores de  $\bar{\mu}_j$  e de  $\bar{\sigma}_j$  foram calculados ajustando-se séries de Fourier respectivamente às médias e desvios padrão amostrais para todos os dias do ano. A equação (3.3) garante apenas que  $x_t$  terá valor esperado nulo e variância unitária, mas não necessariamente que será normalmente distribuído. Em consequência o emprego da equação (3.1) para a modelagem de vazões diárias, conforme concepção de Quimpo (1967), esbarra na necessidade de que se defina a distribuição de probabilidades para  $z_t$ . Tao (1973) tentou ajustar diversas expressões analíticas para distribuições empíricas de  $z_t$  derivadas de muitas séries de vazões diárias de rios norte-americanos, sendo mal sucedido devido à alta assimetria e curtose das distribuições empíricas. O resultado de Tao pode ser entendido como uma manifestação de dificuldade de se conseguir uma função de transformação que mapeie vazões diárias numa variável normalmente distribuída. Mesmo que tal transformação fosse possível, existe uma propriedade na série histórica que não seria

"imitada" pelas séries sintéticas produzidas pela equação (3.1) ou (3.2): a subida da hidrógrafa é em geral mais abrupta do que a recessão. Este fato é possivelmente argumento suficiente para que se abandone o emprego de modelos ARMA(p, q) para o estudo de vazões diárias, pelo menos da maneira com que este modelo tem sido utilizado em diversas áreas da estatística aplicada e da hidrologia.

#### Weiss

Como a série de vazões diárias pode ser visto como o resultado de "pulsos de precipitação" ocorridos no passado atuando sobre a bacia hidrográfica, Weiss (1977) concebeu um modelo estocástico inspirado no conceito de hidrógrafa unitária instantânea para representar a bacia e no conceito de processo Poisson para representar a ocorrência de "pulsos de precipitação". Esta expressão vem entre aspas porque na realidade Weiss não trabalhou com registros pluviométricos e portanto seu modelo não é de transformação de chuva em vazão:

$$q(t) = \sum_{m=-\infty}^{N(t)} w_m \exp(-b(t-\tau_m)) \quad (3.4)$$

A geração de séries sintéticas pelo modelo de Weiss é feita pela geração de pulsos a serem utilizados na equação (3.4). Como este processo é por hipótese Poisson, o tempo de espera entre pulsos é uma variável aleatória com distribuição exponencial, digamos de valor esperado  $1/\nu(N(t))$ . A magnitude do pico  $w_m$  é uma variável aleatória suposta independente e também com distribuição exponencial, digamos de valor esperado  $1/\theta$ . A versão discretizada de  $q(t)$  é dada por  $q_t = \int_{t-1}^t q(s) ds$ , e quando o integrando é substituído pela equação (3.4) obtém-se

$$q_t = e^{-bu} q_{t-u} + z_t \quad (3.5)$$

O termo  $z_t$  é independente de  $q_{t-u}$ . tem assimetria positiva e tem uma massa de probabilidade concentrada no valor nulo, ao contrário de  $z_t$  da equação (3.1) que assume uma forma similar à equação (3.5) quando  $p=1$  e  $q=0$ . Pode-se mostrar que  $q_t$  tem uma distribuição marginal gama com valor esperado  $\bar{q}$  e variância respectivamente iguais a:

$$E(q(t)) = \frac{v}{b\theta} \quad (3.6)$$

$$\text{var}(q(t)) = \frac{2v}{b^3\theta^3} (b - (1 - e^{-b})) \quad (3.7)$$

Além disto é possível mostrar que

$$\text{corr}(q_t, q_{t+1}) = \frac{(1 - e^{-b})^2}{2(b - (1 - e^{-b}))} \quad (3.8)$$

Igualando-se o lado direito das equações (3.6), (3.7) e (3.8) com os correspondentes valores amostrais, calculados mês a mês, obtêm-se um sistema de equações que permite estimar os parâmetros ( $\theta$ ,  $v$ ,  $b$ ).

#### Treiber/Plate

Treiber e Plate (1975) haviam anteriormente desenvolvido um modelo semelhante ao de Weiss (1977), só que bem mais complicado. Na abordagem de Treiber e Plate o "Kernel" do sistema não é arbitrado e sim derivado a partir da análise do correlograma amostral. Minimizando o quadrado dos desvios entre a série histórica e a série reconstituída pelo modelo, os autores conseguem identificar quando ocorrem pulsos na série histórica e quais são suas magnitudes. Treiber e Plate hipotetizaram que a sequência de dias com e sem pulso pode ser modelada por uma cadeia de Markov de dois estados, em que a probabilidade de transi-

ção de um dia seco para um dia com pulso diminui na medida em que o volume escoado durante a recessão aumenta. Desta forma cheias de maior porte estarão associadas a recessões mais longas. Ao contrário do modelo de Weiss, os pulsos não são independentes e sim compõe um processo ARMA(1, 0), em que a componente  $z_t$  (equação 3.1) tem distribuição exponencial, cujo parâmetro pode ser estimado a partir de amostra obtida da série histórica. A ocorrência de um dia sem pulso "interrompe" a realização deste processo autorregressivo. À semelhança do modelo de Weiss, os parâmetros são estimados mês a mês para assegurar que as séries sintéticas apresentem um comportamento sazonal análogo ao da série histórica.

#### O'Connell/Jones

O'Connell e Jones (1978) consideraram que a vazão do dia  $t$  poderia ser bem representada por uma dependência na vazão do dia anterior expressa por uma função não linear:

$$q_t = g(q_{t-1}) + x_t \quad (3.9)$$

onde  $g(\cdot)$  representa a envoltória inferior aos pares de pontos  $(q_{t-1}, q_t)$ , conforme representação esquemática da figura 3.2 e  $x_t$  é uma variável aleatória não negativa.

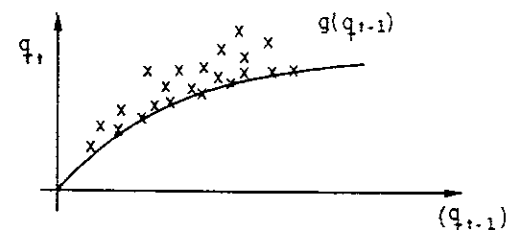


FIGURA 3.2 - ENVOLTORIA INFERIOR DOS PONTOS



Para a função  $g(q_{t-1})$ , O'Connell e Jones sugeriram a equação (3.10), cujos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  devem ser estimados a partir de um ajuste com os dados da série histórica

$$g(q_{t-1}) = (1-c) a \operatorname{arc} \operatorname{senh} \left( \frac{q_{t-1}}{a} \right) + bc \ln \left( 1 + \frac{q_{t-1}}{b} \right) \quad (3.10)$$

Para representar a sucessão de dias em que  $x_t$  é nulo ou positivo, os autores recomendaram a adoção de uma cadeia de Markov de dois estados, cujas probabilidades de transição devem ser estimadas da série histórica. Analogamente ao modelo de Treiber/Plate, os "pulsos"  $x_t$  compõem um processo ARMA(1, 0), em que a componente  $z_t$  (equação 3.1) tem distribuição exponencial (com uma transformação de potência). Também a ocorrência de um dia sem pulso "interrompe" a realização deste processo autorregressivo e os parâmetros são estimados mês a mês, a partir de amostras obtidas da série histórica.

#### Yakowitz

Yakowitz (1979) adotou um procedimento para a geração de séries sintéticas de vazões diárias baseado na utilização da distribuição de probabilidades empírica de  $q_t$  condicionada nos valores imediatamente anteriores,  $g = (q_{t-1}, q_{t-2}, \dots, q_{t-r})$ , onde  $r$  é a memória arbitrada para o processo. Para isto Yakowitz define um conjunto finito de vetores representativos  $g(1)$ ,  $g(2)$ , ...  $g(m)$  de tal forma que qualquer vetor  $g$ , da série histórica ou gerada, possa ser classificada numa das  $m$  categorias de acordo com a distância entre  $g$  a cada um dos  $g(i)$ ,  $i=1, m$ . Assim se

$$\|g(j) - g\| \leq \|g(i) - g\|, \quad \forall i \quad (3.11)$$

diz-se que o vetor  $g$  tem distância mínima para o  $j$ -ésimo vetor representativo. Neste caso a vazão do próximo dia  $q_t$  é dita pertencer ao conjunto  $C_j$ ,  $j=1, m$ .

Classificando-se todos os valores  $q_t$  da série histórica de acordo com o procedimento acima descrito é possível caracterizar a distribuição de probabilidades empírica associada a cada conjunto  $C_j$ , definida por

$$F_j(x) = \frac{k_j}{n_j}, \quad (3.12)$$

onde  $k_j$  é o número de elementos do conjunto  $C_j$  menores ou iguais a  $x$  e  $n_j$  é o número total de elementos do conjunto  $C_j$ .

A geração de uma série sintética se processa sorteando-se sucessivamente variáveis aleatórias independentes uniformemente distribuídas entre 0 e 1,  $w_t$ , sendo  $q_t$  dado por

$$q_t = F_j^{-1}(w_t) \quad (3.13)$$

onde o valor de  $j$  é definido de acordo com a equação (3.11), isto é, depende de  $q_{t-1}$ ,  $q_{t-2}$ , ...  $q_{t-r}$ .

A calibração do modelo de Yakowitz é feita definindo-se valores para  $r$  - memória do processo, para  $m$  - número de vetores representativos e para os vetores  $g(1)$ ,  $g(2)$ , ...  $g(m)$ . Barbosa (1981) assumiu  $r=1$  e fez extensas investigações quanto ao número de intervalos em que deveria ser dividido o domínio de  $g$ , neste caso  $q_{t-1}$ , levando em consideração principalmente o número de elementos resultantes em cada conjunto  $C_j$ . Barbosa notou que o emprego das equações (3.12) e (3.13) resultaria na produção de séries sintéticas em que todas vazões seriam necessariamente idênticas a alguma vazão observada na série histórica. Em particular, não importa quão longa fosse a série sintética, ela nunca conteria uma vazão superior ao máximo do histórico. Para evitar estes inconvenientes, Barbosa substituiu a "posição de plotagem" expressa pelo lado direito da equação (3.12) por  $(2k_j-1)/(2n_j)$ . Para valores de  $x$  superiores a  $1-(2n_j)^{-1}$ , a distribuição acumulada de probabilidades é extrapolada por uma curva exponencial:

$$F_j(x) = 1 - \exp(-\lambda x), \quad x > q^* \quad (3.14)$$

onde o parâmetro  $\lambda$  é calculado de tal maneira que a curva passe pelo ponto  $(q^*, 1 - (2n_j)^{-1})$ , sendo  $q^* = \max(q_t \in C_j)$ . Para valores de  $x$  inferiores a  $1 - (2n_j)^{-1}$ , Barbosa adotou um polinômio interpolante, baseado em "splines", que foi ajustado a distribuição amostral. Barbosa levou em consideração a sazonalidade das vazões diárias realizando um procedimento completo, como acima exposto, para cada mês do ano.

### Kelman

Kelman (1977, 1980) propôs um modelo baseado no fato de que a ascensão e a recessão da hidrógrafa traduzem fenômenos físicos bastante diferentes. A subida tem origem na precipitação, que é uma manifestação exógena à bacia, ao passo que a descida é governada pela maneira com que a bacia se esvazia. Repartindo a vazão total num dia  $t$  em três parcelas, Kelman procurou modelar este fenômeno segundo representação esquemática da figura 3.3

$$q_t = U_t + V_t + W_t \quad (3.15)$$

onde  $U_t$  representa o escoamento superficial,  $V_t$  representa o escoamento sub-superficial e  $W_t$  representa o escoamento básico. Estas duas últimas parcelas são supostas oriundas do esvaziamento de dois reservatórios fictícios que representam as capacidades de armazenamento da bacia, respectivamente de pequena e de grande inércia.

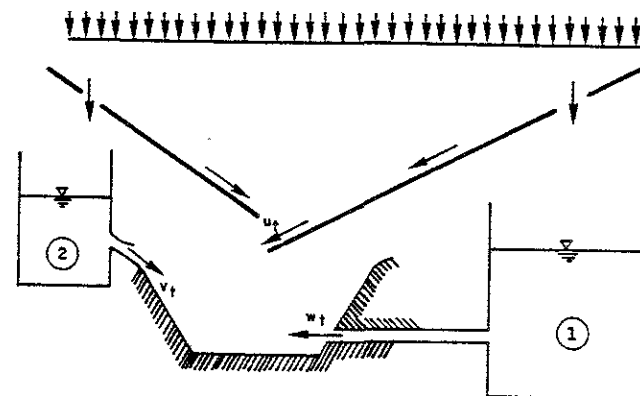


Figura 3.3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS COMPONENTES DO MODELO KELMAN

Para modelar o processo  $U_t$ , Kelman repetiu um procedimento que já havia adotado com sucesso para modelar precipitação (Kelman, 1977) que, assim como escoamento superficial, também é um processo intermitente. A abordagem é melhor compreendida se exposta dentro da sequência de procedimento utilizados para sintetizar uma realização de  $U_t$ :

- i) Inicialmente números aleatórios independentes com distribuição normal padrão são produzidos,  $a_t$ .
- ii) A persistência que existe no escoamento superficial, assim como também na precipitação, devido por exemplo ao estacionamento de uma frente fria sobre a bacia, é introduzida por

$$Z_t = m(i) + \frac{s(i)}{s(i-1)} r(i) [Z_{t-1} - m(i-1)] + s(i) [1 - r^2(i)]^{1/2} a_t \quad (3.16)$$

onde  $m(i)$ ,  $s(i)$  e  $r(i)$  são funções periódicas a serem estimadas,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  é o número de épocas em que o ano é dividido.

iii) O caráter intermitente do escoamento superficial (massa de probabilidade concentrada no valor de  $U_t=0$ ) é obtida pela seguinte censura

$$Y_t = \max(0, Z_t) \quad (3.17)$$

iv) Um grau de flexibilidade para o ajuste da distribuição marginal para os valores positivos é obtido por

$$U_t = Y_t^{d(i)} \quad (3.18)$$

As funções periódicas  $m(i)$ ,  $s(i)$ ,  $r(i)$  e  $d(i)$  podem ser estimadas por uma aproximação do método da máxima verossimilhança (Kelman, 1977) desde que uma série histórica para  $U_t$  esteja disponível. No caso de precipitação isto não se constitui num problema, visto que a série intermitente é medida diretamente. Já no caso de escoamento superficial, tudo o que se conhece é a série histórica correspondente à vazão total  $q_t$ , sendo portanto necessária alguma hipótese que permita a definição de  $U_t$ . A opção feita foi

$$U_t = \max(0, q_t - q_{t-1}) \quad (3.19)$$

Esta equação revela que o valor de  $q_t$  é simplesmente igual a  $q_{t-1} + U_t$ , desde que  $U_t$  seja positivo. Se  $U_t$  for nulo, a hidrógrafa estará em recessão e  $q_t$  será obtido somando os esvaziamentos dos reservatórios. Admitindo que estes reservatórios são lineares (vazão de saída proporcional ao estado de armazenamento) resulta em

$$q_t = q_{t_0} [x \exp(-k_1(t-t_0)) + (1-x) \exp(-k_2(t-t_0))] \quad (3.20)$$

$$U_t = 0$$

onde  $t_0$  é o dia em que começa a recessão,  $k_1$  e  $k_2$  são as constantes de proporcionalidade para os dois reservatórios e  $x$  é uma variável aleatória com domínio entre 0 e 1 que define a repartição do escoamento entre os dois reservatórios.

Os valores de  $k_1$  e  $k_2$ , assim como uma amostra para  $x$ , podem ser obtidos minimizando-se a soma dos quadrados dos desvios entre a série histórica e a série reconstituída pelo modelo. Revelou-se útil trabalhar com a distribuição de probabilidades de  $x$  condicionada no valor de  $q_{t_0}$ . Isto porque se  $q_{t_0}$  for pequeno, aumentam as chances de que  $x$  esteja perto de 0, significando que a descarga básica será a contribuição principal para a manutenção do escoamento total.

## DIANA

O modelo desenvolvido por Kelman (1977, 1980) vem sofrendo aperfeiçoamentos e extensões devido à necessidade de se produzirem séries sintéticas para aproveitamentos em cascata a serem utilizadas nas investigações desenvolvidas no CEPEL referentes à alocação de volume de espera nos diversos reservatórios. O resultado deste esforço foi recentemente consubstanciado num modelo chamado DIANA (Kelman, Damázio e Costa, 1983). As principais diferenças entre o modelo DIANA e o proposto originalmente por Kelman são:

i) A equação (3.16) é substituída por

$$z_t = r(i) z_{t-1} + \sqrt{1-r^2(i)} a_t \quad (3.21)$$

isto é, assume-se que  $z_t$  é um processo padronizado.

i) A equação (3.17) é substituída por

$$Y_t = \max(\beta, Z_t) \quad (3.22)$$

$$\beta = \phi^{-1}(p) \quad (3.23)$$

onde  $\beta$  define o intervalo de censura  $(-\infty, \beta)$ ,  $\phi(\cdot)$  é a distribuição acumulada normal padrão e  $p = P(U_t = 0)$ .

iii) A equação (3.18) é substituída por

$$F_i(U_t) = \phi(Y_t) \quad (3.24)$$

onde  $F_i(\cdot)$  é a distribuição acumulada empírica dos valores de  $U_t > 0$ , para cada época  $i$  do ano,  $i = 1, 2, \dots$ .

A equação (3.24) implica no mapeamento de cada  $Y_t$  em algum  $U_t$  efetivamente medido na série histórica. Este enfoque não paramétrico parece razoável levando-se em conta

que para cada época do ano  $i$  a amostra de valores de  $U_t > 0$  é usualmente suficientemente grande para representar a faixa de variação desta variável aleatória.

iv) A equação (3.19) é substituída por

$$U_t = \max(0, q_t - \lambda q_{t-1}) \quad (3.25)$$

onde  $\lambda$  é um número compreendido entre 0 e 1, chamado de taxa de recessão característica. Na equação (3.25) admite-se implicitamente a possibilidade de ocorrência de escoamento superficial, mesmo quando a hidrografa esteja baixando, o que é fisicamente possível.

v) A representação da capacidade de armazenamento de bacia através de dois reservatórios lineares, que deu origem à equação (3.20) é substituída por apenas um reservatório linear de comportamento estocástico. Assim quando  $U_t = 0$ ,  $q_t$  será uma fração  $k_t \leq \lambda$  da vazão anterior

$$q_t = k_t q_{t-1}, \quad k_t \leq \lambda; \quad U_t = 0 \quad (3.26)$$

Os valores de  $k_t$  são obtidos a partir da distribuição empírica dos valores de  $q_t/q_{t-1}$ , para valores desta razão inferior a  $\lambda$ , sem levar em consideração a época do ano.

O modelo DIANA pode ser utilizado para a geração de vazões sintéticas em  $m$  postos, que sejam dependentes entre si. Basta que a equação (3.21) seja substituída pela sua versão multivariada, devida a Matalas (1967):

$$\underline{z}_t = F \underline{z}_{t-1} + G \underline{a}_t \quad (3.27)$$

onde  $\underline{z}_t$  é um vetor de dimensão  $m$  cujos componentes correspondem ao  $z$  da equação (3.21);  $\underline{a}_t$  é um vetor com  $m$  variáveis normais padronizados independentes.

O método de estimação das matrizes  $F$  e  $G$ , bem como dos demais parâmetros, é descrita por Kelman, Damázio e Costa (1983).

## XADREZ

O modelo XADREZ foi recentemente desenvolvido por este autor com o propósito de prover um mecanismo gerador de séries sintéticas diárias mais rápido, em termos de processamento pelo computador, do que os demais modelos até então existentes. O modelo é bastante simples, o que facilita a investigação de novos métodos de estimação da probabilidade de excedência da vazão de projeto, a partir de um número menor de séries sintéticas, assunto que será abordado no item III.3. Kelman e Damázio (1983) utilizaram o modelo para produzir séries sintéticas de vazões afluentes à barragem de Furnas, no Rio Grande, com o propósito de analisar a segurança do vertedor, assunto que será abordado no capítulo IV.

O modelo foi também calibrado para produção de séries sintéticas de vazões afluentes à barragem de Mascarenhas, no Rio Doce, com o propósito de comparar os métodos de análise de frequência de cheias baseados em máximos anuais com os baseados em séries parciais, conforme descrito no capítulo II (Moreira, 1983). O modelo foi concebido partindo-se de dois princípios:

- Uma cheia excepcional numa grande área de drenagem pode ser vista como produto final da ocorrência de um conjunto de eventos que quando tomados individualmente não são necessariamente excepcionais.
- A série histórica já contém estes elementos não excepcionais. Para produzir séries diferentes do que a série histórica, e eventualmente piores, basta que se "arrume" os elementos numa disposição diferentes da observada no passado.

No modelo XADREZ os componentes elementares são os "saltos de vazão", definidos como a diferença de vazões entre dois dias consecutivos:

$$U_t = q_t - q_{t-1} \quad (3.28)$$

Na sērie histōrica com  $n$  anos estāo disponīveis  $365n-1-365n$  valores de  $U$ , o que mesmo para valores moderados de  $n$  jā constitui uma amostra bem razoável. Uma primeira abordagem para produzir  $m$  sēries sintēticas de 1 ano, seria para cada dia  $t$  obter  $q_t^i$  a partir do sorteio de algum  $U_t^i$  do conjunto dos 365n elementos anteriormente referidos:

$$q_t^i = q_{t-1}^i + U_t^i \quad (3.29)$$

onde  $q_0$  ē o resultado de um sorteio da distribuiçāo empīrica das vazōes diārias. Por esta abordagem, podem ser construīdas  $(365n)^{365m}$  sēries sintēticas diferentes, um nūmero astronômico para qualquer  $m$  e  $n$ .

Na realidade esta primeira abordagem seria deficiente por incluir entre as possīveis realizaçōes eventos obviamente impossīveis de ocorrer. Por exemplo, um enorme salto de vazāo, observado na sērie histōrica durante a ēpoca da cheias mas sorteado na sērie sintētica para algum dia da estaçāo seca. É preciso classificar os saltos, que no modelo XADREZ ē alcançado levando-se em consideraçāo trēs critērios.

- O ano ē particionado em  $s$  intervalos, por exemplo os 12 meses do ano.
- O valor de  $q_{t-1}$  dā uma idēia do estado de umidade da bacia e condiciona os possīveis valores de  $U_t$ . Por exemplo se  $q_{t-1}$  for grande ē possīvel a ocorrēncia de  $U_t$  fortemente negativo, ao contrārio do que se  $q_{t-1}$  for pequeno, quando o escoamento bāsico implica numa pequena variaçāo da vazāo de um dia para outro. Em consequēncia o domīnio de  $q_{t-1}$  ē dividido em  $v$  intervalos, conforme figura 3.4.

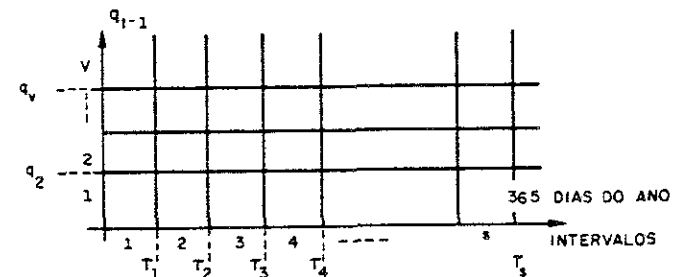


FIGURA 3.4 - CLASSIFICAÇÃO DOS INCREMENTOS DE ACORDO COM A ÉPOCA DO ANO E A VAZÃO ANTERIOR  $q_{t-1}$

- Salto positivo e negativo traduzem fenômenos físicos diversos, conforme visto na revisão de outros modelos, e é natural que sejam classificados separadamente. Além disso a probabilidade de que a hidrōgrafa continue subindo, dado que estava subindo, relaciona-se com a probabilidade de que continue chovendo sobre a bacia, dado que estava chovendo. Este é um processo bem modelado por uma cadeia de Markov de dois estados. Por conseguinte para cada época do ano define-se duas probabilidades de transiçāo:

$$\pi_j = P(U_t \geq 0 \mid U_t \geq 0) \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (3.30)$$

$$\phi_j = P(U_t < 0 \mid U_t < 0) \quad (3.31)$$

Admitindo-se por hipótese que em cada uma das 2sv classes exista um mesmo número de elementos, é possível construir-se  $(365n/2vs)^{365m}$  séries sintéticas diferentes, que é ainda um número astronômico, para qualquer valor razoável que se escolha para s e v.

Na prática tem-se interesse em gerar m séries sintéticas, cada uma delas correspondendo a uma fração do ano - a estação chuvosa. O algoritmo para sintetizar cada uma destas séries está descrito na figura 3.5 (nesta fase tem-se  $b=c=1$ ).

A calibração do modelo consiste na determinação dos vetores  $q = (q_2, q_3, \dots, q_v)$  e  $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_s)$  que definem as classes (figura 3.7), de tal forma que se possam obter séries sintéticas com propriedades semelhantes às das séries históricas. Inicialmente estes divisores de classes podem ser escolhidos por inspeção visual da série histórica, definindo os elementos do vetor  $q$  que por exemplo dividam as vazões em altas, médias e baixas. Da mesma forma, definem-se os componentes do vetor  $\tau$  de acordo com rapidez com que o comportamento de hidrógrafa se modifica com a época do ano. Para cada possível par  $(q, \tau)$  pode-se gerar séries sintéticas e avaliá-las, de acordo com metodologia a ser descrita no item III.4. Se o resultado da avaliação não for satisfatório, deve-se definir um novo par  $(q, \tau)$ , num processo de tentativa e erro que muito depende da subjetividade do engenheiro, à semelhança de muitos processos de calibração empregados em modelos conceituais de chuva x vazão.

### III.3 AMOSTRAGEM SELETIVA

Keiman e Damázio (1983) reportam, na já mencionada análise de segurança da barragem de Furnas, que das 100000 hidrógrafas sintéticas geradas pelo modelo XADREZ, somente 28 foram consideradas potencialmente perigosas para merecerem um estudo mais acurado. Sem dúvida parece um desperdício que 99972 séries sintéticas tenham sido geradas apenas para se constatar que não eram importantes. Seria desejável que o modelo estocástico fosse

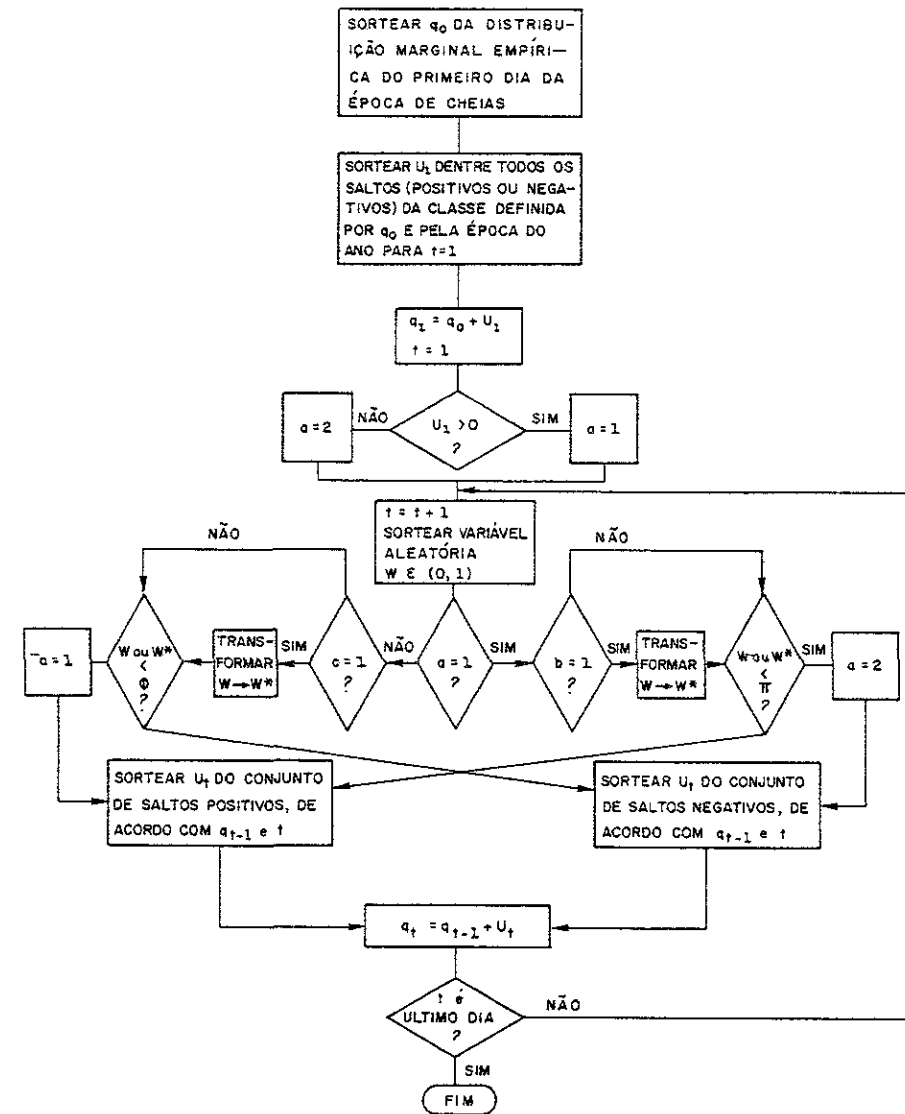


FIGURA 3.5 - FLUXOGRAMA DO MODELO XADREZ

se tendencioso, no sentido de produzir preferencialmente hidrôgrafas que correspondam a grandes cheias. Esta seção enfoca a questão de como introduzir esta tendenciosidade e de como reduzir o número de séries sintéticas necessárias à estimação do tempo de recorrência de uma vazão de projeto, para uma dada precisão.

Conforme visto na introdução deste capítulo (figura 3.1) o período de retorno  $T$  de uma vazão de projeto  $x_T$  é estimado contando-se o número de elementos da coleção de máximos anuais  $\{y_1^i, y_2^i, \dots, y_m^i\}$  maiores do que  $x_T$ :

$$\bar{T} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m \psi(y_i^i)} \quad (3.32)$$

onde

$$\psi(y_i^i) = 1, \quad \text{se } y_i^i > x_T$$

$$\psi(y_i^i) = 0, \quad \text{caso contrário}$$

Equivalentemente à equação 3.32 a probabilidade de ocorrência num ano qualquer de um máximo anual superior a  $x_T$ ,  $p = P(Y > x_T)$ , pode ser estimada por

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m \psi(y_i^i)}{m} \quad (3.33)$$

Observando que  $\sum_{i=1}^m \psi(y_i^i)$  é uma variável aleatória binomialmente distribuída, tem-se (Benjamim e Cornell, 1970)

$$E(\bar{p}) = p \quad (3.34)$$

$$\text{var}(\bar{p}) = \frac{p(1-p)}{m} \quad (3.35)$$

$$CV(\bar{p}) = \left(\frac{1-p}{mp}\right)^{0.5} = \left(\frac{1}{mp}\right)^{0.5}, \quad \text{para } p \text{ muito pequeno} \quad (3.36)$$

onde  $E(\cdot)$ ,  $\text{var}(\cdot)$  e  $CV(\cdot)$  são respectivamente o valor esperado, a variância e o coeficiente de variação.

As equações (3.35) e (3.36) revelam o compreensível resultado de que quanto maior for o tempo de recorrência  $T$  (menor  $p$ ) em que se esteja interessado maior deverá ser o número de séries  $m$  necessárias para resultar numa certa precisão na estimativa de  $p$ . A rigor seria possível construir-se intervalos de confiança para  $\bar{p}$ , ou para  $\bar{T}$ . Por simplicidade, apenas para se ter uma idéia de ordem de grandeza da variação de  $\bar{T}$  para um certo  $x_T$ , define-se  $K(\bar{p})$  como "raio de variação de  $\bar{T}$ " (a rigor  $E(\bar{T})$  e  $\text{var}(\bar{T})$  podem ser infinitos)

$$K(\bar{p}) = [(p(1-CV(\bar{p})))^{-1} - p^{-1}] / T = \frac{CV(\bar{p})}{1-CV(\bar{p})} \quad (3.37)$$

A tabela 3.1 mostra os valores de  $CV(\bar{p})$  e de  $K(\bar{p})$  para diferentes valores de  $m/T = mp$ . Pode-se notar, por exemplo, que se  $m = 10000$  séries forem utilizadas para estimar a cheia centenária então  $m/T = 10^2$  e a cheia de projeto assim determinada tem um período de retorno que "pode estar situado" num raio de 11 anos em torno de 100 anos. Se entretanto houver interesse na determinação da cheia decamilenar, como no caso de projeto de vertedores, o mesmo padrão de confiança só seria alcançado com a produção de uma série sintética com 1 milhão de anos. Caso só se disponha da já impressionante quantidade de 100000 anos de vazões sintéticas, pode-se apenas estar razoavelmente seguro de que o verdadeiro tempo de recorrência da vazão de projeto ( $x_T$ ) selecionada é superior a, digamos, 5000 anos.

	m/T = mp			
	10	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>
CV( $\bar{P}$ )	0.32	0.10	0.03	0.01
K( $\bar{P}$ )	0.47	0.11	0.03	0.01

Tabela 3.1 - Precisão da Determinação do Período de Retorno

Admita que a tendenciosidade anteriormente referida pudesse ser introduzida no modelo estocástico, fazendo com que a densidade de probabilidade da vazão máxima anual passasse a ser  $f^*(y)$  e não mais  $f(y)$ . Pode-se definir um estimador para  $p$ , alternativo ao da expressão (3.33):

$$P^* = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\psi(Y_i^*) f(Y_i^*)}{f^*(Y_i^*)} \quad (3.38)$$

$$\psi(Y_i^*) = \begin{cases} 1, & \text{se } Y_i^* > x_T \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (T = \frac{1}{p})$$

onde  $Y_i^*$  é uma observação aleatória de um máximo anual produzido pela versão do modelo com tendenciosidade.

Mazumdar (1975) mostrou que  $P^*$  é um estimador não tendencioso ( $E(P^*)=p$ ) e que se a razão  $f(Y_i^*)/f^*(Y_i^*)$  não flutuar muito, para diferentes valores de  $Y_1$ , então é bem possível que  $\text{var}(P^*) < \text{var}(\bar{P})$ . Isto é, seria necessário um tamanho  $m$  da série sintética menor para se obter a mesma precisão.

Ocorre que a aplicação da equação (3.38) não pode ser efetuada porque tanto  $f(\cdot)$  quanto  $f^*(\cdot)$  são desconhecidos. Afinal é exatamente  $f(\cdot)$  o resultado procurado. Tudo o que se sabe que um conjunto de números independentes e uniformemente distribuídos  $\{W_{ij}\}$ , em que  $i=1, m$  e  $j=1, 2$  mapeiam, através do modelo de vazões, num conjunto  $\{Y_i\}$ ,  $i=1, m$  de máximos anuais. Convém observar que  $2$  é o número de variáveis uniformemente distribuídas que se necessita para produzir uma série sintética de comprimento igual ao da estação chuvosa. Se ao invés de variáveis uniformemente distribuídas fosse utilizada como ponto de partida uma coleção  $\{W_{ij}^*\}$  de variáveis independentes mas com densidade de probabilidades  $f_j^*(\cdot)$ , Mazumdar (1975) mostra que um novo estimador para  $p$  é dado por

$$\bar{P} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\psi(Y_i^*)}{\prod_{j=1}^2 f_j^*(W_{ij}^*)} \quad (3.39)$$

O interessante a notar é que o processo de transformação que mapeia o vetor  $(W_{i,1}, W_{i,2}, \dots, W_{i,2})$  num máximo  $Y_i$ , isto é o modelo de vazões, é o mesmo processo que mapeia o vetor  $(W_{i,1}^*, W_{i,2}^*, \dots, W_{i,2}^*)$  num "máximo tendencioso"  $Y_i^*$ . As densidades de probabilidades  $f^*(\cdot)$  devem reforçar os efeitos em que se está interessado, isto é, a ocorrência de grandes cheias.

O modelo XADREZ é conveniente para testar a técnica de "amostragem selecionada" devido à rapidez com que produz séries sintéticas e também por ser fácil torná-lo tendencioso. Um exame da figura 3.5 revela que para  $b=c=1$ , sempre que  $w$  se aproxima da unidade, aumentam as chances de que a hidrógrafa continue a subir, se já estava subindo, ou que passe a subir, se estava baixando. Portanto é possível fazer  $b \neq 1$  ou  $c \neq 1$ , ou ambos, e realizar uma transformação de  $w$  em  $w^*$  tal que a densidade de probabilidade de  $w^*$ ,  $f^*(w^*)$  torne mais provável o sorteio de números mais próximos de 1 do que de 0, o que resultará em cheias maiores.



A figura 3.6 ilustra o conceito

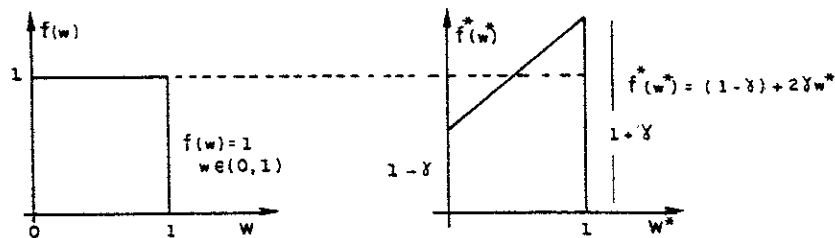


FIGURA 3.6 - DEFORMAÇÃO NA DEFINIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES QUE ALIMENTAM O MODELO XADREZ

A tendenciosidade para se produzir cheias excepcionais poderia ser também considerada na definição da distribuição de probabilidades associada com os saltos. Bastaria que dentro de cada classe os elementos fossem convenientemente ordenados e se utilizasse para o sorteio variáveis  $w^*$  em vez de  $w$ . No entanto se em cada passo do modelo for incluída uma tendenciosidade, as séries geradas serão tão "anormais" que terão pouca utilidade prática. Mazumdar (1975) sugere que apenas algumas variáveis independentes sejam sujeitas a deformação em suas distribuições de probabilidades.

Para a realização de um experimento numérico, resolveu-se utilizar o modelo XADREZ para gerar séries sintéticas afluentes à barragem de Furnas mantendo  $c=1$  mas fazendo  $b \neq 1$  (figura 3.5). Isto significa que as séries sintéticas tendenciosas conterão hidrógrafas de cheia com longos ramos ascendentes. Este fenômeno poderia ser associado com uma "deformação" na genese

das tempestades, por exemplo, pelo estacionamento de frentes frias sobre a bacia de interesse por intervalos de tempo mais prolongados.

A transformação de  $w$  em  $w^*$  depende, de acordo com a figura 3.6, do parâmetro  $\gamma$ . Em outras palavras,  $f^*(w^*)$  pode ser parametrizado em função de  $\gamma$ ,  $f^*(w^*, \gamma)$ . Como escolher  $\gamma$ ?

Dado que  $\bar{P}$  é um estimador não tendencioso de  $p$ , parece razoável responder à pergunta acima selecionando o valor de  $\gamma$  que minimize o seu coeficiente de variação. Segundo Mazumdar (1975), uma estimativa deste coeficiente para  $\gamma = \gamma_1$  quando se dispõe de uma amostra de  $\{Y_i^*, i = 1, 2, \dots, m\}$  sorteada de  $f^*(w, \gamma_0)$  é dada por

$$CV(\bar{P}, \gamma_0, \gamma_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\psi(Y_i^*)}{\sum_{j=1}^2 \frac{f_j^*(w_{ij}^*; \gamma_0)}{f_j^*(w_{ij}^*; \gamma_1)}} \quad (3.40)$$

A busca de  $\gamma$  ótimo pode ser feita iterativamente, escolhendo para novo  $\gamma_0$  o valor de  $\gamma_1$  que estiver associado com a mínima estimativa de  $CV(\bar{P}, \gamma_0, \gamma_1)$  na iteração anterior.

### III.4 AS SÉRIES SINTÉTICAS SÃO PARECIDAS COM A SÉRIE HISTÓRICA?

#### III.4.1 Propriedades a Preservar

A confiança que se possa ter num modelo estocástico de vazões depende da capacidade que ele tenha de preservar nas séries sintéticas algumas propriedades observadas na série histórica. Uma "propriedade" pode ser constituída por um único valor, como por exemplo a vazão média observada em  $n$  anos, ou pode ser um conjunto de valores, como por exemplo a distribuição empírica de probabilidades da máxima vazão observada em cada ano. Diz-se que um modelo preserva uma determinada propriedade quando não se pode distinguir estatisticamente a série histórica da sintética, com base nas observações desta propriedade de nas duas séries.

Quando alguma propriedade é utilizada para a determinação de um parâmetro do modelo, esta propriedade é automaticamente preservada, "por construção". Neste caso comparar a observação da propriedade da série sintética com seu correspondente da série histórica serve apenas para verificar a adequação do programa de computador utilizado, e não para validar o modelo (Kelman e Pereira, 1977; Stedinger e Taylor, 1982).

A seleção do conjunto de propriedade em que se vai focar atenção depende da aplicação que se pretenda dar às séries sintéticas. Por exemplo, quando o planejamento da expansão do sistema hidrelétrico é feito com auxílio de séries sintéticas mensais, a atenção deve estar voltada primordialmente para a preservação dos volumes afluentes durante as secas (Kelman e Pereira, 1977). As propriedades relevantes para a utilização de séries sintéticas diárias em estudo de cheias serão descritas através de um estudo de caso, a seguir exposto.

A alocação de volumes de espera para controle de cheias numa cascata de reservatórios pode ser feita com auxílio de séries sintéticas de vazões incrementais afluentes aos reservatórios, conforme será visto no capítulo IV. A vazão incremental afluente a um reservatório é definida como o defluvio captado na área de drenagem situada entre este aproveitamento e o(s) imediatamente a montante. O estudo do conjunto de reservatórios da bacia do Rio Paranã a montante da usina de Jupia exigiu a síntese multivariada de 1000 "anos" (de 01 de outubro a 30 de abril) de séries sintéticas de vazões incrementais para 8 aproveitamentos (figura 3.7). Nesta tarefa foi utilizado o modelo DIANA. Como a exposição dos resultados encontrados se tornaria muito repetitiva caso fossem analisados os oito postos, serão apresentados apenas os referentes ao reservatório de Emborcação no Rio Paranaíba. Resultados para outros reservatórios no Rio Paranaíba são reportados por Kelman (1983), e para os reservatórios no Rio Grande, que se junta com o Rio Paranaíba para formar o Rio Paraná, são reportados por Kelman, Damázio e Costa (1983).

A figura 3.8 mostra a variação sazonal na média e no desvio padrão das vazões afluentes ao reservatório. Nota-se um bom ajuste. A figura 3.9, mostra um conjunto de três hidrógrafas, a saber:

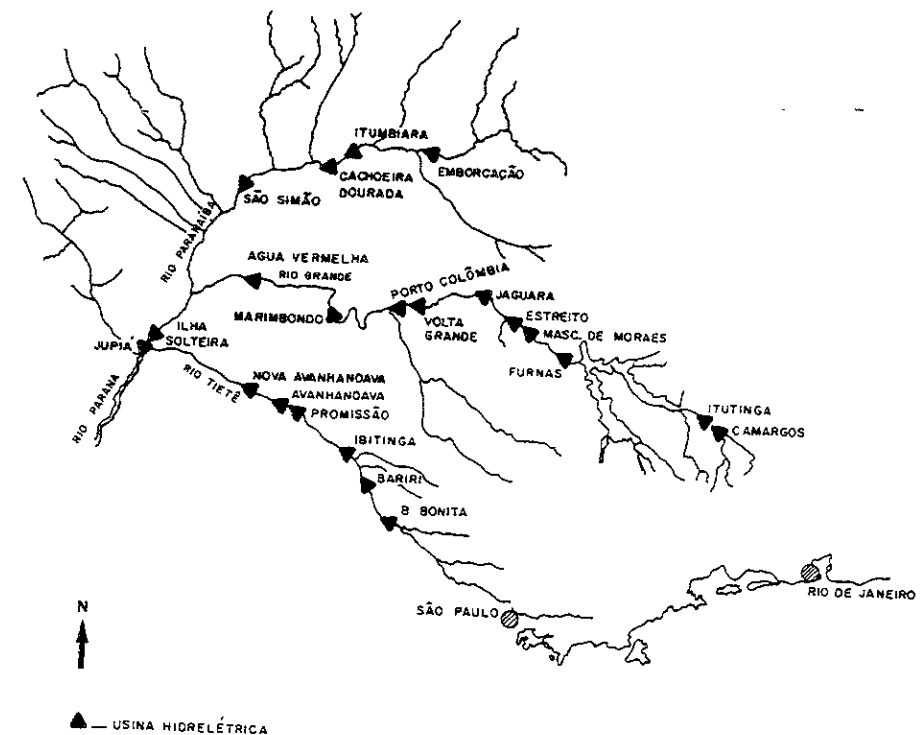


FIGURA 3.7 - SISTEMA DE RESERVATÓRIOS DOS RIOS PARANAÍBA, GRANDE E TIETÊ

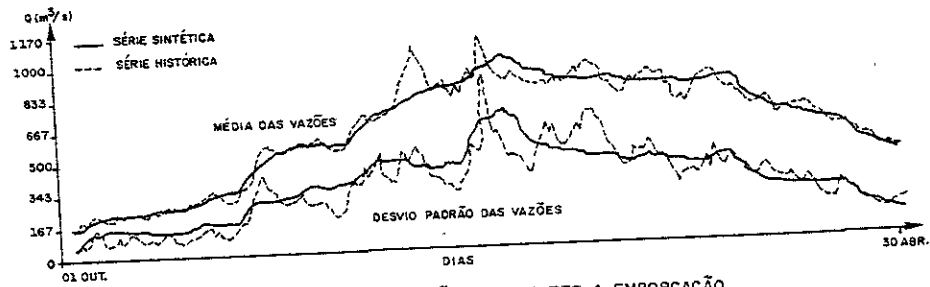


FIGURA 3.8 - VARIACÃO SAZONAL DAS VAZÕES AFLUENTES A EMBORCAÇÃO

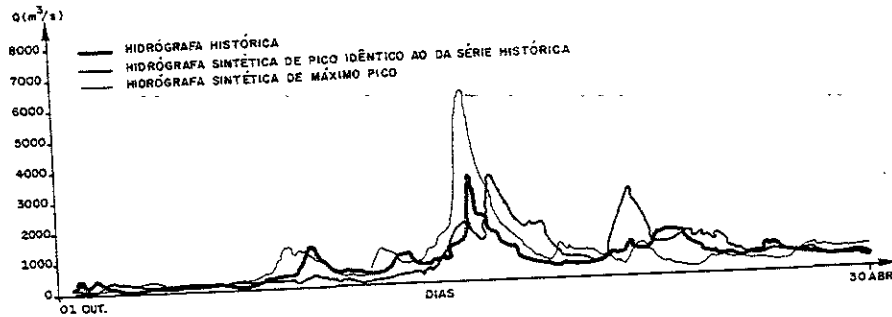


FIGURA 3.9 - HIDRÓGRAFAS PARA EMBORCAÇÃO

- a) A hidrógrafa histórica (01 outubro à 30 abril) do ano em que ocorreu a máxima vazão.
- b) A hidrógrafa sintética do ano em que o pico mais se aproxima da máxima histórica.
- c) A hidrógrafa sintética de máximo pico.

Não há vazão alguma para que as hidrógrafas (a) e (b) sejam coincidentes. Elas são colocadas num mesmo gráfico apenas para que se possa desenvolver algum sentimento quanto ao "ritmo" das duas hidrógrafas. Assim como a hidrógrafa (c) serve ao propósito de revelar qual o aspecto da mais severa cheia ocorrida em 1000 anos, sob o ponto de vista de vazão máxima. O engenheiro ao examinar estas figuras tem possibilidade de desenvolver algum conceito sobre a qualidade do modelo, com base na sua percepção de como se comporta o rio durante as cheias, um elemento subjetivo no processo de avaliação, mas nem por isso menos importante.

A figura 3.10 mostra os correlogramas das séries históricas e sintéticas.

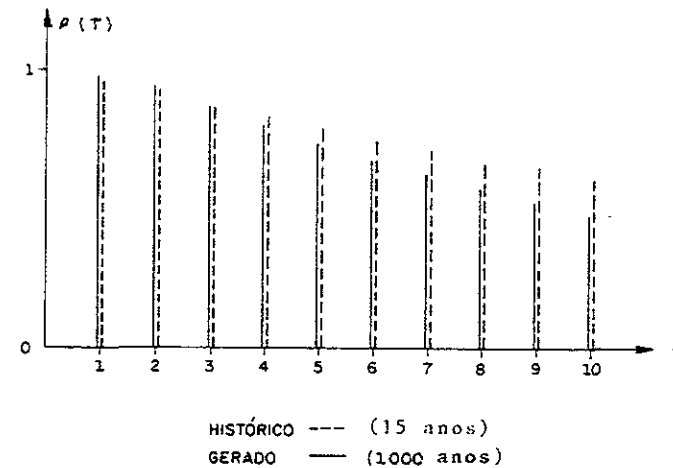


Figura 3.10 - CORRELOGRAMO PARA VAZÕES DIÁRIAS AFLUENTES A EMBORCAÇÃO

A figura 3.11 mostra as distribuições de probabilidades empíricas de máximos anuais obtidos da série histórica e da sintética. O bom ajuste que se verifica por inspeção pode ser confirmado pela estatística do qui-quadrado, que assumiu o valor de 1,3 para 5 intervalos de discretização. Por conseguinte, a hipótese de que a série histórica de máximos anuais seja uma amostra aleatória da distribuição de probabilidades derivada da série sintética não pode ser rejeitada.

Outros critérios quantitativos podem ser utilizados para avaliar a adequação de um modelo, além do acima mencionado teste do qui-quadrado. Por exemplo, seja a função  $x=g(q)$ , onde  $x$  é um escalar que traduz alguma propriedade que se queira preservar,  $q$  é uma série de vazões, histórica ou sintética, com  $n$  anos, sendo  $n$  o número de anos da série histórica.

O sucessivo emprego do modelo estocástico para produção de  $k$  séries sintéticas, de  $n$  anos cada, resulta numa coleção de valores  $\{x_i\}$ ,  $i=1, k$ , que pode ser encarada como uma amostra aleatória da variável aleatória  $X$ . A função  $g(\cdot)$  quando aplicada na série histórica mapeia um valor denominado de  $x_h$ . Uma proporção muito grande ou muito pequena de elementos do conjunto  $\{x_i\}$  que sejam maiores do que  $x_h$ , indica que a observação histórica é "atípica" para o modelo considerado, sendo portanto conveniente a rejeição do modelo. Para este estudo de caso foram investigadas as propriedades listadas na tabela 3.2.

INDICE	DEFINIÇÃO
1	Média da vazão diária
2	Desvio padrão da vazão diária
3	Assimetria da vazão diária
4	Curtose da vazão diária
5	Média da vazão máxima anual
6	Desvio padrão da vazão máxima anual
7	Assimetria da vazão máxima anual
8	Curtose de vazão máxima anual
9	Vazão máxima maximorum
10	Volume de espera para vazão de restrição igual à média da vazão máxima anual

Tabela 3.2 - Definição das Propriedades a serem Preservadas

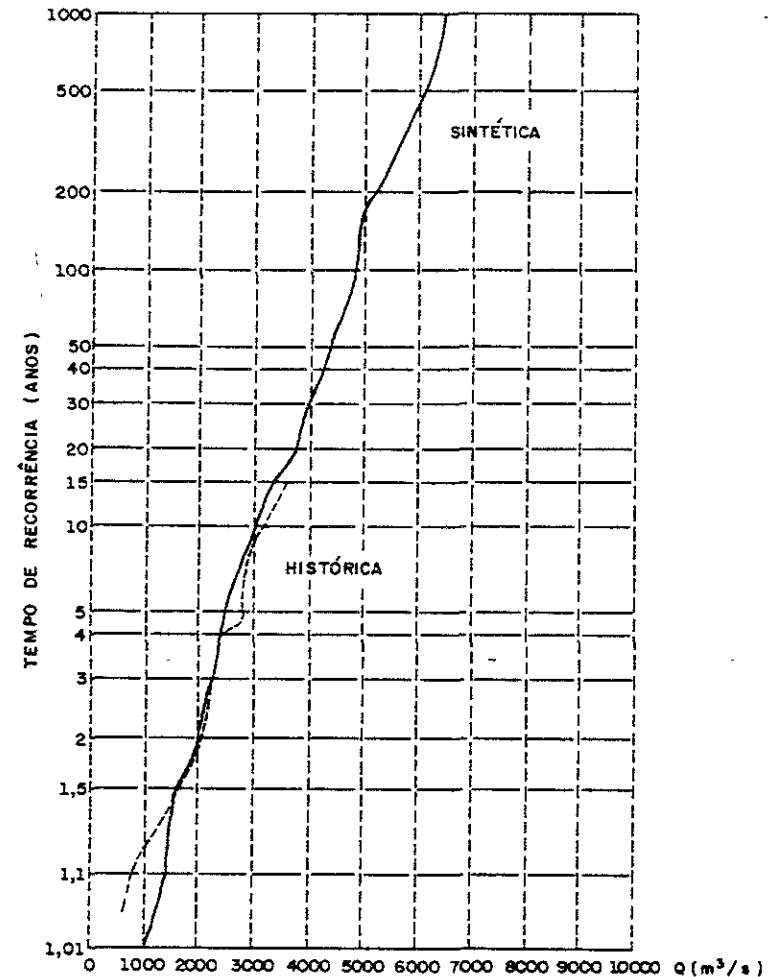


FIGURA 3.11 — DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DOS MÁXIMOS ANUAIS VAZÕES AFLUENTES A EMBORCAÇÃO

O Índices de 1 a 4 refletem a distribuição de probabilidades da vazão diária e os índices de 5 a 9 a distribuição de probabilidades da vazão máxima anual. O índice 10 reflete a distribuição de probabilidades dos máximos volumes afluentes.

A tabela 3.3 mostra os resultados encontrados. Cada linha refere-se a um dos dez índices listados na tabela 3.2. Como o número de anos da série histórica é 15, o número k de segmentos sintéticos utilizados para cada aproveitamento foi o maior inteiro contido em  $1000/15=66$ . Para cada índice, a tabela fornece:  $x_h$ ;  $x^*$  (propriedade resultante do exame dos 1000 anos da série sintética como um todo);  $x_{\min} = \min\{x_i\}$ ;  $\bar{x} = 1/k \sum x_i$ ;  $x_{\max} = \max\{x_i\}$ ; e uma estimativa de  $P(X > x_h)$ , dado pela fração de elementos do conjunto  $\{x_i\}$  que sejam superiores a  $x_h$ . Pode-se notar que os valores de  $P(X > x_h)$  são maiores do que 0,05 e menores do que 0,95, para todos os 10 índices, o que significa que o modelo estocástico não pode ser rejeitado.

Todini e O'Connell (1979) observaram que exame de cada índice de per si não garante que o vetor  $\underline{x}_h$  esteja "cercado" por vetores  $\underline{x}_i$ , em que tanto os componentes de  $\underline{x}_h$ , como os de  $\underline{x}_i$ ,  $i=1, k$  são por exemplo os índices definidos na tabela 3.2. A figura 3.12 ilustra o conceito para o caso em que o número de índices seja 2:  $\underline{x}_h$  pode estar situado na periferia da distribuição bivariada, mesmo que isto não ocorra sob a ótica de cada uma das distribuições marginais. Para cuidar deste caso, o vetor  $\underline{x}_h$  e os vetores  $\underline{x}_i$ ,  $i=1, k$  podem ser mapeados em escalares que meçam a distância de cada um deles ao centro de gravidade dos  $\underline{x}_i$ :

$$d_h = (\underline{x}_h - \bar{\underline{x}})' \Sigma^{-1} (\underline{x}_h - \bar{\underline{x}}) \quad (3.41)$$

$$d_i = (\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})' \Sigma^{-1} (\underline{x}_i - \bar{\underline{x}}) \quad (3.42)$$

onde:

$$\bar{\underline{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \underline{x}_i \quad (3.43)$$

$$\Sigma = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (\underline{x}_i - \bar{\underline{x}}) (\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})' \quad (3.44)$$

e (') significa que o vetor é transposto.

	SÉRIE HISTÓRICA	SÉRIE SINTÉTICA	MÉDIA DOS BLOCOS	MÁXIMO DOS BLOCOS	MÍNIMO DOS BLOCOS	PROBABILIDADE (SINT.>HIST.)
Média V. Diária (M3/S)	645.	642.	642.	707.	573.	0.45
D. Padrão V. Diária (M3/S)	445.	448.	446.	575.	378.	0.42
Assimetria V. Diária	1.53	1.86	1.75	3.08	1.07	0.62
Curtose V. Diária	6.09	9.87	8.84	23.65	4.00	0.72
Média V.Max.Anual (M3/S)	1960.	2080.	2080.	2730.	1720	0.66
D. Padrão V.Max.Anual (M3/S)	754.	740.	680.	1300	384.	0.33
Assimetria V.Max.Anual	0.18	1.70	1.02	2.66	-0.67	0.90
Curtose V.Max.Anual	2.51	7.14	3.91	9.59	1.70	0.77
Vazão Máxima Diária (M3/S)	3520.	6380.	3790.	6380.	2550.	0.53
Volume de Espera para Garantir 1960 M3/S (M3)	0.655E+04	0.382E+05	0.116E+05	0.382E+05	0.138E+04	0.72

Tabela 3.3 - Teste do Modelo DIANA para a série de vazões diárias afluentes à usina da Emborcação - Estatísticas de 66 blocos de 15 anos

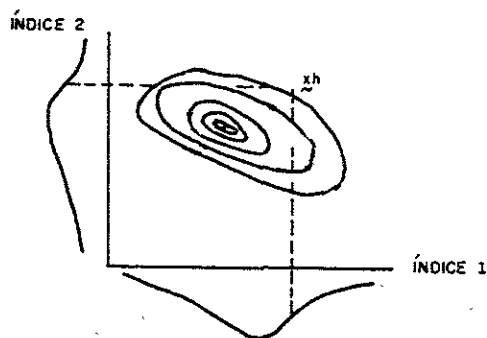


Figura 3.12 - Densidade de Probabilidade, Bivariada e Marginais, para dois Índices

A inclusão da matriz de covariância  $\Sigma$ , definida por (3.44) tem o propósito de "compensar" pela redundância de informação existente em  $x_i$ , fruto da correlação eventualmente existente entre seus componentes. Costa, Oliveira, Pereira e Kelman (1981) dão explicações suplementares sobre o assunto.

De posse da coleção de  $\{d_i\} = i=1, k$ , pode-se repetir o raciocínio anteriormente feito para cada um dos índices e rejeitar o modelo caso  $P(D > d_h)$  seja maior do que 0,95 ou menor do que 0,05, onde  $P(D > d_h)$  é estimado pela proporção de elementos da coleção  $\{d_i\}$  que sejam maiores do que  $d_h$ . No caso estudo esta probabilidade foi 0,80.

### III.4.2 Escolha entre Modelos Concorrentes

A metodologia exposta no item anterior serve para dar suporte para uma eventual rejeição de algum modelo para uma particular série hidrológica. Analogamente à maioria dos testes de hipótese utilizados na estatística aplicada, a não rejeição do modelo tem significado diferente do que sua aceitação como modelo verdadeiro. Na realidade, diversos modelos podem "passar pelo teste". Neste caso, qual deles escolher?

Costa, Oliveira, Pereira e Kelman (1981) sugeriram responder a questão acima selecionando da coleção  $\{M_1, M_2, \dots, M_\lambda\}$  de modelos que "passaram no teste", aquele que seja mais provável, dado o particular valor de  $x_h$ . Segundo esta abordagem, faz-se necessário o cálculo de  $P(M_j | x_h)$ ,  $j=1, 2, \dots, \lambda$ , o que pode ser obtido com auxílio do Teorema de Bayes

$$P(M_j | x_h) = \frac{f_{x|M_j}(x_h | M_j) P(M_j)}{\sum_{\lambda} f_{x|M_\lambda}(x_h | M_\lambda) P(M_\lambda)} \quad (3.45)$$

onde  $f_{x|M_j}(\cdot)$  é a densidade de probabilidade (multivariada) de  $x$ , dado que o  $j$ -ésimo modelo é verdadeiro e  $P(M_\lambda)$  é a probabilidade inicial ("prior") atribuída ao  $\lambda$ -ésimo modelo.

Infelizmente esta função densidade de probabilidade não é usualmente conhecida sob forma analítica, e a avaliação de seu valor no ponto  $x_h$  tem que ser feita numericamente. Esta é uma tarefa difícil quando o vetor  $x$  tem diversas dimensões, como no caso examinado no item anterior em que se lidava simultaneamente com 10 índices (dimensões).

Seja o caso univariado em que o vetor  $x$  é colapsado no escalar  $x$ . A estimação de  $f_{x|M_\lambda}$  pode ser feita a partir da seguinte expressão:

$$\bar{f}_{x|M_\lambda}(x_h) = \frac{\sqrt{rs}}{kc} \quad (3.46)$$

onde  $c$  é uma distância que define uma vizinhança em torno de  $x_h, (x_h - c, x_h + c)$ ;  $r$  é o número de elementos da coleção  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}_r$  produzida pelo  $\alpha$ -ésimo modelo que pertencem ao intervalo  $(x_h - c, x_h)$ ;  $s$  é o mesmo, referente ao intervalo  $(x_h, x_h + c)$ ;  $K$  é o número de segmentos sintéticos.

Keiman (1983) deriva expressões aproximadas para o valor esperado e para a variância do estimador expresso pela equação 3.46. Um exame destas expressões revela que os momentos de estimador são podem ser calculados caso se conheça o valor de  $p = \int_{x_h - c}^{x_h} f_x |M_\alpha(x) \alpha x$  e de  $q = \int_{x_h}^{x_h + c} f_x |M_\alpha(x) \alpha x$ . Obviamente os valores para  $p$  e  $q$  não podem ser determinados, visto que  $f_x |M_\alpha(\cdot)$  é exatamente o que se quer avaliar. Entretanto parece razoável aceitar a idéia de que  $f_x |M_\alpha(\cdot)$  deva ter uma assimetria situada entre os limites correspondentes à distribuição normal (coeficiente de assimetria igual a 0) e à distribuição exponencial (coeficiente de assimetria igual a 2). A tabela 3.4 mostra o valor esperado e o desvio padrão do estimador de  $f_x(x_h)$ , para diversos valores que  $x_h, c$  e  $n$ , no caso em que  $X$  tem distribuição normal padrão e exponencial com parâmetro unitário ( $E(X)=1$  e  $var(X)=1$ ). O caso de  $k=30$  é bem típico de experiências com uso de séries sintéticas em que 1000 anos de série sintética podem ser particionados em segmentos de mesmo número de anos que a série histórica, digamos 33, resultando um conjunto de 30 segmentos e igual número de observações de algum escalar associado a cada segmento. Observa-se que os resultados são bem razoáveis para  $k=30$ . Apenas para o caso normal,  $x_h=0$  e  $c=1$ , 0 ao viés do estimador parece ser excessivo. Mesmo neste caso, basta fazer  $c=0,5$ , isto é, diminuir a vizinhança em torno de  $x_h$ , que o viés desaparece. Se a diminuição de  $c$  faz com que o viés decresça, provoca por outro lado um aumento do desvio padrão do estimador. Este efeito pode ser contra balanceado pelo aumento do número de segmentos considerados, e foi para avaliar este efeito que a tabela inclui o caso de  $K=100$ . A análise da tabela 3.4 permite, em resumo, que se tenha confiança na utilização da equação 3.46 para estimar  $f_x |M_\alpha(x_h)$  para cada um dos modelos candidatos à seleção.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO				
$x_h$	$f_x(x_h)$	C	K=30	K=100
2,0	0,05	0,5 1,0	0,08(0,05) 0,07(0,03)	0,06(0,03) 0,06(0,02)
1,5	0,13	0,5 1,0	0,14(0,07) 0,13(0,05)	0,13(0,04) 0,12(0,02)
1,0	0,24	0,5 1,0	0,25(0,08) 0,22(0,05)	0,24(0,04) 0,22(0,03)
0,5	0,35	0,5 1,0	0,35(0,09) 0,30(0,05)	0,34(0,05) 0,30(0,03)
0,0	0,40	0,5 1,0	0,39(0,09) 0,34(0,04)	0,38(0,05) 0,34(0,02)

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL DE PARÂMETRO UNITÁRIO				
$x_h$	$f_x(x_h)$	C	K=30	K=100
2,0	0,14	0,5 1,0	0,15(0,07) 0,15(0,05)	0,14(0,04) 0,14(0,02)
1,5	0,22	0,5 1,0	0,24(0,08) 0,23(0,05)	0,23(0,04) 0,23(0,03)
1,0	0,37	0,5 1,0	0,38(0,09) 0,38(0,05)	0,37(0,05) 0,38(0,03)
0,5	0,61	0,5	0,61(0,09)	0,61(0,05)

Tabela 3.4 - Valor Esperado (e Desvio Padrão) do Estimador da Densidade de Probabilidades em  $x_h$ , para Amostras de Tamanho 30 e 100.

	SÉRIE HISTÓRICA	SÉRIE SINTÉTICA	MÉDIA DOS BLOCOS	MÁXIMO DOS BLOCOS	MÍNIMO DOS BLOCOS	PROBABILIDADE (SINT.>HIST.)
Média V. Diária (M3/S)	1401	1428	1427	1508	1281	0.70
D. Padrão V. Diária (M3/S)	748	839	834	928	706	0.93
Assimetria V. Diária	1.41	1.44	1.41	1.81	1.08	0.45
Curtose V. Diária	6.08	5.88	5.76	8.45	4.11	0.32
Média V.Max.Anual (M3/S)	3089	3369	3365	3669	2981	0.93
D. Padrão V.Max.Anual (M3/S)	1031	1028	1007	1270	819	0.38
Assimetria V.Max.Anual	0.88	0.72	0.66	1.68	-0.14	0.25
Curtose V.Max.Anual	3.66	3.51	3.20	7.21	1.98	0.22
Vazão Máxima Diária (M3/S)	5948	7855	5967	7855	4834	0.38
Volume de Espera para Garantir 1960 M3/S (M3)	0.308E+05	0.113E+06	0.415E+05	0.113E+06	0.199E+05	0.70

Tabela 3.5 - Teste do Modelo DIANA para a série de vazões diárias afluentes à usina de Furnas - Estatísticas de 31 blocos de 32 anos

	SÉRIE HISTÓRICA	SÉRIE SINTÉTICA	MÉDIA DOS BLOCOS	MÁXIMO DOS BLOCOS	MÍNIMO DOS BLOCOS	PROBABILIDADE (SINT.>HIST.)
Média V. Diária (M3/S)	1401	1477	1476	1710	1291	0.67
D. Padrão V. Diária (M3/S)	748	923	909	1238	706	0.90
Assimetria V. Diária	1.41	1.71	1.48	2.80	0.81	0.54
Curtose V. Diária	6.08	7.81	6.13	14.31	3.52	0.35
Média V.Max.Anual (M3/S)	3089	3093	3095	3567	2761	0.51
D. Padrão V.Max.Anual (M3/S)	1031	1115	1081	1502	740	0.54
Assimetria V.Max.Anual	0.88	1.13	0.82	2.18	-0.30	0.35
Curtose V.Max.Anual	3.66	5.34	3.83	9.18	1.78	0.38
Vazão Máxima Diária (M3/S)	5948	9360	6114	9360	4486	0.45
Volume de Espera para Garantir 1960 M3/S (M3)	0.308E+05	0.439E+06	0.113E+06	0.439E+06	0.165E+05	0.87

Tabela 3.6 - Teste do Modelo XADREZ para série de vazões afluentes à usina de Furnas - Estatísticas de 31 blocos de 32 anos



Para exemplificar a aplicação da metodologia, os modelos DIANA e XADREZ foram ajustados à série histórica de vazões afluentes à barragem de Furnas, no Rio Grande (figura 3.10) utilizando uma série histórica composta por 32 "períodos úmidos" (27 de novembro a 31 de março). Ambos os modelos tiveram desempenho satisfatório, de acordo com a metodologia descrita no item III.4.1, conforme pode ser constatado do exame das tabelas 3.5 e 3.6. As densidades de probabilidade  $f_{x|M_2}(x_h)$  foram estimadas, para cada um dos dez índices listados na tabela 3.2 de acordo com a equação 3.46 com o valor de  $c$  igual à metade do desvio padrão da variável aleatória sob consideração.

As probabilidades anteriores  $P(M_2)$ ,  $\lambda = 1, 2$  que aparecem na equação 3.45 foram feitas iguais a 0,5, uma vez que a priori não há razão alguma para se considerar algum dos modelos mais verossímil que o outro. Incidentalmente, vale observar que a abordagem tem como suposição implícita a hipótese de que o modelo verdadeiro é um dos considerados, visto que as respectivas probabilidades anteriores somam a unidade. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 3.7.

A exame desta tabela permite concluir que os dois modelos tem resultados bastante equilibrados para todos os índices, com a possível exceção do volume de espera (índice 10), quando o modelo DIANA foi cerca de 7 vezes mais provável do que o XADREZ.

MODELO	ÍNDICE									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda=1$ DIANA	0,60	0,37	0,68	0,53	0,23	0,65	0,33	0,37	0,68	0,87
$\lambda=2$ XADREZ	0,40	0,63	0,32	0,47	0,77	0,35	0,67	0,63	0,32	0,13

Tabela 3.7 - Valores de  $\bar{P}(M_2 | x_h)$  para comparação entre os modelos DIANA e XADREZ, para os índices definidos na tabela 3.2.

## VOLUME DE ESPERA PARA AMORTECIMENTO DE CHEIAS

### IV.1 INTRODUÇÃO

A operação de reservatórios projetados para fins conservativos é feita procurando manter o estoque de água tão elevado quanto possível. Entretanto é usual, durante a época chuvosa, manter vazio uma parte do volume útil - o chamado volume de espera para controle de cheias - com o objetivo de encaixar o excesso d'água provocado pela afluência de uma cheia. Desta maneira o reservatório beneficia o vale a jusante, tornando as inundações menos frequentes.

Existe por vezes um outro volume de espera, mantido sempre disponível, destinado ao amortecimento da cheia de projeto do vertedor. Este volume de espera assegura, juntamente com o vertedor, a segurança da barragem.

O dimensionamento de volume de espera, tanto para controlar inundações como para garantir a segurança da barragem, é um problema matematicamente simétrico ao do cálculo do volume útil de um reservatório destinado exclusivamente à conservação da água. A única diferença reside no intervalo de discretização do tempo utilizado em cada caso: uma cheia é um fenômeno rápido, que dependendo do tamanho da bacia precisa ser acompanhada desde intervalos de minutos até o de alguns dias; uma estiagem é um fenômeno lento, que pode ser acompanhada desde intervalos de uma semana até o de um ano. É natural que algumas técnicas de dimensionamento usadas no cálculo do volume útil sirvam também para definir o volume de espera. Outras, no entanto, não serão mais aplicáveis, como se verá adiante.

## IV.2 MÉTODOS DE CÁLCULO DE VOLUME DE ESPERA

O método mais antigo que se tem notícia para dimensionamento de volume útil é o proposto por Rippl (1883), que utilizou a soma parcial da série histórica, definida por

$$S(t) = \sum_{\tau=1}^t q_{\tau} \Delta t \quad (4.1)$$

onde:

$q_{\tau}$  é a descarga média afluente ao  $\tau$ -ésimo intervalo de tempo

$\Delta t$  é o intervalo de discretização

A Figura 4.1 mostra que para que a vazão afluente do reservatório seja pelo menos igual a um constante  $r$ , chamada de vazão regularizada, é necessário que o volume útil seja no mínimo igual a  $\max(a_1, a_2, \dots)$ . Uma descrição pormenorizada deste método é dada por Souza (1977).

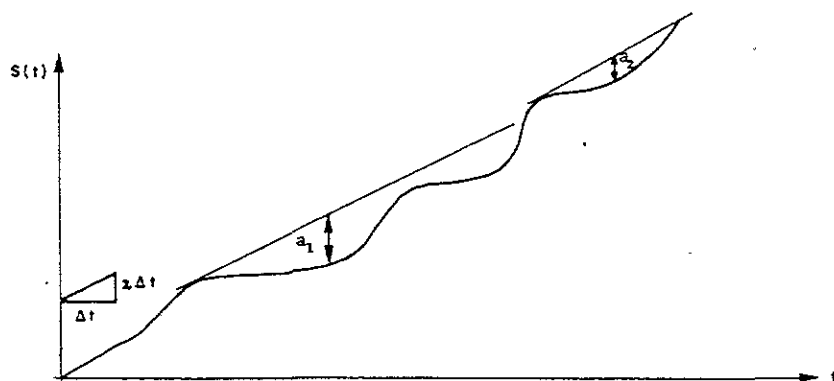


FIGURA 4.1 - MÉTODO DE RIPPL PARA DETERMINAÇÃO DO VOLUME ÚTIL

O método de Rippl resolve o que poderia ser chamado de problema de "controle de estiagens". Analogamente poder-se-ia enunciar o problema do "controle de cheias" como sendo o de determinar o volume de espera capaz de garantir que a máxima vazão efluente seja menor ou igual a uma constante  $u$ , chamada de vazão de restrição, que não causa danos a jusante. A questão do dimensionamento do volume de espera para amortecimento da cheia de projeto será vista no item 4.6. Neste caso a restrição imposta é um limite superior ao nível do reservatório, sendo a vazão efluente variável em função do próprio nível de armazenamento, de acordo com as características hidráulicas do vertedor.

Sem perda de generalidade, admita que se esteja considerando apenas a série de vazões diárias de uma particular época chuvosa do registro histórico. Por exemplo,  $q_1$  - primeira vazão da série - poderia corresponder ao dia 01 de outubro de 1970 e  $q_n$  - última vazão da série - ao dia 30 de abril de 1971. Se a unidade de vazão utilizada é o  $m^3/s$ , e a discretização é diária,  $\Delta t$  (Equação 4.1) é o número de segundos do dia. A Figura 4.2 ilustra como seria obtido neste caso o volume de espera.

$$v = \max(b_1, b_2, \dots) \quad (4.2)$$

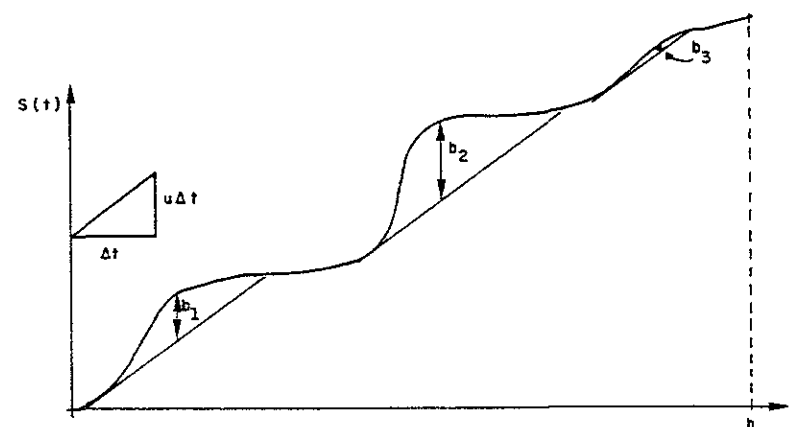


FIGURA 4.2 - DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE ESPERA

Uma forma alternativa para cálculo do volume útil foi proposta por Waitt (1945) e baseia-se na curva volume duração. No caso que se pretenda determinar o volume de espera, para controle de cheias, a metodologia pode ser adaptada relacionando-se para cada duração  $d$  o máximo volume afluente em  $d$  dias consecutivos,  $y(d)$ .

$$y(d) = \max_{0 \leq t \leq h+1-d} \sum_{j=1}^d q_{t+j} \Delta t \quad (4.3)$$

onde  $h$  é o último dia considerado.

Como a vazão de restrição é  $u$ , o volume de espera deverá ser maior ou igual a  $y(1) - u\Delta t$ . É simples perceber que também deverá ser maior ou igual a  $y(2) - 2u\Delta t$  e em geral maior ou igual a  $y(d) - du\Delta t$ .

O mínimo volume de espera  $v$  que satisfaz simultaneamente a estas desigualdades é

$$v = \max_d [y(d) - du\Delta t], \quad d = 1, 2, \dots, h \quad (4.4)$$

A Figura 4.3 ilustra o conceito. A duração crítica  $d_c$  é definida como sendo aquela em que  $v = y(d_c) - d_c u\Delta t$  (na figura,  $d_c = 2$  dias).

Se o procedimento representado pela Figura 4.2 e/ou o representado pela Figura 4.3 fossem repetidos para cada época chuvosa da série histórica (que pode ser eventualmente o ano inteiro), obter-se-ia uma coleção de volumes de espera  $\{v(1), v(2), \dots, v(j), \dots, v(n)\}$ , onde  $n$  é o número de anos da série histórica. Cada valor  $\{v(j), j = 1, 2, \dots, n\}$ , poderia ser calculado tanto pela Equação 4.2 quanto pela Equação 4.4.

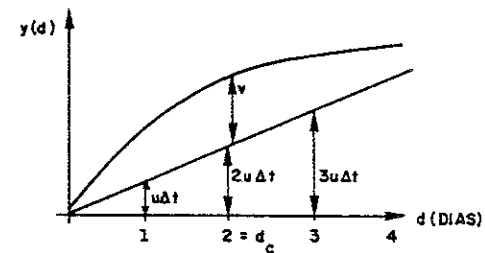


FIGURA 4.3 - CURVA VOLUME - DURAÇÃO

Como a série de vazões afluentes em alguma época chuvosa do futuro não será provavelmente igual a série alguma observada no passado, o volume de espera que virá a ser necessário é uma variável aleatória  $V$ . Um possível critério para escolha de  $v^*$  - volume de espera a ser alocado no início de cada época chuvosa - é fazer  $v^* = \max(v(j), j = 1, n)$ . Esta opção implicaria em estar preparado para o pior evento ocorrido ao longo dos  $n$  anos do registro histórico. O inconveniente desta abordagem é que não se tem noção de qual a probabilidade de que num ano qualquer  $v^*$  não seja suficiente. Isto é, não se sabe qual a probabilidade de que  $V$  seja maior do que  $v^*$ . Alternativamente, pode-se optar pelo valor de  $v^*$  que satisfaça a igualdade  $P(V > v^*) = \alpha$ , em que  $\alpha$  é uma probabilidade pré-especificada para falha no amortecimento de cheia de um ano qualquer.

Existem pelo menos quatro maneiras de se determinar  $v^*$  por este critério, a seguir descritas.

#### a) Uso da curva volume-duração

Alexander (1962) ao estudar a questão do dimensionamento de volume útil, adotou o intervalo de discretização anual e procurou estudar as distribuições de probabilidades das variáveis aleatórias  $W(1), W(2), \dots, W(d)$ ,

em que  $W(d)$  é o volume afluente em  $d$  anos consecutivos. Alexander assumiu que as vazões anuais fossem variáveis aleatórias independentes e com distribuição de probabilidades gama. Com estas hipóteses,  $W(1), W(2), \dots, W(d) \dots$  têm também distribuição gama, com diferentes fatores de forma. Por conseguinte, a definição da família de distribuições de probabilidades parametrizada pela duração  $d$ , pode ser feita unicamente a partir da estimação da distribuição de  $W(1)$ . Alexander construiu a curva volume-duração unindo os pontos  $w_\alpha(d)$ , definidos como  $P(W(d) \leq w_\alpha(d)) = \alpha$ . Gomide (1983) relata um procedimento semelhante para dimensionar o volume de regularização sazonal, tendo no entanto que considerar as amostras disponíveis de  $W(2), W(3), \dots$ , uma vez que neste caso as vazões mensais não constituem um processo independente. Para determinação de volume de espera, Beard (1963) também trabalhou com as variáveis aleatórias  $W(1), W(2), \dots, W(d) \dots$ , só que desta vez  $W(d)$  é definido como volume afluente em  $d$  dias consecutivos. Para cada duração  $d$  pode-se ajustar uma distribuição de probabilidades à amostra disponível, sendo o tamanho da amostra igual ao número de anos da série histórica. Beard adotou a distribuição log-Pearson tipo III para todas as durações  $d$ , o que lhe permitiu construir a curva volume-duração associada à probabilidade de falha  $\alpha$ , de acordo com o método sintetizado na Figura 4.4

Para cada duração  $d$  o gráfico mostra a função densidade de probabilidades  $f(W(d))$  e o seu quantil  $w_\alpha(d)$ , definido como  $P(W(d) \geq w_\alpha(d)) = \alpha$ . Isto é, as áreas hachuradas correspondem ao risco de emergência  $\alpha$  e definem a curva  $y(d)$ , que juntamente com a reta de coeficiente angular  $u\Delta t$  torna possível a determinação do volume de espera  $v$ , de acordo com a Equação 4.4.

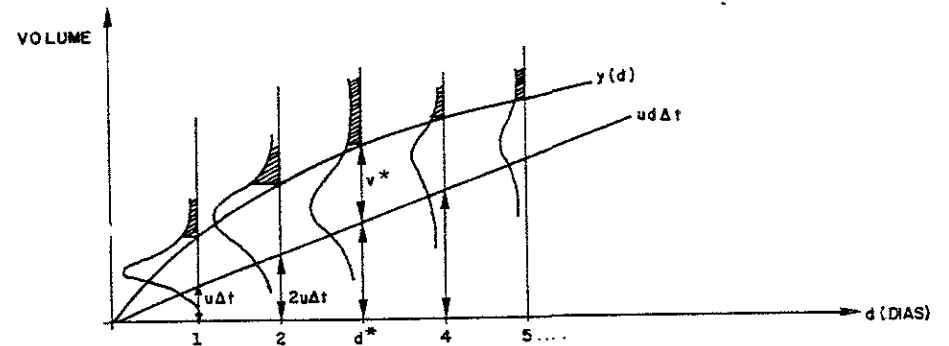


FIGURA 4.4 - OBTENÇÃO DA CURVA VOLUME DURAÇÃO UNINDO OS QUANTIS  $\alpha$  DE  $W(d)$

O Setor Elétrico brasileiro tem alocado volumes de espera em reservatórios do sistema hidrelétrico através do método da curva volume-duração (GCOI<sup>33</sup>, 1977; GCOI<sup>34</sup>, 1980). Entretanto diversas têm sido as dificuldades práticas encontradas na implementação do método, sendo talvez a principal delas devido às variações amostrais que fazem com que a curva  $y(d)$  não seja côncava, como seria de se esperar. A correção desta irregularidade é com frequência obtida ajustando-se uma função analítica aos pontos  $w_\alpha(d)$ , por exemplo, pelo método dos mínimos quadrados. Este recurso é no entanto insatisfatório, na medida em que diferentes opções quanto à função analítica para  $y(d)$  ou quanto ao método de estimação dos parâmetros para esta função, conduzem a resultados muito disparatados. Além disto o método é aproximado, na medida em que o volume de espera  $v^*$  não satisfaz à igualdade  $P(V > v) = \alpha$ . Na realidade, Kelman et al (1980) mostraram que

$$P(V > v^*) = P[(W(1) > v^* + u\Delta t) \text{ ou } (W(2) > v^* + 2u\Delta t) \text{ ou } \dots \\ \dots \text{ ou } (W(d^*) > v^* + d^* u\Delta t \text{ ou } \dots)] \geq \\ P [ W(d^*) > v^* + d^* u\Delta t ] = \alpha$$

Isto é

$$P(V > v^*) \geq \alpha \quad (4.5)$$

Em palavras, a probabilidade de que o volume afluente em  $d^*$  dias consecutivos seja superior ao volume de espera somado à efluência total durante estes  $d^*$  dias é exatamente  $\alpha$ , dado que  $d^*$  é a duração crítica. No entanto uma emergência pode ocorrer devido a um desbalanceamento entre volume afluente e efluente para qualquer outra duração, o que explica a desigualdade em (4.5).

#### b) Uso das propriedades de somas parciais

A questão do dimensionamento do volume útil de um reservatório teve um considerável avanço quando Gomide<sup>31</sup> (1975), derivou a distribuição de probabilidades para o "máximo deficit", definido na Figura 4.1 como  $D_h = \max_1 \{A_i\}$ , ou mais formalmente como:

$$D_h = - \min_{1 \leq j \leq k \leq h} [(Q_j + Q_{j+1} + \dots + Q_{k-1} + Q_k - (k-j+1)u)\Delta t] \quad (4.6)$$

Os resultados de Gomide são entretanto válidos unicamente quando as variáveis  $Q$  são independentes e igualmente distribuídas, o que é uma hipótese em geral bastante razoável quando  $Q_j$  é a vazão média no  $j$ -ésimo ano (caso por ele estudado). Mesmo quando  $\{Q_j\}$  for um processo auto-regressivo de primeira ordem, Gomide consegue im-

portantes resultados a partir da derivação dos dois primeiros momentos de  $D_h$  e da distribuição assintótica (para  $h$  grande) de  $D_h$  padronizado. Dada a já mencionada simetria entre cálculo de volume útil e de volume de espera, seria em princípio possível definir  $V_h$  como (veja Figura 4.2):

$$V_h = - \min_{1 \leq j \leq k \leq h} [((k-j+1)u - (Q_j + Q_{j+1} + \dots + Q_{k-1} + Q_k)) \Delta t] \quad (4.7)$$

e utilizar as expressões exatas de Gomide. Entretanto este procedimento só poderá ser adotado para cálculo de volume de espera caso  $\{Q_j\}$  - agora o processo estocástico de vazões diárias - tenha a incomum propriedade de possuir uma estrutura estocástica muito simples.

#### c) Ajuste de distribuição de probabilidades

O conjunto  $\{v(1), v(2), \dots, v(j), \dots, v(n)\}$  de volumes de espera para cada um dos  $n$  anos da série histórica pode ser visto como uma amostra aleatória de  $V$ . A determinação de  $v^*$  pode ser feita através do ajuste de uma distribuição de probabilidades a esta amostra. Por exemplo, a Figura 4.5 mostra as distribuições acumuladas para o volume de espera no reservatório de FURNAS, no Rio Grande, quando a vazão de restrição é respectivamente igual a 2000, 3000 e 4000  $m^3/s$ . Nota-se que nos três casos existe uma massa de probabilidades em zero, significando haver uma probabilidade finita de que em um ano qualquer não haja necessidade alguma de volume de espera. Distribuições deste tipo são usualmente representadas por expressões do tipo

$$P(V \leq v) = (1-p) F_v(v) + p, \quad v \geq 0 \quad (4.8)$$

onde  $F_v(v)$  é a distribuição ajustada para os valores positivos da amostra aleatória. Por exemplo, a adoção da

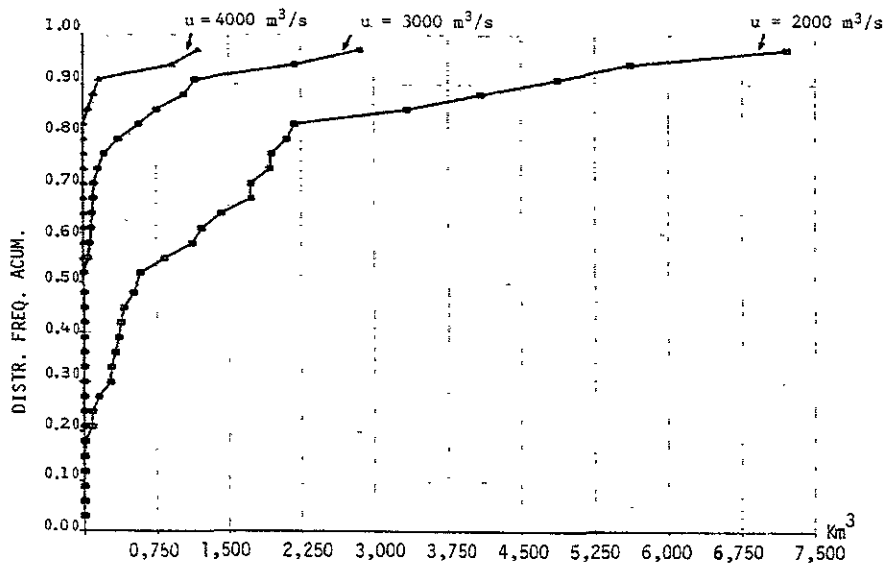


Figura 4.5 - Distribuições Acumuladas Empíricas do Volume de Espera Para o Reservatório de Furnas, no Rio Grande, com Vazão de Restrição igual a  $u$

distribuição exponencial para  $F_V(v) = 1 - \exp(-v/\lambda)$ ,  $v \geq 0$  permite calcular  $v^*$  como

$$v^* = -\lambda \ln[a(1 - p)^{-1}] \quad (4.9)$$

Neste caso a distribuição de probabilidades de  $V$  é chamada de "mista exponencial".

Se dos  $n$  anos,  $k$  tiverem volume de espera nulo, pode-se estimar os parâmetros  $\lambda$  e  $p$  como:

$$\bar{p} = \frac{k}{n} \quad (4.10)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^n v(j)$$

A tabela 4.1 mostra os resultados encontrados para o reservatório de FURNAS da aplicação das equações 4.9 e 4.10. A distribuição exponencial foi escolhida apenas para exemplificar o procedimento. Como se sabe esta distribuição tem coeficiente de variação igual a 1 e coeficiente de assimetria igual a 2. Os correspondentes coeficientes amostrais são também apresentados na tabela, para efeito de comparação.

u (m <sup>3</sup> /s)	P(V=0) (p̄)	E(V V>0) (λ̄) (Km <sup>3</sup> )	CV(V V>0)	CĀ(V V>0)	v*(Km <sup>3</sup> )	
					α = 0.04 (α <sup>-1</sup> = 25 anos)	α = 0.02 (α <sup>-1</sup> = 50 anos)
2000	0.12	1,598	1,16	1,56	4,939	6,047
3000	0.53	0,647	1,32	1,58	1,594	2,043
4000	0.84	0,480	1,10	0,49	0,898	0,979

Tabela 4.1 - Volume de Espera Para o Reservatório de FURNAS, Ajustando Distribuições Exponencial aos Valores Positivos de {v(j), j = 1,n}, n = 32

Como era de se esperar, a medida que a vazão de restrição (u) aumenta, o problema fica mais relaxado, necessitando de volumes de espera v\* cada vez menores. Pela mesma razão, aumenta a frequência dos anos em que a inexistência de um volume de espera não faz diferença alguma (p cresce).

d) Uso de séries sintéticas

A estimativa dos parâmetros p̄ e λ̄, necessários para compor a tabela 4.1 vai ficando cada vez mais imprecisa, à medida que u aumenta. Por um lado porque p = P(V = 0) vai efetivamente se aproximando de 1 e a variância de p̄, que é p(1-p)n<sup>-1</sup>, atinge seu valor máximo. Por outro lado K (número de elementos positivos) tende a zero, visto que E(K) = n(1-p), o que significa que λ̄ talvez não possa ser calculado, ainda que imprecisamente. A única maneira de compensar estes efeitos seria crescer o valor de n, que só é possível com o passar do tempo, visto que n é o número de anos da série histórica.

Alternativamente pode-se utilizar uma série sintética com m anos, m >> n, de tal maneira que da coleção dos

{v(j), j = 1,m} exista um suficiente número de elementos não nulos. Neste caso a própria distribuição empírica de {v(j), j = 1,m} é suficiente para a determinação de v\*, não havendo necessidade de ajustar uma distribuição paramétrica à amostra. A tabela 4.2 mostra os resultados encontrados para v\* quando se utilizou uma série sintética produzida pelo modelo DIANA (Capítulo 3) com 1000 anos para o reservatório de FURNAS.

u (m <sup>3</sup> /s)	P(V = 0) (p̄)	E(V V>0) (λ̄)	CV(V V>0) COEF. VARIACÃO	CĀ(V V>0) COEF. ASSIMETRIA	v*(Km <sup>3</sup> )	
					α = 0.04 (α <sup>-1</sup> = 25 anos)	α = 0.02 (α <sup>-1</sup> = 50 anos)
2000	0,06	1,975	1,06	1,89	6,550	7,617
3000	0,42	0,862	1,28	2,84	2,682	3,279
4000	0,74	0,448	1,42	2,98	0,915	1,285

Tabela 4.2 - Volume de Espera Para o Reservatório de FURNAS Utilizando Séries Sintéticas (Modelo DIANA) Para Produzir a Distribuição Empírica de {v(j), j=1,m}, m = 1000

É interessante observar que os volumes de espera associados com séries sintéticas produzidas pelo modelo DIANA (tabela 4.2) são sistematicamente superiores aos valores estimados pela distribuição exponencial (tabela 4.1). Neste caso, qual das tabelas deveria ser empregada?

A questão não é simples de ser resolvida, visto que nenhuma das duas distribuições, a exponencial mista e a empírica da série sintética, podem ser recusadas por um teste de hipótese de bondade de ajustamento. Por exemplo, a máxima distância vertical entre as distribuições empíricas da série histórica e da sintética é de 0,13

(Figura 4.6) ao passo que o valor crítico para o teste de Kolmogorov-Smirnov, nível de significância de 5%, é de 0,23. Analogamente, a máxima distância vertical entre a distribuição empírica da série histórica e a exponencial mista é de 0,11, enquanto o valor crítico para o teste de Kolmogorov nível de significância de 5%, é da ordem de 0,15 (Loucks, Stedinger e Haith , pp. 112, 1981).

Convém observar, no entanto, que o ajuste de uma distribuição de probabilidades à amostra histórica de volumes de espera (a exponencial mista é apenas uma das possibilidades) pode resultar em graves erros, devido à variação amostral oriunda do reduzido número de observações positivas. Por exemplo, a tabela 4.1 revela que para vazão de restrição  $u = 4000 \text{ m}^3/\text{s}$ , das 32 observações apenas  $32(1-\bar{p}) \approx 5$  foram positivas. O coeficiente de assimetria amostral é limitado superiormente neste caso por  $(5-2)(5-1)^{-1/2} = 1,5$  (Loucks, Stedinger, Haith , pp. 104, 1981). Em particular se o correspondente valor da tabela 4.2 fosse o de população, (CA = 2,98), uma amostra de apenas 5 elementos necessariamente produziria uma estimativa inferior a 1,5, como de fato aconteceu.

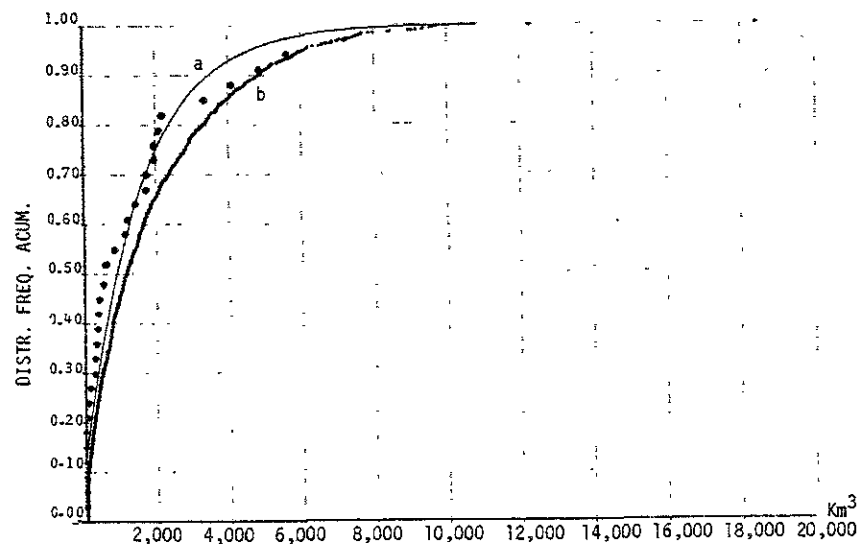


Figura 4.6 - Distribuição de Probabilidades do Volume de Espera no Reservatório de Furnas, Rio Grande  
 • Distribuição empírica da série histórica (n = 32)  
 a) Distribuição mista exponencial ajustada à amostra de n elementos  
 b) Distribuição empírica da série sintética (m = 1000)

Vazão de Restrição :  $u = 2000 \text{ m}^3/\text{s}$



### IV.3 TRAJETÓRIAS CRÍTICAS

Manter um volume de espera igual a  $v(i)$  constante do primeiro ao  $h$ -ésimo dia, para absorver a cheia ocorrida no  $i$ -ésimo ano seria um exagero. Na realidade o volume de espera só precisa ser igual a este valor no dia imediatamente antecedente ao início da cheia máxima de duração  $d_c(i)$  dias (veja Figura 4.3, com óbvia adaptação de notação).

Ao início do último dia o volume de espera precisa ser tão somente igual a

$$v(h,i) = \max(0, (q_{h,i} - u) \Delta t) \quad (4.11)$$

onde  $h$  é o índice do último dia e  $i$  é o índice do ano.

O volume de espera ao início do penúltimo dia tem que ser suficiente para absorver qualquer excesso d'água em relação a  $u$  que aflua ao reservatório neste dia e ainda para garantir que o volume de espera ao final do dia (início do dia  $h$ ) seja pelo menos igual a  $v(h,i)$ . Isto é

$$v(h-1,i) = \max(0, \Delta t(q_{h-1,i} - u) + v(h,i)) \quad (4.12)$$

Em geral

$$v(t-1,i) = \max(0, \Delta t(q_{t-1,i} - u) + v(t,i)), \quad t = 1, 2, \dots, h \quad (4.13)$$

A Figura 4.7 mostra a evolução, com o tempo, do volume de espera para o  $i$ -ésimo ano, chamada de trajetória crítica. Esta trajetória define uma fronteira para a operação do reservatório. Se o armazenamento num dia  $t$  qualquer for tão elevado que esteja situado na região insegura (Figura 4.7), pode-se afirmar que em pelo menos um dia entre  $t$  e  $h$  a vazão efluente será superior a  $u$ . Este evento será chamado de "emergência". Por outro lado, se o armazenamento do reservatório

estiver na região segura, não há razão para temer a ocorrência de uma emergência, desde que a vazão efluente seja feita igual a  $u$  no início do dia em que o armazenamento venha a atingir a trajetória crítica, e se mantenha igual a  $u$  até que o armazenamento lhe fique inferior. Convém observar que o máximo volume de espera  $v(t_c, i)$ , que ocorre no dia  $t_c$ , será igual ao valor único de volume de espera calculado pelo método volume duração (Figura 4.3). Como o método volume duração ignora quando ocorre o centro da cheia, tudo se passa como se o pico da cheia pudesse ocorrer em qualquer dia da época úmida, forçando com que a fronteira entre região segura e insegura seja neste caso constante, conforme linha tracejada na Figura 4.7 para o  $i$ -ésimo ano.

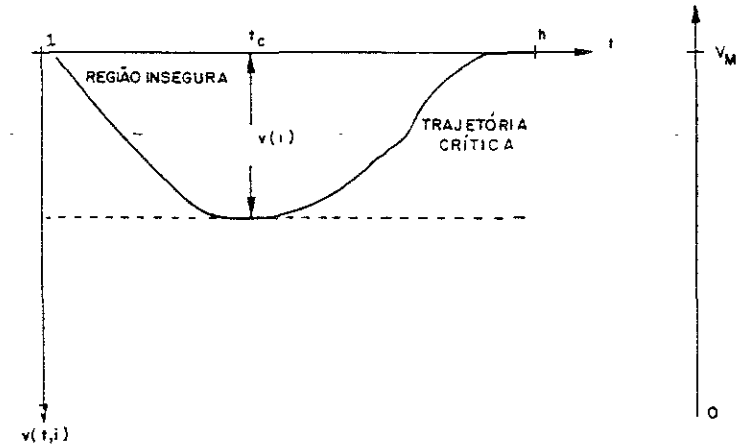


FIGURA 4.7 - EVOLUÇÃO DO VOLUME DE ESPERA PARA O  $i$ -ÉSIMO ANO

A Figura 4.10 mostra três trajetórias críticas correspondentes a três anos distintos.

A separação entre região segura e insegura é obtida, neste caso, pela envoltória às trajetórias críticas, chamada de curva-limite. Isto é, admitindo-se que ao início da época úmida seja "sorteada" uma das três sequências de aflúncias registradas no passado, deve-se estar preparado para a pior das hipóteses. Emergência alguma irá ocorrer desde que a vazão efluente seja feita igual a  $u$  quando o volume armazenado no reservatório estiver acima da curva limite, não importa qual seja o ano  $i$  "sorteado".

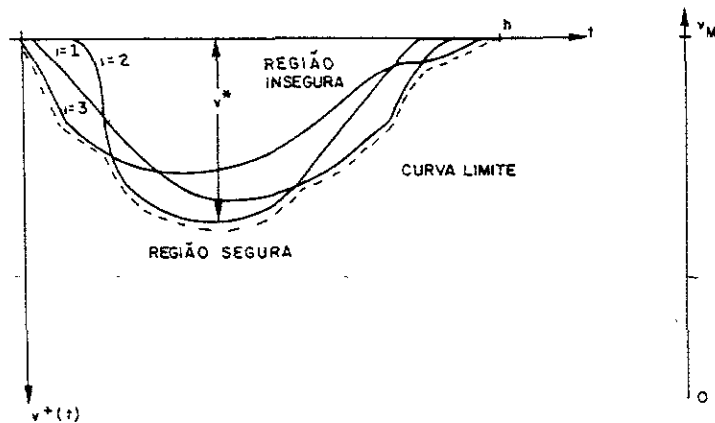


FIGURA 4.8. DEFINIÇÃO DA CURVA LIMITE (TRACEJADO) COMO ENVOLTÓRIA DAS TRAJETÓRIAS CRÍTICAS

Considerou-se apenas três trajetórias críticas com o propósito de não sobrecarregar a Figura 4.8. Na realidade a série histórica propicia a construção de  $n$  trajetórias. A curva limite neste caso garantirá a não ocorrência de emergência na hipótese de repetição de qualquer "situação hidrológica" observada no passado.

Formalmente a curva limite, que neste caso se confunde com o volume de espera para o dia  $t$ , é definida como:

$$v^+(t) = \max_i (v(t,i)), \quad i = 1, n, \quad t = 1, h \quad (4.14)$$

e a hipótese de operação do reservatório para o dia  $t$ , será neste caso:

a)  $v_M < \text{volume armazenado}$

A vazão efluente deve ser definida em função da segurança da barragem e possivelmente será superior a  $u$ , causando inundações a jusante ( $v_M$  é o volume armazenado correspondente ao nível máximo normal operativo)

b)  $v_M - v^+(t) \leq \text{volume armazenado} \leq v_M$

A vazão efluente é feita igual a  $u$  com o propósito de baixar o nível o mais rapidamente possível, sem causar danos a jusante. Isto é, prevalece a regra de operação que procura manter vazio o volume de espera

c)  $\text{Volume armazenado} < v_M - v^+(t)$

Não há restrições operativas. As decisões devem levar em conta unicamente as necessidades energéticas.

É interessante observar que o Setor Elétrico brasileiro já utilizou uma curva-limite, elaborada com base em conceito semelhante ao acima exposto, para servir como instrumento auxiliar à operação do sistema hidrotérmico. Sempre que o estoque de energia potencial, armazenada nos reservatórios do sistema, caísse abaixo da curva-limite, as unidades térmicas deveriam ser acionadas. Neste caso "emergência" era entendida como falha no suprimento de energia (Terry et al., 1980).

Tavares e Kelman (1985) generalizaram o conceito de curva limite para controle de cheias, com a inclusão da no

ção de risco, assunto a seguir abordado.

Admita que a adoção da curva-limite (equação 4.14) como delimitador da evolução do volume de espera resulte em valores muito elevados para  $v^+(t)$ , em particular para  $v^*$  (Figura 4.8). Neste caso pode ser conveniente a aceitação de algum nível de risco de ocorrência de uma emergência através da diminuição de  $v^+(t)$ . Por exemplo se  $v^+(t)$  for definido como envoltória das trajetórias críticas  $i=1$  e  $3$ , mas não para  $i=2$ ,  $v^+(t)$  efetivamente fica menor no intervalo  $(a,b)$  (Figura 4.9). Por outro lado é possível que ocorra uma emergência, bastando que o estado de armazenamento do reservatório esteja na região hachurada e a série  $i=2$  tenha sido "sorteada". A probabilidade de este evento é neste caso menor ou igual a  $1/3$ , visto que se as séries  $i=1$  ou  $i=2$  fossem sorteadas, continuaria no sentido possível a ocorrência de uma emergência.

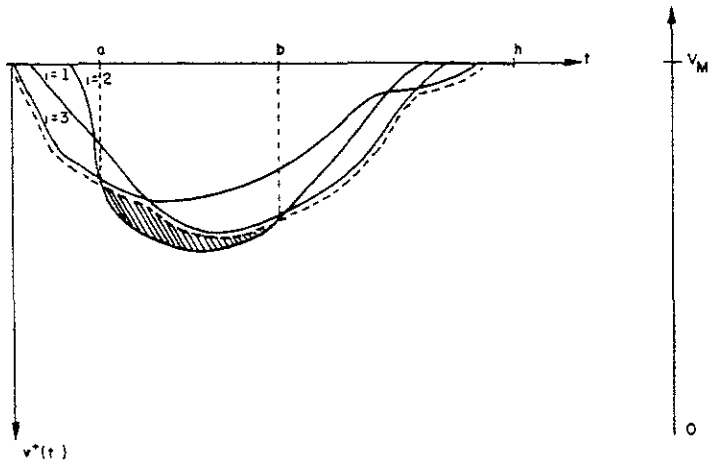


FIGURA 4.9 - DEFINIÇÃO DO VOLUME DE ESPERA (EM TRACEJADO) PARA RISCO  $\alpha = 1/3$

Admitindo-se a hipótese de que no futuro apenas uma das  $n$  trajetórias críticas é que vai ser sorteada, o procedimento pode ser generalizado para a definição de volume de espera associado ao risco  $\alpha = \frac{k}{n}$

$$v_{\alpha}^{+}(t) = \max_{i \notin C_{\alpha}} (v(t,i)), \quad i = 1, n, \quad t = 1, h \quad (4.15)$$

onde  $C_{\alpha}$  é um conjunto de  $k$  trajetórias críticas "não protegidas" pelo volume de espera. Isto é, o volume de espera definido por (4.15) só tem possibilidade de ser insuficiente se a trajetória sorteada pertencer ao conjunto  $C_{\alpha}$ . Portanto a probabilidade de emergência é menor ou igual a  $\alpha$ .

O número de possíveis conjuntos  $C_{\alpha}$  pode ser muito grande, embora menor do que  $n! / (k! (n-k)!)^{-1}$ , visto que se  $v(t,i) < v(t,j)$ ,  $\forall t$ , então a  $i$ -ésima trajetória crítica só pode ser incluída em  $C_{\alpha}$  se a  $j$ -ésima trajetória for também incluída. O conjunto  $C_{\alpha}$  selecionado deve ser tal que minimize o efeito sobre a produção de energia elétrica resultante da manutenção de um volume de espera. Formalmente isto pode ser alcançado pela minimização da função  $B [v_{\alpha}^{+}(1), v_{\alpha}^{+}(2), \dots, v_{\alpha}^{+}(h)]$ . Casos particulares para a função  $B[.]$  são dados por

$$B[v_{\alpha}^{+}(1), v_{\alpha}^{+}(2), \dots, v_{\alpha}^{+}(h)] = \sum_{t=1}^h v_{\alpha}^{+}(t) \quad (4.16)$$

isto é,  $B[.]$  é proporcional ao volume de espera médio, ou

$$B[(v_{\alpha}^{+}(1), v_{\alpha}^{+}(2), \dots, v_{\alpha}^{+}(h))] = \max_t \{v_{\alpha}^{+}(t)\} \quad (4.17)$$

isto é,  $B[.]$  é igual ao máximo volume de espera.

Se  $\alpha < \alpha'$ , parece razoável escolher um conjunto  $C_{\alpha}$ , a partir da "ampliação" do conjunto  $C_{\alpha'}$ . Na realidade a res-

trição de que  $C_{\alpha}$  seja um sub-conjunto de  $C_{\alpha}$ , é não só intuitiva como também útil para a determinação de  $v_{\alpha}^{+}(t)$ , adotando-se o seguinte procedimento

- Inicialmente determinam-se as trajetórias críticas, de acordo com a Equação 4.13, e a curva limite de acordo com a Equação 4.14. Seja  $k = 0$ ,  $C_0$  conjunto vazio e  $\alpha' = 0$
- Defina o conjunto  $\phi$  de trajetórias críticas tal que se  $j \in \phi$  então  $\exists t \in (1, h)$  tal que  $v_{\alpha}^{+}(t) = v(t, j)$
- Para cada trajetória crítica  $j \in \phi$  defina  $C_{\alpha'}(j)$  como sendo  $C_{\alpha}$ ,  $U j$  e áche trajetória  $j^*$  que minimize  $B[v_{\alpha'}^{+}(1), v_{\alpha'}^{+}(2), \dots, v_{\alpha'}^{+}(h)]$   
 onde  $v_{\alpha'}^{+}(t) = \max_{i \in C_{\alpha'}(j)} [v(t, i)]$
- Faça  $k = k+1$ ,  $\alpha' = k/n$  e  $C_{\alpha} = C_{\alpha'} \cup j^*$
- Defina  $v_{\alpha}^{+}(t)$  de acordo com a Equação 4.15
- Se  $\alpha' < \alpha$ , vá para b.
- Caso contrário, fim.

Este algoritmo determina não só a evolução do volume de espera para uma probabilidade de emergência  $\alpha$ , previamente especificada, mas também para todos riscos menores que  $\alpha$ . Conforme visto no Capítulo I, a seleção de  $\alpha$  é uma decisão política. Frequentemente adota-se valores entre 0,02 e 0,04, que correspondem a tempos de recorrência de 50 e 25 anos. Para  $\alpha = 0,02$  o número de trajetórias que pertencem ao conjunto  $C_{\alpha}$  é igual a  $K = \alpha n$  que, para um valor típico de  $n$  (número de anos da série histórica) igual a 30, resulta em  $K = 0,6$ . Isto é, uma série histórica de apenas 30 anos não poderia ser processada pelo algoritmo. É preciso que se recorra a séries sintéticas

cas. Por exemplo se  $m = 10000$  (número de anos da série sintética), então  $k = 10000 \times 0,02 = 200$ , que parece um número suficiente para que a função  $v_{\alpha}^{+}(t)$  não seja muito sensível à variação amostral.

A Figura 4.10 mostra a evolução do volume de espera  $v_{\alpha}^{+}(t)$  para o Reservatório de FURNAS no Rio Grande, para valores de  $\alpha$  iguais a 0,02 e 0,04, e 0,10 com vazão de restrição  $u = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$ . O algoritmo acima descrito foi aplicado numa série de vazões diárias produzidas pelo modelo Kelman (Capítulo III) de 10000 períodos úmidos. Para a função  $B(\cdot)$ , adotou-se a Equação 4.16.

#### IV.4 VOLUMES CRITICOS

##### IV.4.1 Antecedentes

A determinação no item anterior da função  $v_{\alpha}^{+}(t)$  - volume de espera para o dia  $t$ , risco  $\alpha$  - não leva em conta a possibilidade de que um sistema de previsão de vazões esteja disponível. Se este for o caso, seria de se esperar que previsões de "regimes secos" resultassem em volumes de espera inferiores a  $v_{\alpha}^{+}(t)$  e previsões de úmidos em volumes de espera superiores a  $v_{\alpha}^{+}(t)$ . No entanto a função  $v_{\alpha}^{+}(t)$  é definida apenas uma vez e perdura durante todo o período úmido, não se adaptando a eventuais previsões, conseguidas por exemplo a partir da operação de uma rede telemétrica.

Esta adaptabilidade poderia ser tentada através do seguinte procedimento, repetido a cada dia  $t$ :

- Gerar séries sintéticas condicionadas à informação hidrológica existente até o dia  $t$
- Determinar as trajetórias críticas no intervalo  $(t, h)$
- Determinar função  $v_{\alpha}^{+}(\tau)$ ,  $\tau \in (t, h)$  e utilizar apenas o volume de espera  $v_{\alpha}^{+}(t)$  para tomar alguma decisão.

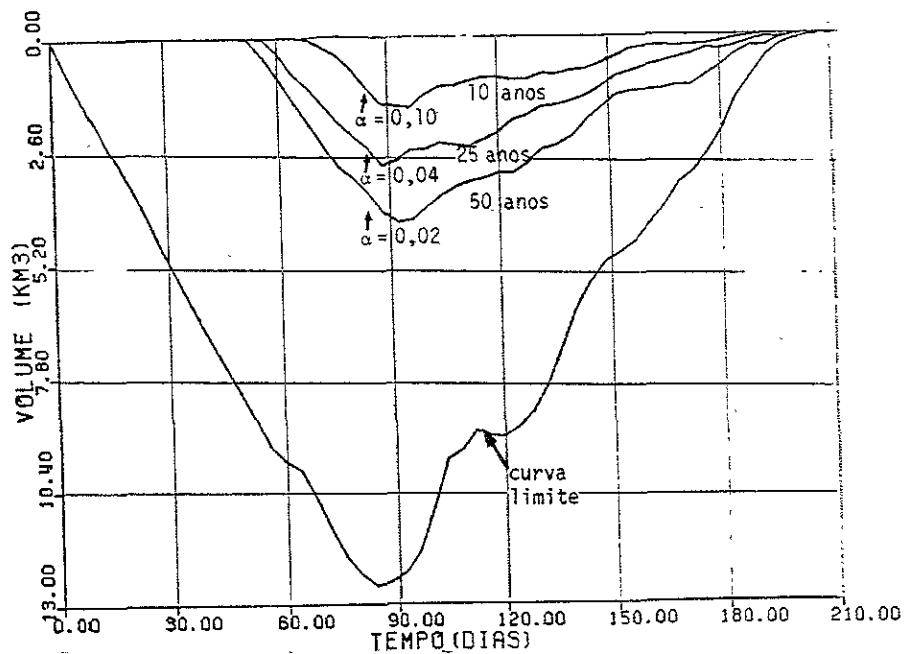


Figura 4.10 - Volume de Espera Para o Reservatório de Furnas  
 Método das Trajetórias Críticas  
 Vazão de Restrição  $u = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
 (dia 1  $\equiv$  1 de outubro)

Deve-se notar que nesta abordagem o valor de  $v_{\alpha}^{+}(t)$  calculado para cada dia  $t$  supoe para  $\tau \in (t+1, h)$  uma regra de operação que não será efetivamente utilizada. Portanto nada se pode afirmar quanto a precisão dos resultados encontrados.

O método dos volumes críticos torna possível a consideração explícita do comportamento futuro do operador do reservatório quando confrontado com novas previsões, o que permite classificá-lo como adaptativo. Em sua origem o método visava tão somente o cálculo de uma vazão efluente mínima, função do estado de armazenamento, para tornar a probabilidade de inundações a jusante do reservatório igual a um valor pré-fixado (Kelman, Damázio, Pereira e Costa, (1980). Posteriormente a metodologia foi adaptada para calcular explicitamente o volume de espera para cada dia do período úmido, ainda sem considerar a existência de previsões (Damázio, Kelman, Pereira e Costa, 1981). Por facilidade de exposição, convém iniciar sua descrição para este caso particular, em que não existem previsões, seja para a vazão afluente ao reservatório, seja para as vazões afluentes à área de drenagem incremental, situada entre o reservatório e a benfeitoria a ser protegida.

#### IV.4.2 Determinação do Volume de Espera Para o Dia $t$

Inicialmente convém observar que a principal característica de uma operação adaptativa é que a cada dia  $t$  contem-plam-se alternativas de decisão quanto a vazão efluente do reservatório que irão afetar a probabilidade de uma emergência (inundação) do dia  $t$  ao fim do período úmido (dia  $h$ ). Em outras palavras, a regra de operação para o reservatório no dia  $t$  não é afetada por eventuais emergências ocorridas no intervalo  $(0, t)$ . Em vez de um único risco de emergência  $\alpha$ , tem-se uma família de riscos "aninhados", conforme Figura 4.11. Estes riscos devem ser representados por uma função não crescente  $\alpha(t)$ , conforme ilustrado na mesma figura. Isto porque  $P(\text{emergência no intervalo } (t, h)) \geq P(\text{emergência no intervalo } (\tau, h))$ , sempre que  $\tau \geq t$ . Convém observar que a probabilidade  $\alpha$  de que ocorra uma emergência ao longo do período úmido é expressa por  $\alpha(0)$ . Usualmente apenas este valor é especificado, deixando margem para que se arbitre diferentes valores para  $\alpha(t)$ ,  $t > 0$ .

Por exemplo, Kelman, Damázio, Pereira e Costa (1981) optaram por  $\alpha(t) = 1 - \exp(-\lambda(t-h))$ , o que equivale a assumir a hipótese de que as emergências são eventos raros que se comportam como um processo Poisson. Posteriormente diversas outras abordagens foram testadas para a definição do risco meta  $\alpha(t)$ , que foram relatados por Costa, Damázio, Pereira e Kelman (1982).

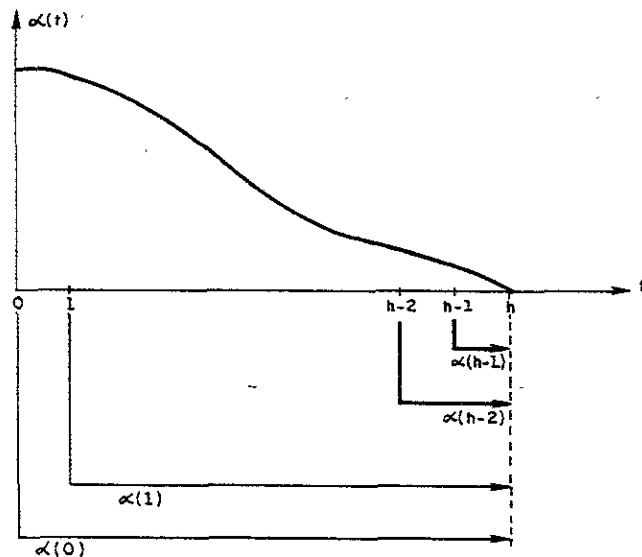


FIGURA 4.11 - RISCOS DE EMERGÊNCIA ANINHADOS

Na seção IV.3 as trajetórias críticas foram obtidas assumindo-se uma vazão efluente constante e igual a  $u$  (Equação 4.13). Na realidade o procedimento admite generalização para levar em conta que a vazão efluente meta pode ser função do volume armazenado, da necessidade de produção de energia elétrica, das restrições para controle de cheias e das previsões de afluências, tanto a montante quanto a jusante da barragem.

Admita que a evolução do armazenamento do reservatório para o intervalo de tempo  $(t, h)$  seja perfeitamente defini

da a partir do armazenamento inicial  $s(t)$  e das regras de operação para o intervalo  $(t, h)$  para uma particular sequência hidrológica  $i$ . Define-se  $c(t, i)$  como volume crítico para o dia  $t$  e para sequência  $i$  se simulações desta sequência para  $s(t) \leq c(t, i)$  não resultarem em emergência alguma no período  $(t, h)$  e simulações com  $s(t) > c(t, i)$  levarem a alguma emergência no mesmo período.

Seja  $C(c)$  o conjunto de sequências cujos volumes críticos são menores que  $c$ . Isto é  $C(c) = \{i | c(t, i) < c\}$ . Pela definição de volume crítico todas as simulações com sequências pertencentes a  $C(c)$  a partir do estado inicial  $s(t) = c$  conduzirão a emergência entre  $t$  e  $h$ . Portanto a probabilidade de que ocorra uma emergência entre  $t$  e  $h$  para o armazenamento  $s(t) = c$  pode ser definida por

$$P(\text{emergência}(t, h) | s(t) = c) = \sum_{i=1}^m \psi(i) p(i) \quad (4.18)$$

onde:

$m$  - é o número de sequências hidrológicas consideradas

$$\psi(i) = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in C(c) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$p(i)$  = probabilidade de que seja "sorteada" a sequência  $i$

Quando não há previsão hidrológica alguma, admite-se que a despeito de quais sejam as vazões observadas no intervalo  $(0, t)$ , as sequências  $\{q_{t, j}, j = 1, 2, \dots, m\}$  serão igualmente prováveis, para valores de  $t$  pertencentes ao intervalo  $(t+1, h)$ . Isto é, a equação 4.18 se reduz a

$$P(\text{emergência}(t, h) | s(t) = c) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \psi(i) \quad (4.19)$$

A questão de como obter um conjunto de volumes críticos

cos  $\{c(t,i), i = 1,m\}$  será brevemente enfocada. Admitindo-se por ora que tal conjunto esteja disponível, é possível determinar o volume de espera para o dia  $t$ ,  $v_\alpha(t)$  como

$$v_\alpha(t) = v_M - c_\alpha(t) \quad (4.20)$$

onde  $v_M$  é o armazenamento correspondente ao nível máximo normal operativo e  $c_\alpha(t)$  é tal que

$$P[\text{emergência}(t,h) | s(t) = c_\alpha(t)] = \alpha(t) \quad (4.21)$$

A determinação numérica de  $c_\alpha(t)$  pode ser feita ajustando-se alguma distribuição de probabilidades paramétrica ao conjunto  $\{c(t,i)\}$  ou interpolando-se na distribuição empírica obtida a partir de um grande número de sequências hidrológicas sintéticas. Costa, Damázio, Pereira e Kelman<sup>19</sup> (1982) reportam ser a segunda alternativa melhor do que a primeira. Assim, para um conjunto  $\{c'(t,i), i = 1,m\}$  crescentemente ordenado, uma estimativa para  $c_\alpha(t)$  é  $c'(t,j)$ , onde  $j$  é o inteiro que mais se aproxima de  $m\alpha$ .

A experiência tem demonstrado que a função  $c_\alpha(t)$  assim obtida pode apresentar flutuações bruscas, devido a variações amostrais, que vão diminuindo a medida que  $m$  cresce, até o desaparecimento quando  $m$  é da ordem de 10000. Para valores de  $m$  da ordem de 1000, o aspecto "dentado" ainda é em geral aparente, o que tem obrigado o ajuste de alguma curva "suave" aos valores de  $c_\alpha(t)$  calculados, conforme ilustra a Figura 4.12.

Uma nova abordagem para esta questão pode ser alcançada caso se reconheça que  $\frac{j}{m}$  é apenas uma estimativa da  $P(C \leq c'(t,j))$ , que deve ser um valor próximo de  $\alpha(t)$ . Um intervalo de confiança pode ser construído em torno desta estimativa, com auxílio da equação 3.36 :

$$P[C \leq c'(t,j)] \in I_j \equiv j m^{-1} (1 \pm z((1 - j m^{-1}) j^{-1})^{1/2}) \quad (4.22)$$

onde  $z$  é uma constante a ser arbitrada, por exemplo  $z = 2$ .

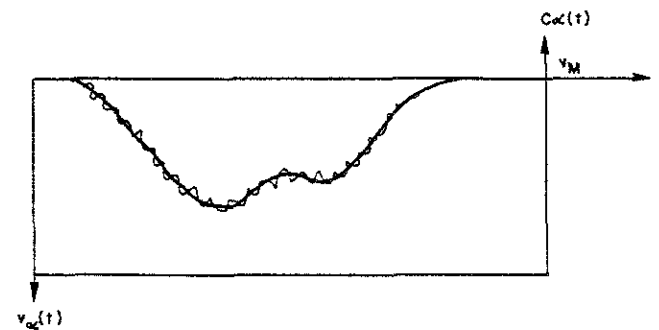


FIGURA 4.12 - SUAVIZAÇÃO DA FUNÇÃO  $c_\alpha(t)$  (OU  $v_\alpha(t)$ ) PARA VALORES MODERADOS DE  $m$ , NÚMERO DE SEQUÊNCIAS HIDROLÓGICAS

É de se esperar que  $\alpha(t) \in I_j$ . Entretanto pode também pertencer a  $I_{j+1}, I_{j-1}, I_{j+2}, I_{j-2}, \dots$ . O conjunto de intervalos que possuem a propriedade de "conter"  $\alpha(t)$  mapeiam num conjunto de volumes críticos  $c(t,j+1), c(t,j-1), c(t,j+2), \dots$  que são candidatos a servirem de estimativa para  $c_\alpha(t)$ . Dentre estes candidatos, escolhe-se aquele que menos se afaste de  $c_\alpha(t+1)$ , procurando criar assim uma "inércia" na função  $c_\alpha(t)$  que a torne menos sujeita a variações bruscas.

A seguir descreve-se como  $c_\alpha(t)$  é utilizado para calcular o conjunto de volumes críticos para o dia  $(t-1)$ , o que revela o caráter recursivo do método dos volumes críticos.

#### IV.4.3 Determinação dos Volumes Críticos para o dia $t-1$

Qualquer decisão quanto a vazão efluente no dia  $(t-1)$  deve evitar fazer com que o armazenamento venha a ultrapassar, no dia seguinte, o valor de  $c_\alpha(t)$ , suposto já conhecido. A vazão efluente mínima pode ser calculada a partir da equação de continuidade.

$$u_{t-1,i} = \frac{s(t-1) - c_\alpha(t)}{\Delta t} + q_{t-1,i} \quad (4.23)$$

O lugar geométrico dos pontos  $(s(t-1), \underline{u}_{t-1,i})$  que satisfazem a equação 4.23 é uma linha reta, segundo Figura 4.13.

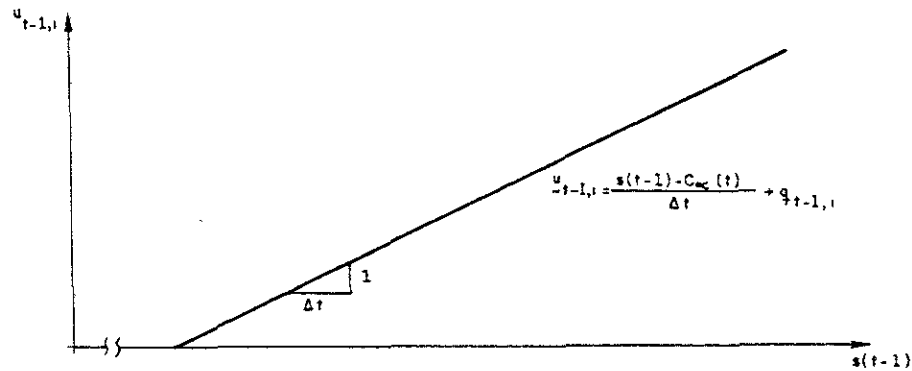


FIGURA 4.13 - MÍNIMA VAZÃO EFLUENTE NO DIA  $t-1$  PARA ATINGIR  $C_{\alpha}(t)$  NO DIA SEGUINTE.

O semi-plano acima da reta define a região em que  $s(t)$  será inferior a  $c_{\alpha}(t)$  e que portanto o risco de emergência no intervalo  $(t,h)$  será inferior a  $\alpha(t)$ . Ocorre o oposto para o semi-plano inferior. Para efeito de controle de cheias, o operador decidiria por uma vazão efluente que fosse superior a  $\underline{u}_{t-1,i}$ , função do armazenamento  $s(t-1)$ . Entretanto nem sempre isto é recomendável. Por exemplo, quando  $\underline{u}_{t-1,i}$  for maior do que a vazão de restrição  $u$ . Em outras palavras, não é razoável provocar uma emergência no dia  $t-1$  (intervalo  $(t-1,t)$ ) só para manter baixa a probabilidade de emergências no intervalo  $(t,h)$ . Por conseguinte há que se impor uma restrição superior na vazão efluente, resultando numa primeira aproximação para uma regra operativa, definida pela Figura 4.14.

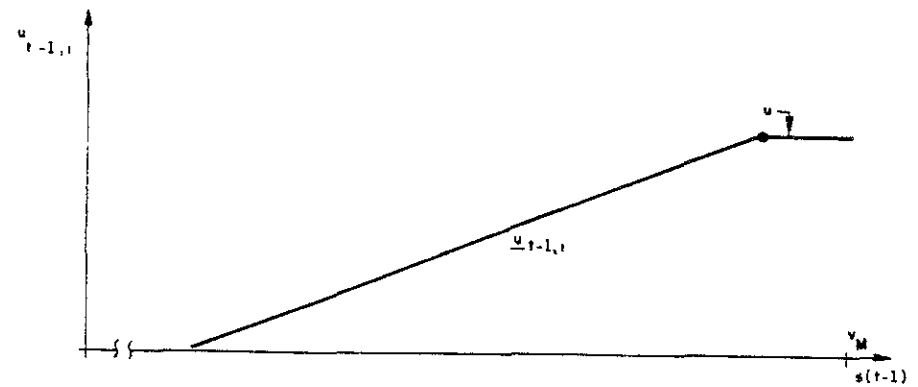


FIGURA 4.14 - PRIMEIRA APROXIMAÇÃO PARA REGRA OPERATIVA

A Figura 4.14 informa que para baixos armazenamentos no dia  $t-1$ , a vazão efluente pode ser nula, sob o ponto de vista de controle de cheias. Ocorre que a vazão efluente é sempre diferente de zero, pelo efeito de produção de energia elétrica. Consequentemente pode-se conceber a regra aproximada para operação do reservatório, que define a vazão efluente como uma função do armazenamento, expressa pela Figura 4.15.

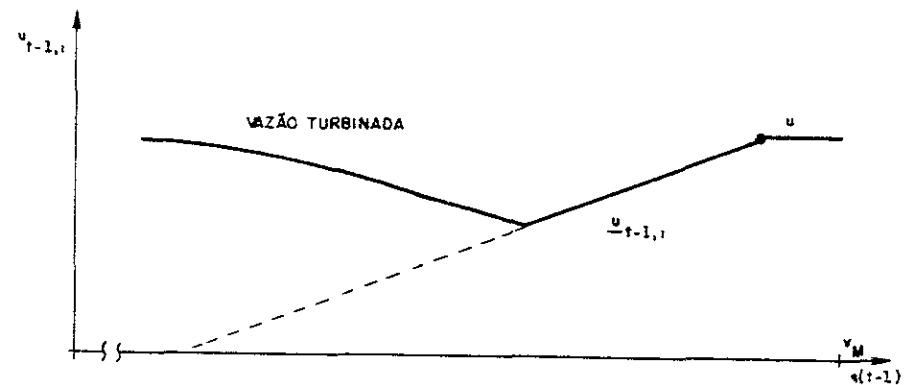


FIGURA 4.15 - REGRA APROXIMADA PARA OPERAÇÃO DO RESERVATÓRIO



Uma vez que a regra aproximada de operação para o dia  $(t-1)$  e sequência  $i$  é conhecida, os volumes críticos  $\{c(t-1,i), i = 1, 2, \dots, m\}$  podem ser facilmente obtidos a partir de  $q_{t-1,i}$  e de  $c(t,i)$ . A vazão efluente mínima para que o reservatório chegue ao menos no armazenamento  $c(t,i)$  é dado por

$$u_{t-1,i} = \frac{s(t-1) - c(t,i)}{\Delta t} + q_{t-1,i} \quad (4.24)$$

A equação (4.24) é análoga à equação (4.23) só que agora os pares  $(s(t-1), u_{t-1,i})$  têm a propriedade de que o volume armazenado no dia  $t$  será exatamente igual ao volume crítico  $c(t,i)$ , um para cada sequência  $i$ , e não o valor de  $c_\alpha(t)$ , comum a todas as sequências. Para cada volume armazenado  $s(t-1)$  e sequência  $i$ , qualquer decisão  $u_{t-1,i}$  que seja inferior a  $u_{t-1,i}$  ocasiona que  $s(t) > c(t,i)$  e que portanto uma emergência ocorrerá no intervalo  $(t,h)$ . Sucede o contrário quando  $u_{t-1,i} \geq u_{t-1,i}$ . Como  $u_{t-1,i}$  é determinado pela regra aproximada de operação expressa na Figura 4.15, o volume crítico no dia  $t-1$  será exatamente o correspondente à intercessão da reta  $u_{t-1,i}$  com a regra aproximada, conforme representado na Figura 4.16. Naturalmente se  $c(t-1,i) < v_M$ , faz-se  $c(t-1,i) = v_M$ .

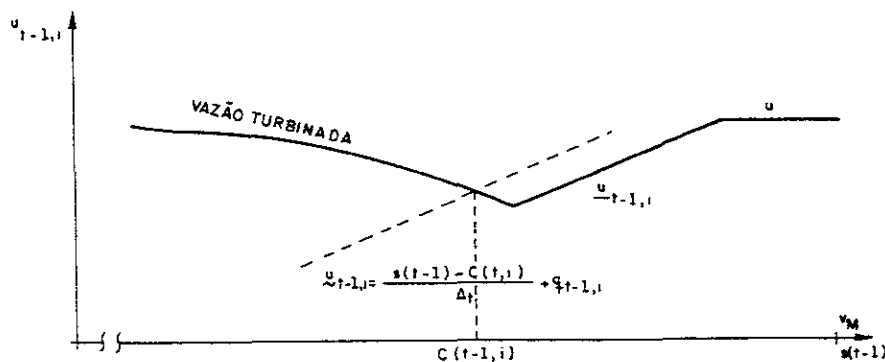


FIGURA 4.16 - DEFINIÇÃO DO VOLUME CRÍTICO DO DIA  $t-1$

A repetição do procedimento representado pela Figura 4.16 para cada sequência  $i$  resulta numa coleção de valores  $\{c(t-1,i), i = 1, m\}$ , que permite o cálculo de  $c_\alpha(t-1)$ , segundo item IV.4.2. Com o valor de  $c_\alpha(t-1)$  passa-se para o procedimento descrito em IV.4.3 e se obtém uma coleção  $\{c(t-2,i), i = 1, m\}$ , e assim sucessivamente. Falta apenas especificar a condição de fronteira, que pode ser arbitrada como  $c(h,i) = v_M, \forall i$ . Isto é, o volume crítico no último dia do período úmido corresponde ao nível máximo normal operativo, o que equivale afirmar que não se espere que após o dia  $h$  possa ocorrer alguma vazão afluente que seja superior a  $u$ .

#### IV.4.4 Previsão de Afluências

A questão da adaptabilidade das regras operativas, em particular do volume de espera, quando um sistema de previsão de afluências estiver disponível, foi tratado por Keiman, Damázio, Pereira e Costa (1981). Estes autores examinaram a condição de disponibilidade de um sistema de monitoramento, que permitisse a realização de previsões para as cheias correspondentes à área de drenagem incremental, situada entre a barragem e o local a ser protegido. A Figura 4.17 ilustra a situação. A vazão  $u_{t,i}^*$  de restrição no pé da barragem é igual à diferença entre a vazão de restrição no local a ser protegido (uma cidade, por exemplo) e a contribuição incremental. Por simplicidade de exposição, o tempo de trânsito entre a barragem e a cidade é suposto nulo, apesar de que no trabalho original o assunto tenha sido devidamente considerado.

$$u_{t,i}^* = u - w_{t,i} \quad (4.25)$$

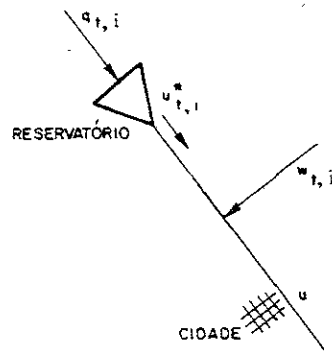


FIGURA 4 17 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROBLEMA DE CONTROLE DE CHEIAS QUANDO A BENFEITORIA NÃO FICA AO PE DA BARRAGEM

Convém observar que a vazão de restrição no pé da barragem é agora função da sequência hidrológica  $i$ , visto que depende da previsão que se faça para a vazão incremental  $w_{t,i}$  para esta particular sequência hidrológica. Na realidade esta previsão é sujeita a erros, o que implica que nunca se sabe o real valor de  $u_{t,i}^*$  e sim uma estimativa  $\hat{u}_{t,i}$ . A Figura 4.16 mostra como seria adaptada a Figura 4.16 para cálculo dos volumes críticos no dia  $t-1$ . A regra aproximada de operação (linha cheia) só fica horizontal para uma vazão efluente igual à previsão da vazão de restrição ao pé da barragem. Para o cálculo do volume crítico, dois pontos devem ser considerados: a intercessão da reta  $\hat{u}_{t-1,i}$  com a regra aproximada ( $s_1$  na figura) e a intercessão da restrição real  $u_{t-1,i}^*$  com a regra aproximada ( $s_2$  na figura). Qualquer armazenamento superior a  $s_1$  irá ocasionar uma emergência no intervalo  $(t,h)$ , ao passo que qualquer armazenamento superior a  $s_2$  irá ocasionar uma emergência no intervalo  $(t,t+1)$ . Por conseguinte  $c(t-1,i) = \min\{s_1, s_2\}$ .

Kelman, Damázio, Pereira e Costa (1981) aplicaram este algoritmo para calcular o volume de espera para o reservatório de Três Maria, no Rio São Francisco.

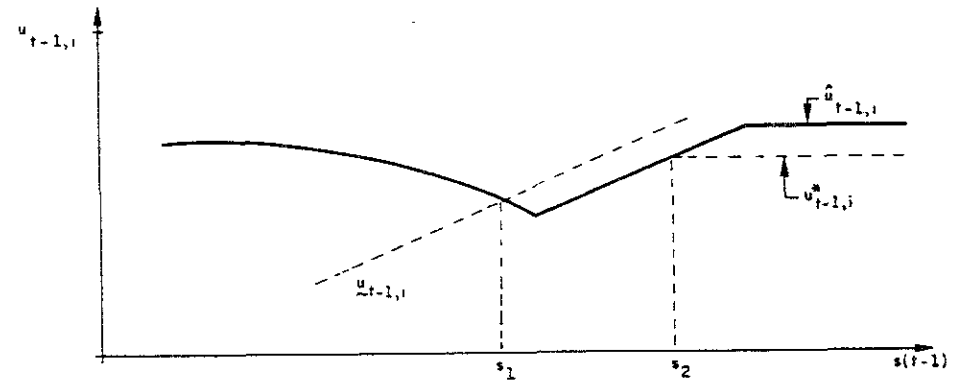


FIGURA 4 18 - DEFINIÇÃO DO VOLUME CRÍTICO DO DIA  $t-1$  PARA O CASO EM QUE HAJA PREVISÃO DE AFLUÊNCIAS PARA A ÁREA INCREMENTAL

Três Marias é uma usina hidrelétrica (388 MW) com um grande reservatório (da ordem de  $19 \text{ Km}^3$ ), uma parcela do qual deve ser alocado como volume de espera para proteger contra inundações a cidade de Pirapora, situada cerca de 150 Km a jusante. Os autores fizeram diferentes hipóteses sobre a eventual precisão de um sistema de previsão de vazões para os afluentes do Rio São Francisco, que desembocam entre a barragem e Pirapora (o Rio Abaeté é o principal deles). Quanto mais preciso for este mecanismo de previsão, maiores serão os benefícios, medidos por exemplo pelo aumento do estoque d'água ao início da estiagem. Como este estoque pode ser traduzido em valor monetário, visto que falta d'água na estiagem implica no acionamento das unidades térmicas para atendimento da carga elétrica, é possível medir-se o benefício de equipar a área incremental com uma rede telemétrica mais densa. Este benefício pode ser cotejado com o próprio custo de instalação da rede, permitindo a avaliação da viabilidade do empreendimento.

Lanna (1981) foi pioneiro a perceber a potencialidade do método dos volumes críticos para considerar a previsão de afluentes. Ele sugeriu a classificação dos "regimes de vazão na estação de cheias em faixas de ocorrência (por exemplo, muito úmido, úmido, médio, seco, muito seco). Deve-

riam existir indicadores (Índices de precipitação, de vazão prē via, etc..) que pudessem caracterizar o regime durante a estação de cheias objeto da estratégia". Ao comentar esta sugestão, Kelman, Damázio, Pereira e Costa (1981) observaram que a classificação efetivamente adotada no início da estação chuvosa dependerá de um conjunto relativamente pequeno de informações e portanto não parece possível classificar os regimes ao início do período úmido.

O método dos volumes críticos pode ser generalizado para produzir famílias de volumes de espera, classificáveis de acordo com as previsões dos regimes, de acordo com a sugestão de Lanna, só que considerados dia a dia, conforme observação de Kelman et al.

Admita que para um dia  $t$  qualquer, o conjunto dos volumes críticos  $A = \{c(t, i)\}$  seja particionado em sub-conjuntos  $A_1, A_2, \dots, A_r, \dots$  de acordo com o regime das afluências para os dias  $t+1, t+2, \dots, t+\lambda$  onde  $\lambda$  é o horizonte de previsão de afluências. Formalmente diz-se que

$$c(t, i) \in A_r \iff \left( \frac{1}{\lambda} \sum_{\tau=t+1}^{t+\lambda} q_{\tau, i} \right) \in (q_r^*, q_{r+1}^*) \quad (4.26)$$

onde  $q_r^*$  e  $q_{r+1}^*$  são os divisores de classe que se arbitrou para a vazão média dos próximos  $\lambda$  dias.

Assume-se a hipótese de que o mecanismo de previsão à disposição do operador é suficiente para classificar a vazão média afluente nos próximos  $\lambda$  dias num dos intervalos de classe previamente selecionados, sem margem de erro. Desta maneira pode-se definir tantos volumes de espera para o dia  $t$  quantos forem os regimes considerados (o número de subconjuntos em que  $A$  for particionado), repetindo o procedimento já explicado para cada um dos subconjuntos  $A_r$  de per si. Convém observar que uma particular sequência hidrológica  $i$  pode ser classificada num certo dia na categoria "úmido" e em outro dia na categoria "seco". O importante é que o algoritmo recursivo automaticamente considera estas mudanças de classificação que ocorrerão no futuro quando calcula o volume crítico associado à cada sequência  $i$ .

Esta metodologia foi testada para o caso do reservatório de Furnas, quando submetido a uma vazão de restrição  $u = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$  e para um risco de emergência ao longo de todo o período úmido  $\alpha(0) = 0,02$  (50 anos). A função  $\alpha(t), t \neq 0$  foi definida como

$$\alpha(t) = \frac{\alpha(0)}{\alpha'(0)} \alpha'(t) \quad (4.27)$$

onde  $\alpha'(t)$  é a função de risco para o caso em que o volume de espera seja constantemente nulo.

Foram utilizadas as mesmas 10000 sequências hidrológicas sintéticas adotadas no estudo com trajetórias críticas (item 4.3). Consideraram-se apenas dois regimes de afluências em que para cada dia  $t$  tem-se

$$\begin{aligned} q_1^* &= 0 \\ q_2^* &= \frac{1}{10000\lambda} \sum_i \sum_{\tau=t+1}^{t+\lambda} q_{\tau, i} \\ q_3^* &= \infty \end{aligned} \quad (4.28)$$

A figura 4.19 mostra os resultados encontrados quando  $\lambda = 7$ , o horizonte de previsão de afluências é de 7 dias. Conforme esperado, a curva central, resultante da aplicação do método para o caso sem previsão, fica entre as curvas associadas aos regimes "seco" e "úmido". Pode-se constatar que a diferença entre os volumes de espera "seco" e "úmido" é muito grande, o que certamente venha implicar em dificuldades de ordem operacional, quando se fizer a transição de um regime para outro. Esta questão pode ser solucionada classificando-se os regimes num número maior de categorias.

A figura 4.20 mostra os resultados encontrados quando  $\lambda = 15$ . É interessante observar que, para uma capacidade preditiva de tão longo alcance, o volume de espera associado ao regime seco é constantemente igual a zero. Na realidade quanto maior for o horizonte de previsão, maior será a diferença entre as curvas "seca" e "úmida".

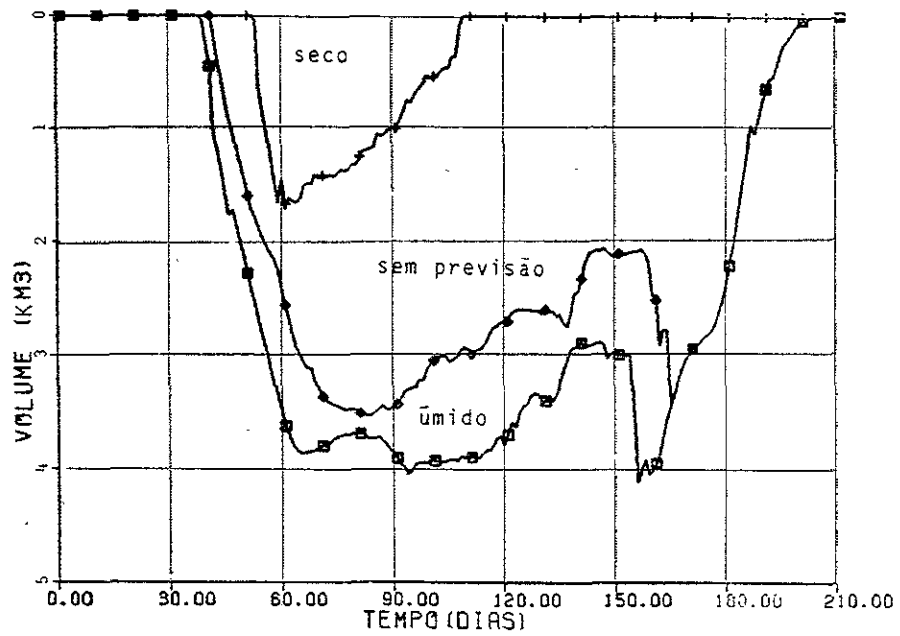


Figura 4.19 - Volume de Espera Para o Reservatório de Furnas  
 Método de Volumes Críticos  
 Vazão de Restrição  $u = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$   
 Horizonte de Previsão  $\lambda = 7$  dias

(dia 1  $\equiv$  1 de outubro)

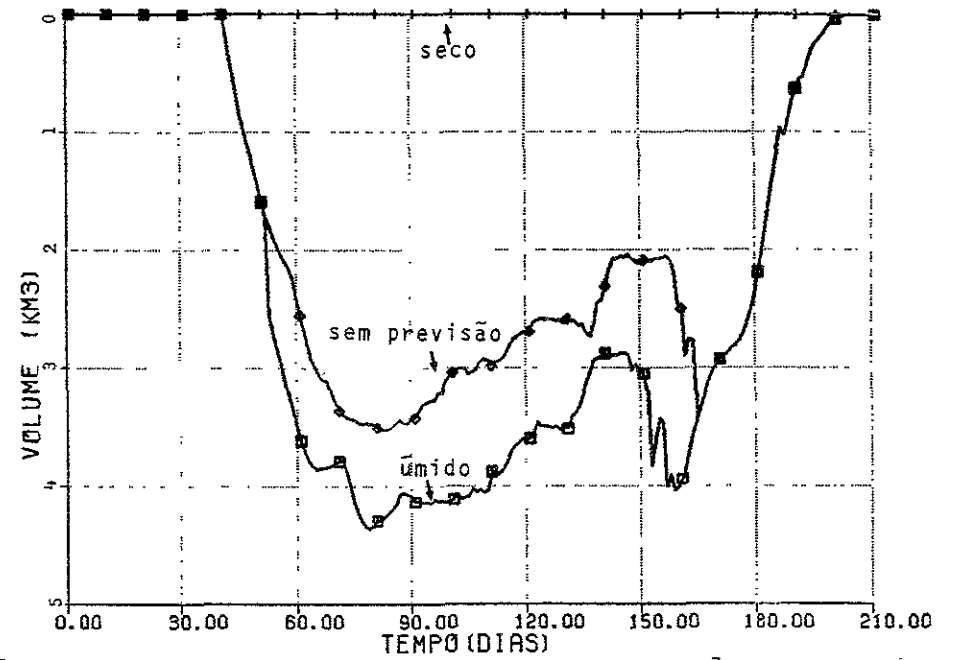


Figura 4.20 - Volume de Espera Para o Reservatório de Furnas  
 Método de Volumes Críticos  
 Vazão de Restrição  $u = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$   
 Horizonte de Previsão  $\lambda = 15$  dias

(dia 1  $\equiv$  1 de outubro)

#### IV.5 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA AMOSTRAL

Os algoritmos discutidos até aqui rotulam como "emergência" qualquer evento em que a vazão efluente de um reservatório ultrapasse a vazão de restrição  $u$ . Não importa se o excesso é de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  ou de  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ . No entanto os prejuízos causados por uma inundação dependem obviamente da magnitude das excedências. Por outro lado, se a vazão efluente for muito pequena, talvez não consiga atender à necessidade mínima de turbinamento e em consequência ocorram prejuízos devido à importação de energia e/ou acionamento das unidades térmicas. Em consequência pode-se conceber a variação do custo com a vazão efluente no dia  $t$ ,  $u_t$ , segundo a Figura 4.21.

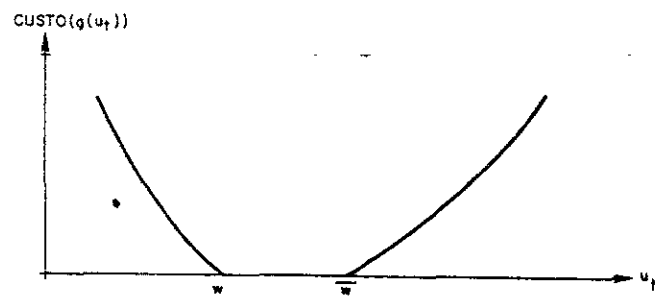


FIGURA 4 21 - VARIAÇÃO DO CUSTO COM A VAZÃO EFLUENTE

A vazão  $\bar{W}$  é a restrição com relação a cheias e a vazão  $\underline{W}$  é o limite inferior além do qual começa a haver um deficit de energia. O problema da operação do reservatório é determinar a estratégia de operação, que define para cada estado de armazenamento qual deve ser a vazão efluente  $u_t$ . Convém observar que escolher  $u_t$  sistematicamente entre  $\underline{W}$  e  $\bar{W}$ , no intuito de ter custo nulo no dia  $t$ , pode não ser uma decisão prudente, no sentido de que no futuro as afluições podem ser

tão grandes que o reservatório encha completamente e não reste outra alternativa ao operador além de verter descargas muito superior a  $\bar{W}$ . De forma análoga, se no futuro as afluições forem moderadas, o reservatório pode esvaziar provocando pesados prejuízos energéticos. Como o futuro é desconhecido, qualquer que seja a estratégia adotada, o custo total de operação resultante, é uma variável aleatória.

$$G = \sum_{t=1}^h g(u_t) - f(s(h)) \quad (4.29)$$

onde:

$h$  é o índice do último dia

$f(s(h))$  é o valor do estoque  $s(h)$  armazenado ao fim do período  $h$ . A função  $f(s(h))$  é dada como condição de fronteira e deve ser obtida a partir de modelos de operação estratégica que contemplem o horizonte de diversos anos.

Este algoritmo foi originalmente proposto por Terry e Araújo (1974) e sugerido para uso em controle de cheias por Pereira (1983). Esquemáticamente o procedimento recursivo pode ser representado, admitindo-se familiaridade com os conceitos de programação dinâmica, por:

1

Percorra os intervalos no sentido inverso do tempo:  
 $t = h, h-1, \dots, 2, 1$

2

Percorra os volumes do reservatório, discretizados  
 $s(t) = s_1(t), s_2(t), \dots, s_k(t), \dots$

3

Percorra as decisões  $u_t$  discretizadas  
 $u_t = u_{t,1}, u_{t,2}, \dots, u_{t,\ell}, \dots$

4

Percorra as sequências hidrológicas  $i = 1, 2, \dots, m$   
 Calcule o custo de operação entre  $t$  e  $h$  associado a cada dia  $t$ , armazenamento  $s(t)$ , decisão  $u_{t,\ell}$  e série  $i$ :

$$F(t, s(t), i, u_{t,\ell}) = g(u_{t,\ell}) + F^*(t+1, s(t+1), i) \quad (4.30)$$

onde:

$F^*(t+1, s(t+1), i)$  é o custo no intervalo  $(t+1, h)$  para a sequência hidrológica  $i$ , e estado "inicial" de armazenamento  $s(t+1)$ , dado que a política ótima é obedecida; e

$$s(t+1) = \max(0, \min(v_M, s(t) + q_{t,i} - u_{t,\ell})) \quad (4.31)$$

Ache a solução ótima  $u_t^*(s(t))$  como solução de

$$\min_{\ell} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F(t, s(t), i, u_{t,\ell}) = F^*(t, s(t)) \quad (4.32)$$

4

Percorra as sequências hidrológicas  $i = 1, 2, \dots, m$   
 Defina  $F^*(t, s(t), i)$  substituindo nas equações (4.30) e (4.31) a  $u_{t,\ell}$  por  $u_t^*(s(t))$

Mais uma vez, para evitar variação amostral o valor de  $m$  deverá ser preferencialmente elevado, o que só pode ser conseguido com o emprego de séries sintéticas.

Pereira (1983) propôs uma generalização do algoritmo para levar em consideração a existência de um sistema de previsão de afluências, admitindo como conhecida a probabilidade de ocorrer a sequência  $j$  a partir do dia  $t$  dado que ocorreu a sequência  $i$  nos dias  $1, 2, \dots, t-1$ . A aplicação de metodologia preconizada por Pereira assume que o mecanismo de previsão de vazões dependa exclusivamente da sequência de vazões observadas no passado e assume também que este mecanismo possa ser incorporado ao algoritmo anteriormente descrito. Alternativamente, pode-se classificar as sequências hidrológicas, a cada dia, nas categorias de regime seco, médio, úmido, ..., conforme foi feito no item IV.4, e derivar uma decisão ótima para cada regime  $r$ ,  $u_t^*(s(t), r)$ . Neste caso a equação 4.30 será aplicada tantas vezes quantos forem os regimes considerados, sendo que em cada aplicação são devem ser consideradas as sequências hidrológicas  $i$  que pertençam ao regime sendo focado.

Minimizar o valor esperado de  $G$  pode não ser a melhor solução se a variância de  $G$  for muito grande. Isto é, de nada adianta ter uma estratégia que em média é a melhor se os custos associados a esta estratégia variam consideravelmente de ano para ano. Talvez fosse preferível adotar uma outra estratégia, que em média fosse pior, mas que apresentasse maior estabilidade. A Figura 4.22 ilustra o conceito mostrando a estratégia  $b$  como mais atraente do que a estratégia  $a$ .

Uma maneira de se alcançar uma estratégia do tipo "b" é de a cada dia  $t$ , volume armazenado  $s(t)$ , achar a decisão ótima que minimize a soma da média e do desvio padrão do custo de operação entre  $t$  e  $h$  (e não mais que minimize unicamente a média). Isto é, a equação 4.32 poderia ser substituída por:

$$\min_{\underline{z}} F + \left[ m^{-1} \sum_{i=1}^m (F(t, s(t), i, u_{t, \ell}) - F)^2 \right]^{1/2} = F^*(t, s(t)) \quad (4.33)$$

onde

$$\bar{F} = m^{-1} \sum_{i=1}^m F(t, s(t), i, u_{t, \ell}) \quad (4.34)$$

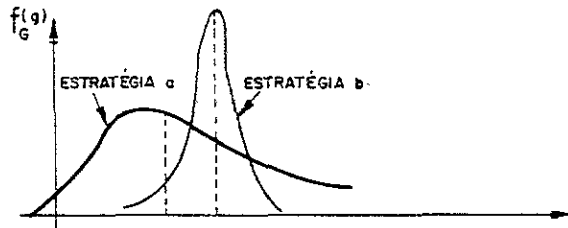


FIGURA 4 22 - DENSIDADE DE PROBABILIDADE DO CUSTO TOTAL DE OPERAÇÃO ASSOCIADA A DUAS ESTRATÉGIAS DIFERENTES

Dias, Pereira e Kelman (1986) aplicaram o algoritmo de programação dinâmica amostral para o Reservatório de Sobradinho, no Rio São Francisco, concluindo, para este caso específico, que os custos associados a deficits energéticos foram muito mais influentes na definição da política ótima de operação do que os custos associados a inundações.

#### IV.6 ANÁLISE HIDROLÓGICA DE SEGURANÇA DE UMA BARRAGEM

Séries sintéticas de vazões diárias podem ser utilizadas para analisar hidrológicamente a segurança de uma barragem. Isto é, para verificar se os vertedores, conjuntamente com o volume de espera para a cheia de projeto, são capazes de amortecer e extravasar um grande número de cheias sintéticas, sem que o nível d'água atinja a crista da barragem. A potencialidade do método poderá ser melhor compreendida através de um estudo de caso. Para isto, escolheu-se a barragem de Furnas, situada no Rio Grande (Figura 3.7).

Convém inicialmente dar uma descrição sumária deste aproveitamento hidrelétrico, que conta com uma capacidade ins

talada de 1216 MW. A área de drenagem é da ordem de 52000 Km<sup>2</sup>, descarga média da ordem de 900 m<sup>3</sup>/s, espelho d'água da ordem de 1440 Km<sup>2</sup> (cota 768.0m) e volume total de 22,95 Km<sup>3</sup>, grande o suficiente para beneficiar significativamente os diversos aproveitamentos de jusante.

Durante o projeto, realizado nos anos cinquenta, o nível máximo normal operativo e o nível máximo maximorum foram definidos respectivamente em 766,5m e 769,3m. A queda máxima é da ordem de 95m. O projeto de vertedor foi desenvolvido considerando-se duas restrições:

- i) A capacidade máxima do vertedor (no nível máximo maximorum) deveria ser pelo menos igual a 13000 m<sup>3</sup>/s, que correspondia ao máximo coeficiente de Creager registrado na Região Sudeste àquela época.
- ii) O volume de amortecimento da onda de cheia, situado entre as cotas 766,5 e 769,3m, deveria ser capaz de absorver, mesmo com uma comporta fechada, a cheia cujo pico de 18000 m<sup>3</sup>/s havia sido calculado a partir de uma análise regional de frequência de máximos anuais e de médias anuais, para um tempo de 10000 anos. O projeto final foi de um conjunto de 7 comportas radiais, cada uma com 11,5m de largura por 15,8m de altura. O perfil do vertedor foi determinado para uma carga hidráulica de 15m acima da crista do vertedor, localizada na cota 750,8m.

O projeto de vertedor foi testado para a hidrógrafa resultante da transposição para a bacia do Rio Grande, e posterior maximização, de temporais ocorridos em março e abril de 1959 na bacia do Rio Negro (Uruguai). O pico da vazão efluente foi de 10257 m<sup>3</sup>/s, não tendo representado perigo para a segurança da barragem (Barnes, 1959).

A barragem de Furnas foi uma das primeiras construídas, deste porte, no Brasil. Naturalmente houve por parte dos projetistas uma considerável dose de cautela, fruto principalmente do pioneirismo do empreendimento. Posteriormente o acúmulo de novas informações hidrológicas fez com que mui-

tos suspeitassem de que seis comportas teriam sido suficientes (isto é, uma descarga máxima pelos vertedores da ordem de 11140 m<sup>3</sup>/s). A empresa Centrais Elétricas S.A. de FURNAS, que explora o aproveitamento, estudou a possibilidade de elevar o nível máximo normal operativo (FURNAS, 1973) e concluiu pela viabilidade de localizar o novo nível em 768,0 m, o que significa um ganho de volume útil de 2,09 Km<sup>3</sup>, que por sua vez implica num acréscimo de energia firme da ordem de 689000 MWh/ano (considerando o sistema Sudeste com capacidade instalada de 34086 MW como de referência).

Kelman e Damázio (1983) resolveram utilizar a série sintética de 100000 períodos úmidos produzida pelo modelo XADREZ para a barragem de Furnas (Capítulo III), para verificar, segundo a ótica desta abordagem, quais poderiam ser as consequências da re-definição do nível máximo normal operativo. Inicialmente foi constatado que apenas 28 das 100000 hidrógrafas possuíam um pico de vazão superior a 9286 m<sup>3</sup>/s que corresponde à máxima capacidade de vertimento com apenas 5 comportas abertas. Somente este pequeno número de hidrógrafas foi retido para análise mais detalhada. A máxima vazão ao longo dos 100000 anos foi de 12332 m<sup>3</sup>/s, inferior portanto à máxima capacidade do vertedor com as 7 comportas abertas. Isto é, admitindo-se plena capacidade de vertimento não há necessidade de volume de espera (segundo as séries geradas por Xadrez). Portanto o nível máximo normal operativo poderia ser em princípio elevado até a cota de 769,3m.

Já para as hipóteses de abertura de 6 e de 5 comportas foi preciso simular a evolução do nível de armazenamento para verificar o eventual galgamento da crista da barragem. Usualmente esta simulação é feita por um processo de tentativa e erro, em que a cada nova iteração o nível inicial de armazenamento é feito igual a um diferente candidato para nível máximo normal operativo. Kelman e Damázio (1983) preferiram utilizar uma simulação no sentido inverso do tempo, que dispensa as sucessivas iterações:

$$v(j) = \max_t [s(t,j) = \max(0; s(t+1,j) + q_{t,j} \Delta t - u[s(t,j), s(t+1,j)]) \Delta t] \quad (4.35)$$

onde:

- t      é o índice do dia
- h      é o último dia da época chuvosa
- j      é o índice da época chuvosa considerado, j = 1, 2, ..., 100000 (conforme mencionado, apenas 28 "épocas" foram examinadas)
- v(j)    é o volume de espera para a j-ésima época chuvosa
- ~~q<sub>t,j</sub>~~    é a vazão média afluente no t-ésimo dia da j-ésima época chuvosa
- s(t,j)    é o volume livre (volume total menos volume armazenado)
- u[s(t,j), s(t+1,j)]    é a vazão média descarregada pelo vertedor, que depende do estado inicial e final de armazenamento e do número de comportas abertas.

Admite-se a condição de fronteira de que  $s(h,j) = 0, \forall j$ , significando que não há necessidade de volume livre depois do dia h (o nível de armazenamento no dia h é suposto coincidente com o nível máximo maximorum). Em outras palavras, admite-se não haver possibilidade de ocorrer durante a estiagem uma vazão afluente superior à capacidade de vertimento com 5 comportas abertas (9286 m<sup>3</sup>/s).

Para cada um dos casos, 5 e 6 comportas, os valores de v(j) para as 28 épocas selecionadas foram ordenados em ordem decrescente tendo sido destacado o 11º valor desta fila, digamos v\*. Percebe-se que P(v > v\*) pode ser estimada pelo número de elementos da amostra {v(j); j = 1, 100000} superiores a



$v^*$  (10, por construção), dividido pelo número total de elementos da amostra. Isto é  $\alpha = 10/100000 = (10000)^{-1} e \alpha^{-1} = 10000$  anos. O resultado encontrado foi  $v^*$  nulo e quase nulo respectivamente para 6 e 5 comportas. Entretanto para 3 épocas chuvosas (em 100000) haveria o galgamento da barragem caso fossem disponíveis apenas 5 comportas.

A conclusão do estudo foi de que, para um tempo de recorrência de 10000 anos, nenhum volume de espera para amortecimento da cheia de projeto é necessário no reservatório de Furnas. Isto potencialmente poderia resultar num ganho de 4.05 Km<sup>3</sup> para o volume útil, praticamente o dobro do que o estudo de Furnas julgou viável. A razão para a discrepância reside na consideração de dois fatores que efetivamente limitam a elevação do nível máximo normal operativo:

- i) A mudança ou modificação das comportas, que precisam ficar mais altas e
- ii) Efeito sobre as populações e/ou benfeitorias localizadas no perímetro da área inundada pelo reservatório.

#### IV.7 CASCATA DE RESERVATÓRIOS

Um dos dados de entrada para o cálculo dos volumes de espera é a série de vazões afluentes ao reservatório. Numa cascata, a vazão total afluente é composto da vazão devida à área de drenagem incremental entre os reservatórios sucessivos (vazão não controlada) e da vazão efluente dos reservatórios imediatamente à montante.

Estas vazões efluentes dependem das regras de operação adotadas em cada reservatório. Logo, para obter a vazão afluente ao  $i$ -ésimo reservatório é necessário simular a operação dos reservatórios situados a montante. A série de vazões afluentes assim obtida leva em consideração o controle de cheias exercido pelo sistema. Portanto, o cálculo do volume de espera para cada reservatório deve ser feito sequencialmente, de montante para jusante.

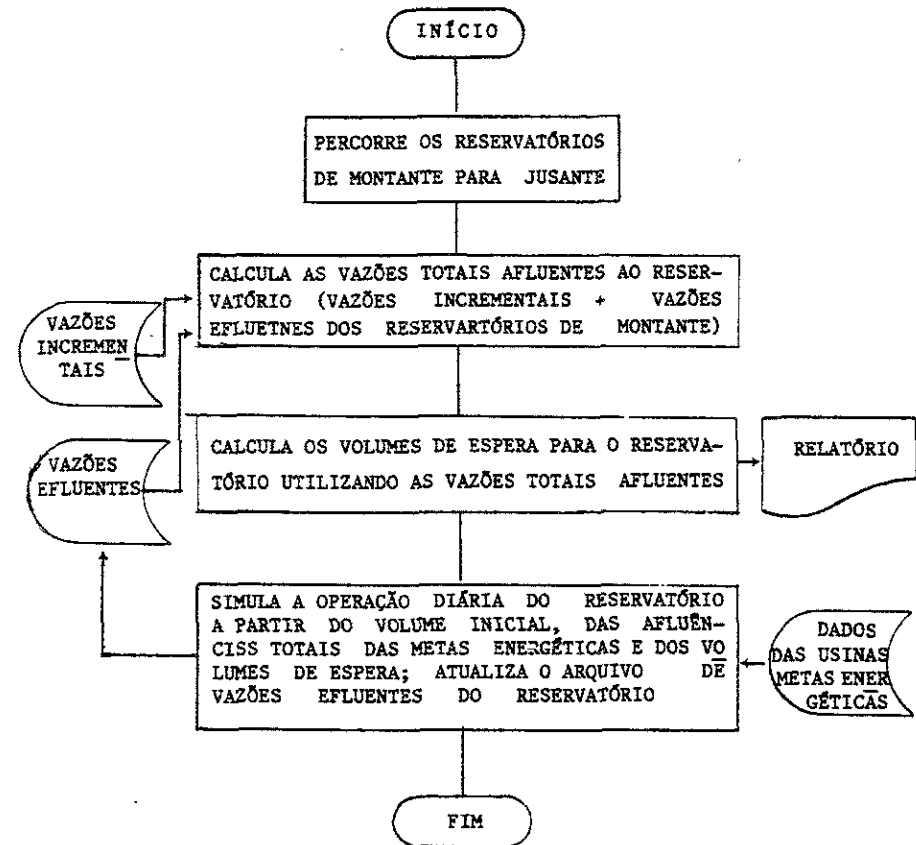


Figura 4.23 - Fluxograma da Metodologia para Cálculo de Volumes de Espera num Sistema de Reservatórios

ra jusante. A Figura 4.23 mostra como estabelecer os volumes de espera dos reservatórios de uma cascata, quanto a jusante de cada um deles existe uma restrição de vazão máxima (Costa, Damázio, Pereira e Kelman, (1983).

No caso em que não haja vazão de restrição ao pé da barragem situada mais a jusante de uma cascata de reservatórios, existem diversas alternativas de alocação de volumes de espera nos reservatórios do sistema, definido esquematicamente conforme a figura 4.24, onde

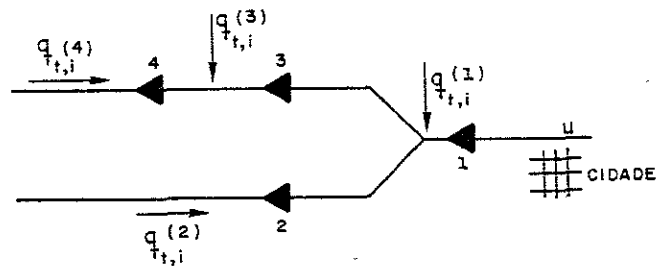


FIGURA 4.24 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM SISTEMA DE RESERVATÓRIOS.

os reservatórios são numerados em ordem crescente de jusante para montante e  $q_{t,i}(r)$  é a afluência incremental ao reservatório  $r$  no dia  $t$ , ano  $i$ . Marien (1984) apresenta uma generalização de método de Rippl (afluências conhecidas e desconsideração da variação sazonal no volume de espera) para o caso de multi-reservatórios. Assumindo propagação instantânea das vazões, Marien achou uma região viável para o vetor  $v_i[v_i(1), v_i(2), \dots]$ , onde  $v_i(r)$  é o volume de espera do reservatório  $r$  no ano  $i$ :

$$v_i(r) \geq \left( \max_{t', t''} \left( \sum_{t=t'}^{t''} q_{t,i}(r) - u \right), 1 \leq t' \leq t'' \leq h \right) \quad (4.36)$$

$\forall \theta \in \Omega,$

$$0 \leq v_i(r) \leq \bar{v}(r)$$

onde

$\bar{v}(r)$ , é o volume total do  $r$ -ésimo reservatório,  $\Omega$  é a classe constituída por conjuntos de reservatórios "normais". Diz-se que um conjunto de reservatórios  $\theta$  é normal se e somente se:

- a) O reservatório número 1 (mais de jusante) pertence a
- b) Se  $r \neq 1$  e  $r \in \theta$  então existe um  $r' \in \theta$ , tal que  $r'$  situa-se imediatamente a jusante de  $r$ .

Existem tantos sistemas de inequações do tipo 4.36 quantos forem os elementos de  $\Omega$ .

Para o sistema da figura 4.24,  $\Omega$  contém os conjuntos  $\{1\}$ ,  $\{1,2\}$ ,  $\{1,3\}$ ,  $\{1,2,3\}$ ,  $\{1,3,4\}$  e  $\{1,2,3,4\}$ . O conjunto  $\{1,4\}$ , por exemplo, não pertence a  $\Omega$  porque viola a condição (b) acima enunciada.

Caso diversos anos (ou "hidrologias") fossem possíveis de ocorrer, e caso houvesse interesse em achar a região viável para o vetor de volumes de espera que garantisse a segurança do ponto de controle (cidade) na hipótese de ocorrência de qualquer destas hidrologias, seria necessário considerar simultaneamente tantos sistemas de inequações 4.36 quantas fossem as hidrologias (índice  $i$ ). Kelman, Costa, Damázio e Barbalho (1985) observam que todas estas inequações são satisfeitas caso se obrigue o vetor de volumes de espera  $v$  a satisfazer as seguintes restrições.

$$v(r) \geq \left( \max_i \left( \max_{t', t''} \left( \sum_{t=t'}^{t''} q_{t,i}(r) - u \right), 1 \leq t' \leq t'' \leq h \right) \right) \quad (4.37)$$

$\forall \theta \in \Omega$

$$0 \leq v(r) \leq \bar{v}(r)$$

Dado um conjunto de  $n$  seqüências de vazões diárias  $q_{t,i}(r)$ ,  $i \in I \equiv \{1, 2, \dots, n\}$ , a satisfação simultânea de todas as restrições 4.37 garante que, na hipótese de ocorrência de quaisquer das  $n$  hidrologias, a vazão defluente do reservatório

l poderá ser feito sempre inferior à vazão de restrição u. Eventualmente haverá interesse em eliminar algumas hidrologias do conjunto I, procurando a diminuição do lado direito da inequação 4.37, o que implicará em volumes de espera menores. O preço a ser pago por este "abrandamento" das restrições é o acréscimo da probabilidade de emergência. Esta probabilidade pode ser estimada por  $k/n$ , onde  $k$  é o número de hidrologias excluídas do conjunto I.

A determinação do vetor de volumes de espera  $y$  pode ser feita otimizando-se alguma função objetivo para diferentes valores de  $y = (v(1), v(2), \dots)$  que pertençam à região viável definida por 4.37. Como estas restrições são de caráter linear, há um particular interesse em se aplicar algoritmos de programação linear. Por exemplo, Kelman, Costa, Damázio e Barbalho (1985) sugeriram que a função objetivo devesse ser da forma  $\sum c(r) v(r)$ , sendo que os coeficientes  $c(r)$  deveriam estar associados com a produtividade energética da água armazenada em cada um dos reservatórios do sistema.

## CAPÍTULO V

### MÉTODO HIDROMETEOROLÓGICO

O método hidrometeorológico faz uso de uma grande quantidade de informações. Utiliza registros pluviométricos para definir chuva de projeto e interpreta as peculiaridades da bacia hidrográfica sob estudo na forma de um modelo de transformação de chuva em vazão. O método hidrometeorológico faz uso também de um grande número de hipóteses, sendo difícil a avaliação do efeito de cada uma delas no produto final, isto é, na precisão do estimador da cheia de projeto.

#### V.1 Chuva de Projeto

A chuva de projeto pode ser definida a partir dos registros pluviométricos e de conhecimentos sobre a meteorologia da região, levando em consideração o efeito da distribuição espacial e temporal da precipitação com relação à ocorrência de ressonância na propagação das ondas de cheia ao longo dos afluentes e trechos do rio principal. O conceito mais utilizado para a definição da chuva de projeto dos vertedores de grandes hidrelétricas é o de "Precipitação Máxima Provável - PMP", definida como "a máxima precipitação teórica de uma dada duração meteorologicamente possível de ocorrer em uma particular bacia numa certa época do ano, sem levar em conta tendências climáticas de longo prazo (World Meteorological Organization, 1973). Beard (1975) tece interessantes comentários sobre as hipóteses subjacentes a esta abordagem, cuja metodologia para aplicação em regiões de latitudes médias encontra-se descrita no relatório da World Meteorological Organization. Para regiões tropicais, no entanto, este relatório já não é tão útil. Isto porque o cálculo de PMP é feito através da maximização da água precipitável numa coluna de ar, que no caso de regiões tropicais é uma grandeza de pouca variabilidade. Nestas regiões o desafio metodológico reside na maximização das condições dinâmicas relacionadas a tormentas excepcionais.

Caso exista uma PMP, segundo definição acima, e caso ela possa ser determinada com precisão, a probabilidade de ocorrência de uma precipitação que lhe seja superior é obviamente nula. Ocorre que existe uma forte dose de subjetividade em sua determinação e não raro dois especialistas chegam a valores de PMP bastante distintos, a partir da análise de um mesmo conjunto de dados. Ou seja, PMP é na realidade uma grandeza estimada, o que explica o termo "provável" que aparece em seu nome. Infelizmente é impossível avaliar-se qual é a probabilidade de ocorrência de uma precipitação superior à PMP, a não ser que se recorra a métodos estatísticos. Wallis (1980) reporta que a PMP calculada para diversas localidades foi posteriormente ultrapassada por precipitações reais.

Em países com baixa densidade de estações meteorológicas, como o Brasil, a estimação da PMP é uma atividade difícil, devido à dificuldade de se avaliar, para cada local, a potencialidade máxima de água precipitável. Para contornar este problema, Pfafstetter (1965) sugere que as chuvas intensas da região sob estudo sejam caracterizadas por descritores estatísticos, buscando desta forma elementos para identificar nos EUA alguma região com estrutura de dados semelhante. Uma vez identificada tal região, Pfafstetter sugere que se adote as características da tempestade máxima provável derivada para este local nos EUA, na suposição de que estas características tenham sido obtidas a partir da análise de uma grande quantidade de dados.

Quando a área de drenagem do aproveitamento hidrelétrico sob estudo for muito grande, como no caso das usinas de Itaipu e Tucuruí (da ordem de 800000 km<sup>2</sup>) a metodologia preconizada pelo manual do World Meteorological Organization (1973) tem que ser adaptada, uma vez que muito mais do que a ocorrência de uma precipitação excepcional em alguma parcela da bacia, é a persistência de precipitações elevadas por longos períodos de tempo que irá determinar as condições mais críticas de cheia. Nestas situações a PMP deveria ser definida a partir de uma modelagem macrocópica dos fluxos de umidade na atmosfera. Modelos deste tipo têm sido desenvolvidos pelos meteorologistas para a previsão de precipitação, mas não tem sido utilizados para definir as

condições mais adversas, tanto no que diz respeito à distribuição espacial quanto temporal da precipitação.

Chuvas de projeto associadas explicitamente a alguma probabilidade de ocorrência pré-especificada podem ser obtidas através de métodos estatísticos. Esta alternativa corresponde à aplicação das técnicas de análise de frequência de cheias, abordadas no item anterior, aos registros pluviométricos. No entanto, conforme adverte Hernandez (1981) mesmo que seja conhecido o período de retorno da chuva de projeto, a adoção de seguidos fatores conservativos na transformação de precipitação em vazão faz com que a probabilidade de ocorrência da cheia de projeto seja desconhecida, embora certamente menor que aquele estabelecido para a chuva.

Estudos têm sido feitos no sentido de comparar a PMP fornecida pela metodologia proposta pela World Meteorological Organization com a chuva estimada pelo método estatístico. Tanto Fill e Zschoerper (1979) quanto Muñoz-Espinosa (1981) concluíram que para os casos estudados (rio Iguazu em Foz do Areia e rio Uruguai em Machadinho e Itaipu) as chuvas decamilenares obtidas pelo ajuste de distribuição Gumbel e as PMP's são praticamente equivalentes. Naturalmente não é possível generalizar este resultado, principalmente porque os dois casos reportados referem-se à região Sul do país.

Uma outra alternativa para obtenção da chuva de projeto é a transposição para a bacia de interesse de tempestades ocorridas em outros locais, desde que tal transposição faça sentido meteorológico. É possível associar uma medida probabilística à chuva de projeto assim obtida. Por exemplo, se a área de drenagem do aproveitamento hidrelétrico sob estudo é "x" e a duração crítica para uma tempestade sobre esta área é "d", pode-se analisar todas as isoietas desta duração nos últimos n anos, registradas na região meteorológica de interesse. A finalidade é obter uma amostra para precipitações

máximas sobre áreas de tamanho  $x$ . Se estas precipitações forem ordenadas decrescentemente, a probabilidade de que num ano qualquer ocorra sobre a bacia uma precipitação superior à  $r$ -ésima colocada é dada por  $\frac{r-x}{n-y}$ , onde  $y$  é a área de toda a região meteorológica considerada. É interessante mencionar, conforme observado por Biswas (1971), que esta medida probabilística pode ser calculada sem que se utilize o recurso da extrapolação. As curvas envoltórias de eventos observados numa determinada região, as chamadas curvas de precipitação-duração-área, também podem ser associadas a medidas probabilísticas através de uma abordagem semelhante à acima mencionada, embora dentro do conhecimento deste autor isto não tenha sido ainda realizado.

## V.2 Transformação Chuva-Vazão

Assumindo que a precipitação de projeto já seja conhecida, a próxima tarefa é a de modelar o comportamento da bacia com o propósito de obter a correspondente hidrógrafa. Sherman (1932) foi um dos pioneiros neste assunto, propondo o ainda hoje muito utilizado método da hidrógrafa unitária. Como se sabe, este método é factível de ser aplicado desde que

- i) Se conheçam registros simultâneos de excesso de precipitação e de escoamento superficial
- ii) A área de drenagem seja suficientemente pequena (digamos até 5000 Km<sup>2</sup>) para que se possa aceitar a hipótese de homogeneidade espacial da precipitação.

As limitações quanto a aplicabilidade da hidrógrafa unitária têm estimulado o surgimento de um grande número de métodos, cujo desenvolvimento consumiu boa parte da capacidade criativa da comunidade hidrológica internacional no último meio século, e em particular nas duas últimas décadas.

A questão da disponibilidade de um registro fluviométrico

trico, por exemplo, foi uma das primeiras limitações a merecer a atenção dos engenheiros. De fato, como a existência de dados de nível e vazão no local em que se pretenda instalar uma obra é mais excessão do que regra, surgiram na literatura especializada trabalhos que procuram relacionar características fisiográficas da bacia com descritores das hidrógrafas unitárias. O mais famoso trabalho nesta linha foi desenvolvido por Snyder (1938) que representou a hidrógrafa simplificada a partir de três descritores: lapso de tempo para ocorrência do pico, descarga máxima (pico) e duração da hidrógrafa. Estas três variáveis foram relacionadas com área de drenagem, comprimento do rio principal e distância da foz até ao ponto do rio principal mais próximo do centro de gravidade da bacia. Snyder coletou estes dois conjuntos de informações para as bacias de uma região montanhosa do leste dos EUA e derivou equações empíricas relacionando as variáveis de interesse, dando origem a uma técnica conhecida como hidrógrafa unitária sintética. Esta linha de investigação prosperou e um sem número de trabalhos e teses foram escritos propondo novas equações, levando também em consideração, por exemplo, a declividade do rio e das áreas marginais. Naturalmente estas equações são em princípio apenas válidas para a região em que foram derivadas. Nesse sentido, o método da hidrógrafa unitária sintética ainda necessita que estejam disponíveis dados na própria região sob foco ou em regiões de mesmas características hidrológicas.

O desejo de obter a função de transferência do excesso de chuva em vazão superficial a partir unicamente de informações existentes em mapas, inclusive descrição da cobertura vegetal, levou alguns pesquisadores a idealizar o escoamento superficial como sendo o resultado do escoamento da água sobre sucessivos planos de geometria simplificada e trechos retilíneos de rios, permitindo assim a utilização das equações de escoamento unidimensional a superfície livre.

Por exemplo, Wooding (1965) adotou a representação esquemática da Figura 5.1 para cada uma das sub-bacias em que poderia ser dividida a área de drenagem de interesse. É possível

vel adotar o mesmo conjunto de equações para representar tanto o escoamento no canal como escoamento superficial - as equações de Saint-Venant - desde que se admita que o escoamento superficial ocorre sob forma de uma lamina d'água que cobre todo o terreno. Entretanto as equações de Saint-Venant sô podem ser resolvidas através de algumas simplificações, a não ser que se utilize métodos numéricos. Dentre estas simplificações, a mais comum é a substituição da equação dinâmica por uma relação cota-descarga para escoamento uniforme, normalmente baseada na equação de Chezy ou de Manning. Kibler e Woolhiser (1970) utilizaram esta abordagem, conhecido como "onda cinemática", para modelar a bacia hidrográfica.

Bravo et al (1970), Kelman (1973), Kelman e Quimpo (1974), preferiram obter a solução aproximada das equações de Saint-Venant linearizando-as. A principal vantagem deste procedimento é que a montagem da hidrógrafa a partir de um insumo de precipitação pode ser feita por etapas, lançando mão do princípio de superposição, válido para sistemas lineares. A área de drenagem pode ser dividida em sub-bacias cada uma simplificada representada como na Figura 5.1, em que tanto para o canal principal quanto para cada faixa de largura unitária das margens (direita e esquerda) faz-se necessário conhecer a declividade, o comprimento do trecho de escoamento a superfície livre e o coeficiente de rugosidade. Numa primeira etapa, obtêm-se a hidrógrafa que desemboca de uma faixa de largura unitária no canal (Figura 5.1) adotando-se a precipitação como insumo lateral para o escoamento superficial. Numa segunda etapa obtêm-se a hidrógrafa de saída da sub-bacia (que será entrada para a próxima sub-bacia) somando-se:

- i) A hidrógrafa de saída da sub-bacia de montante convoluída com a solução das equações de Saint-Venant aplicada ao canal para um insumo unitário de montante e
- ii) A hidrógrafa de saída de cada faixa de largura unitária (obtida na etapa anterior) convoluída com a solução das equações de Saint-Venant aplicada ao canal pa

ra um insumo lateral uniformemente distribuído ao longo do canal.

Pode-se questionar neste tipo de abordagem a própria essência do método : na Natureza o escoamento não se processa como uma lâmina d'água a escorrer sobre uma superfície plana. Ao contrário, a água logo encontra seus caminhos preferenciais, o que significa que nas tormentas o escoamento superficial se dá mesmo a partir da formação de pequenos e sinuosos cursos d'água, que apesar de serem regidos pelas equações de escoamento a superfície livre, não oferecem condições de contorno coincidentes com as utilizadas pelos referidos pesquisadores.

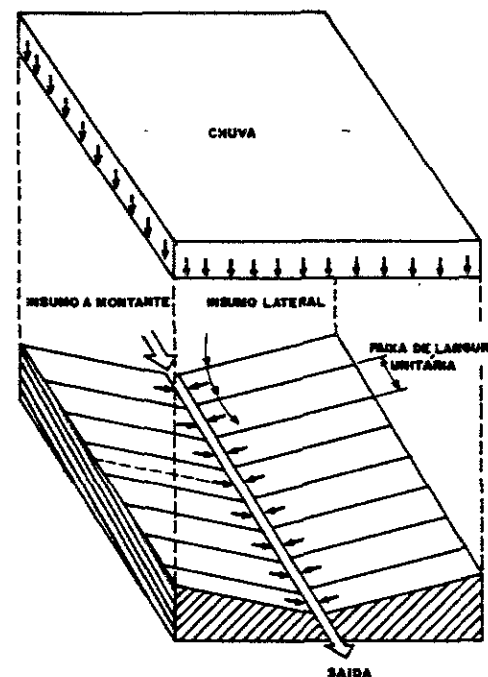


FIGURA 5.1 - ESQUEMA SIMPLIFICADO DE REPRESENTAÇÃO DE BACIA HIDROGRÁFICA

Uma abordagem possivelmente mais promissora para con seguir o mesmo intento foi desenvolvida por Rodrigues, Valdes, Devoto e Fiallo (1980) que procuraram derivar a hidrôgrafa unitária instantânea a partir da análise da trajetória esto - cástica percorrida por cada gota através do circuito formado por pequenos e intermitentes cursos d'água, córregos e rios . Estes pesquisadores conseguiram estabelecer a forma da hidrô - grafa a partir de alguns coeficientes adimensionais descrito - res das propriedades geomorfológicas da bacia.

Todas as abordagens de transformação de chuva em va - zão até aqui referidas não tratam da questão de como obter o excesso de precipitação a partir da precipitação total. Na realidade esta é uma questão extremamente complexa, visto que a taxa de infiltração depende das condições de umidade do so - lo, e portanto da "história" das precipitações sobre a bacia. Depende também dos fluxos d'água entre o solo e lençol freáti - co e entre o solo e atmosfera, através da evapotranspiração . A partir da década de 60 começaram a surgir os chamados "mode - los conceituais", que procuram incorporar em sua estrutura os mecanismos físicos que governam a parte terrestre do ciclo hi - drológico como um todo, e não apenas o escoamento superfici - al. Fleming (1975) fornece uma minuciosa descrição de cerca de vinte destes modelos. Moore e Clarke (1981) fizeram uma excelente análise das principais limitações no emprego de um modelo conceitual. Nesta abordagem, a precipitação total é encaminhada a reservatórios fictícios que representam as di - versas maneiras de como a bacia pode temporariamente armaze - nar água : por exemplo, pela interceptação da cobertura vege - tal, em poças d'água, no escoamento superficial, no solo não saturado e no lençol freático. As relações de troca entre es - tes diversos "reservatórios" são determinadas por equações em - píricas e/ou teóricas, cujos parâmetros são supostamente re - lacionados com as propriedades específicas da bacia. A com - plexidade e número de parâmetros de cada uma destas equações é usualmente mais função do detalhamento com que cada fase do ciclo hidrológico tenha sido isoladamente investigada do que com sua importância relativa para uma particular aplicação do modelo, por exemplo para o estudo de cheias.

Estes modelos têm sido utilizados para realizar pro - jeto hidrológico de vertedores (por exemplo, Hermann e Tung, 1978). Entretanto a aplicação mais frequente tem sido a ex - tensão de registros fluviométricos a partir dos registros plu - viométricos. Esta aplicação é particularmente atraente por - que usualmente as séries de precipitação são mais longas do que as de níveis e vazões. Nesta situação, o procedimento ado - tado se faz em duas etapas:

- i) Estimação dos parâmetros do modelo a partir de regis - tros simultâneos de chuva e vazão (a chamada fase de calibração) e
- ii) Uso do modelo para transformar precipitação medida em vazão estimada.

Para estudo de cheias este procedimento pode ser particular - mente útil, conforme demonstrado por Dib (1983), para dimi - nuir a variância do pico da cheia de projeto, estimada atra - vés do uso da série de máximos anuais estendida.

A estimacão dos parâmetros de um modelo é usualmente uma tarefa muito complicada que consome grande parte da aten - ção dos engenheiros especializados nesta área. Em primeiro lu - gar é preciso definir uma função objetivo a ser minimizada , que expresse o erro existente no uso do modelo. Canedo (1979) sugere que a função objetivo deva espelhar a aplicação que se pretenda dar à série estimada. Assim, por exemplo, no caso de cheias, a ênfase deve ser dada na minimização dos des - vios entre vazão observada e vazão estimada para os altos va - lores, sendo de pouca importância os eventuais desvios ocorri - dos na estiagem. Devido à complexidade dos modelos, a função objetivo é em regra não diferenciável, o que obriga a adoção de algoritmos de otimização baseados em gradientes calculados numericamente. Nestes casos, o engenheiro pode quando muito

achar um ótimo local, mas ele nunca estará certo de ter encontrado um ótimo global, mesmo que inicie a busca de diferentes pontos iniciais. Verifica-se com frequência que a função objetivo é pouco sensível a variações de alguns parâmetros, por vezes de ordem de magnitude, e muito sensível a pequenas perturbações em outros.

Sabe-se que o processo de calibragem de um modelo conceitual é sujeito a erros bastante grandes, mesmo quando a série de vazões utilizada tenha sido produzida por este mesmo modelo (Pickup, 1977). Pode-se imaginar que no caso em que a série tenha sido produzida pela Natureza e não pelo modelo, a situação seja pior. Possivelmente este problema não é muito grave quando o modelo conceitual é utilizado para estender registros pluviométricos a partir de séries pluviométricas efetivamente observadas. Entretanto quando tal modelo é utilizado para transformar a chuva de projeto em cheia de projeto, trata-se de uma extrapolação em relação a qual faltam elementos para que se possam estimar os erros cometidos. Na realidade talvez seja esta a principal dificuldade no emprego de um modelo conceitual: devido à complexidade de sua formulação, é virtualmente impossível a derivação de intervalos de confiança para a cheia de projeto.

No caso em que não se disponha de registro pluviométrico algum, o ideal seria que o significado físico dos parâmetros permitisse que eles fossem estimados diretamente das propriedades mensuráveis a partir de uma campanha de campo. Por exemplo, nível do lençol freático, porosidade do solo, tipo de cobertura vegetal, declividade do terreno e outros. Infelizmente, no entanto, a variabilidade espacial destas propriedades é tão grande que praticamente elimina esta possibilidade. O que diversos pesquisadores têm feito é relacionar os parâmetros de cada modelo com as propriedades fisiográficas das bacias com disponibilidade suficiente de dados para permitir a calibração. Esta abordagem é essencialmente a mesma adotada para a elaboração das hidrógrafas unitárias sintéticas, só que aqui o número de parâmetros é com frequência superior a vinte, em vez de apenas dois ou três.

## REFERÊNCIAS

- Alexander, G.N.; The Use of the Gamma Distribution in Estimating Regulated Output from Storages; Civil Engineering Transactions, The Institution of Engineers, CE 4(1): 29-34, Australia, 1962.
- Anjos, N.F.R., Almeida, S.B.; Diagnóstico Preliminar dos Critérios Utilizados pelo Setor Elétrico para o Cálculo das Vazões de Projeto de Vertedores, IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, Anais, Vol.4, 452-463, Fortaleza, 1981.
- Ashkar, F.; Bobée, B., Fortier, L., Confidence Intervals for Design Flood Events Under Different Statistical Flood Models, International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, Baton Rouge, 1986.
- Baker, V.R., L.L.Ely, J.E. O'Connor e J.B.Partridge, Paleoflood Hydrology and Design Applications, International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, Baton Rouge, 1986.
- Barbosa, P.J.; Modelagem Estocástica de Vazões Diárias, Tese de Mestrado Submetida à COPPE-UFRJ, 1981.
- Bardsley, W.E., Manly, F.J.; Note on the Distribution of Flood Maxima for Random Sample Size, Journal of Hydrology, 42(1979), 187-193, 1979.
- Barnes, B.S.; Report on Adequacy of Furnas and Três Marias Spillways for Extreme Floods; International Engineering Co, 1959
- Beard, L.R.; Flood Control Operation of Reservoirs, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol. 89, no. HY1, 1-23, 1963.



Beard, L.R.; Flood Flow Frequency Methods, Technical Report nº 119, Center for Research in Water Resources, The University of Texas, 1974.

Beard, L.R.; Hypothetical Floods, Hydrologic Engineering Methods for Water Resources Developmente vol.5. The Hydrologic Engineering Center, 1975.

Benjamim, J.R. Cornell, C.A.; Probability Statistics and Decision for Civil Engineers, MacGraw-Hill, New York, 1970.

Biswas, A.K.; Some Thoughts on Estimating Spillway Design Flood, Bulletin of the International Association of Scientific Hydrology, XVI, 4.12,1971.

Bravo, C.A.; Harley, B.M.; Perkins, F.E., Eagleson, P.S.; A Linear Distributed Model of Catchment Runoff, Department of Civil Engineering, MIT, 1970.

Canedo, P.; Reliability of Conceptual Models Calibration, Ph.D.Thesis, University of Lancaster, Inglaterra, 1979.

Carvalho, E., Kelman, J.; Conjunto Hidroelétrico Divisa-Itapebí; Estudos Probabilísticos de Alternativa de Desvio, XII Seminário Nacional de Grandes Barragens, São Paulo, 1978.

Cohn, I., 1984. The Incorporation of Historical Information in Flood Frequency Analysis, M.Sc. Thesis, Dept of Environmental Engineering, Cornell Univ..

Cole, C.V.; Krishnamurthy, K., Evaluation and Criteria for Spillway Design Flood and Adequacy in Relation to Safety of Dams, International Conference of Large Dams, 853-867, Nova Delhi, Índia, 1979.

Condie, R. and Lee, K., 1982. Flood Frequency Analysis with Historic Information, J. Hydrology, 58, pp.47-61.

Comitê de Hidrologia (Water Resources Council), A Uniform Technique for Determining Flood Flow Frequencies, Bulletin nº 15, 1967.

Comitê de Hidrologia (Water Resources Council) - Guidelines for Determining Flood Flow Frequency, 17A, Superintendent of Documents, US Government Printing Office, Washington DC, 1977.

Costa, C.C.G.; Oliveira, G.C.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; Seleção de um Modelo de Afluências Mensais para Planejamento Energético, VI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Cambo-riú, 1981.

Costa, J.P.; Damazio, J.M.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; Confiabilidade na Estimacão de Vazões Extremas, IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, Anais 1,516-523, 1981.

Costa, J.P.; Damazio, J.M.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; Alocação Ótima de Volumes para Amortecimento de Cheias num Sistema de Reservatórios, VII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Brasília, 1983.

Costa, J.E., A History of Paleoflood Hydrology in the United States, EOS, April 29, 1985.

Creager, W.P.; Justin, J.D.; Hinds, J.; Engineering for Dams, John Wiley and Sons, Inc., 1944

Damazio, J.M.; Kelman, J.; Previsão do Total Anual de Precipitação, IV Simposio Brasileiro de Hidrologia, Fortaleza, 1981.

Damazio, J.M.; Kelman, J.; Pereira, M.V.F.; Costa, J.P.;  
Volume de Espera para Amortecimento de Cheias, II En-  
contro Brasil-Venezuela de Engenharia Civil, Rio de  
Janeiro, 1981.

Damazio, J.M.; Fuks, E.; Kelman, J.; Análise de Eventos  
Extremos na Bacia do Alto Tocantins, Relatório Técni-  
co CEPEL nº 648, 59 pg., 1983.

Damazio, J.M.; Kelman, J.; Análise Não-Paramétrica de Sê-  
ries de Vazões Extremas, Relatório Técnico CEPEL nº  
154, 55 pg., 1983.

Damazio, J.M.; Moreira, J.C.; Costa, J.P.; Kelman, J.;  
Seleção de Métodos para Estimacão de Vazões com Tem-  
pos de Retorno Elevados, V Simposio Brasileiro de  
Hidrologia e Recursos Hídricos, vol. 2, p. 145,  
Blumenau, 1983.

Damázio, J.M. 1984 - Estimacão Robusta de Vazões Milena-  
res, Relatório Técnico CEPEL-DPST-002/84.

Damázio, J.M.; Comment on "Quantile estimation with more  
or less floodlike distributions" by J.M.Landwehr,  
N.C.Matalas and J.R.Wallis, Water Resources Research,  
6, 1984.

Damázio J.M. e Kelman J. - Use of Historical Data in  
Flood - Frequency Analysis, International Symposium  
on Flood - Frequency and Risk Analyses, Baton Rouge,  
1986.

Dias, N.L.C.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; "Optimization of  
Flood Control and Power Generation Requirements in a  
Multi-Reservoir", IFAC Symposium on Planning and  
Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro,  
Brasil, Julho, 1985.

Dib, K.H.; Previsão de Cheias com Extensão de Registro  
Através de Modelos Determinísticos, Tese de Mestrado  
submetida à COPPE-UFRJ, 1983.

ELETROBRÁS; Estudos Energéticos do Nordeste, Parte IV,  
Estudos e Investigações Básicas de Hidrologia, 1972.

Fill, H.D. e Szchoerper, D.J.; Comparacão da Máxima Pre-  
cipitacão Provável com Método de Gumbel na Bacia do  
Rio Iguacu, III Simpósio Brasileiro de Hidrologia,  
Anais Vol. 1, 311-323, Brasília, 1979.

Fill, H.D., Comunicacão Pessoal, 1986.

Fleming, G.; Computer Simulation Techniques in Hidrology,  
Elsevier, New York, 1975.

FURNAS, Elevacão do Nível Máximo Operativo do Reservató-  
rio e Rebaixamento do Canal de Fuga da Usina de Fur-  
nas, Estudo de Viabilidade, 1973.

GCOI, Subcomitê de Estudos Energéticos, Determinacão de  
Volumes de Espera para Controle de Cheias nos Reser-  
vatórios do rio Grande, SCEN-CECCA/02/77, ELETROBRÁS,  
1977.

GCOI, Subcomitê de Estudos Energéticos; Determinacão de  
Volumes de Espera para Controle de Cheias nos Reser-  
vatórios da Bacia do Rio Paranã, SCEN, GTEH 02/80,  
ELETROBRÁS, 1980.

Gomide, F.L.S.; Range and Deficit Analysis Using Markov  
Chains, Hydrology Paper nº 79, Colorado State  
University, Fort Collins, 1975.

Gomide, F.L.S., Noções de Estatística e Probabilidades, em  
Hidrologia Básica, MEC, Editora Edgard Blücher Ltda.  
1976.

Gomide, F.L.S.; Estimativa de Valores Médios de Variáveis Hidrológicas, III Seminário de Hidrologia e Recursos Hídricos, vol. 1, p. 151, Brasília, 1979.

Gomide, F.L.S.; Dimensionamento de Sistemas de Reservatórios; Curso de Engenharia Hidrológica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, ABRH, São Paulo, 1983.

Gumbel, E.J.; Statistics of Extremes, Columbia University Press, 1958.

Gupta, V.K.; Duckstein, L.; Peebles, R.W.; On the Joint Distribution of the Largest Flood and its Time of Occurrence, Water Resources Research, vol. 12, no. 2, 1976.

Halter, A.N.; Dean, G.W.; Decisions Under Uncertainty, South-Western Publishing Co, 1971.

Henriques, A.G.; Análise de Distribuição de Frequências de Caudais Instantâneos Máximos Anuais. Aplicação à Previsão de Caudais de Cheias; Tese apresentada ao concurso para especialista do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1981.

Hermann, R.M.; Tung, C.; Dimensionamento Hidrológico de Vertedores, XII Seminário Nacional de Grandes Barragens, São Paulo, 1978.

Hernandez, V.; Critérios de Cálculo de Vazões de Projeto, IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, Anais, Vol. 4, 427-438, Fortaleza, 1981.

Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1985. Paleoflood Hydrology and Flood Frequency Analysis, Water Resources Research.

Hupp, C.R., Botanical Evidence of Floods and Paleoflood History, International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, Baton Rouge, 1986.

Kelman, J.; Simulação Hidrológica de Bacias Urbanas, Tese de mestrado submetida à COPPE-UFRJ, 1973.

Kelman, J.; Quimpo, R.G.; Considerações sobre a Solução Linearizada das Equações de Saint-Venant con Influxo Lateral; VI Congresso Latino Americano de Hidráulica, Bogotá, 1974.

Kelman, J.; Stochastic Modeling of Hydrologic Intermittent Daily Processes, Hydrology Paper nº 89, Colorado State University, Fort Collins, 1977.

Kelman, J.; Pereira, M.V.F., Critérios de Avaliação para Modelos de Séries Hidrológicas, IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, 1977.

Kelman, J.; Oliveira, G.C.; Pereira, M.V.F.; Geração de Séries Hidrológicas - Método de Desagregação, V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, 1979.

Kelman, J.; A Stochastic Model for Daily Precipitation, World Congress on Water Resources 3, México, 1979.

Kelman, J.; A Stochastic Model for Daily Streamflow, Journal of Hydrology, 47 (pp 235-249), 1980.

Kelman, J.; Damazio, J.M.; Costa, J.P.; Pereira, M.V.F.; Oliveira, G.C.; Pinheiro, M.C.; Volume de Amortecimento de Cheias, Relatório Técnico CEPEL nº 193, 1980.

Kelman, J.; Damazio, J.M.; Pereira, M.V.F.; Costa, J.P.; Operação de um Reservatório para Controle de Cheias, Revista de Hidrologia e Recursos Hídricos, 2(2), 1980.

- Kelman, J.; Damazio, J.M.; Pereira, M.V.F.; Costa, J.P.; A Propósito da Discussão da A.E.Lanna sobre Operação de um Reservatório para Controle de Cheias, *Revista de Hidrologia e Recursos Hídricos* 3(2), 1981.
- Kelman, J.; Damazio, J.M.; Pereira, M.V.F.; Costa, J.P.; Flood Control Restrictions for a Hydroelectric Plant, Capítulo do Livro: "Decision Making for Hydrosystems: Forecasting and Operation". Editado por T.E. Unny e E.A. Bean, Water Resources Publications, 1982.
- Kelman, J.; Damazio, J.M.; Synthetic Hydrology and Spillway Design, XX Congress International Association for Hydraulic Research, Moscou, 1983.
- Kelman, J.; Damazio, J.M.; Delimitação de Região Hidrológicamente Homogênea, V Simposio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, vol. 3, p.3, Blumenau, 1983.
- Kelman, J.; Damazio, J.M.; Costa, J.P.; Geração de Séries Sintéticas de Vazões Diárias - Modelo DIANA, *Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Recursos Hídricos*, vol. 1, nº 2, 1983.
- Kelman, J.; Cheias e Aproveitamentos Hidrelétricos, tese apresentada em concurso para Professor Titular de Hidrologia e Aproveitamentos Hidrelétricos do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia da UFRJ, 1983.
- Kelman, J., Costa, J.E., Damazio J.M., Barbalho, V.S.M., "Flood Control in a Multireservoir System", IV Simposio Internacional de Hidrologia, Fort Collins, Colorado, Julho, 1985.
- Kelman, J.; Estudo de Periodicidade nas Vazões Anuais do Rio São Francisco, VI Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, São Paulo, 1985.
- Kelman J., Damazio J.M.; Fator de Segurança para a Cheia Decamilar, VI Simposio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, São Paulo, 1985.
- Kelman, J., Statistical Approach to Floods, em Proceedings of Symposia in Statistics and Festschrift in Honour of V.M. Joshi, editado por I.B. MacNeill e G.J. Umphry, D. Reidel Publishing Company, 1986.
- Kibler, D.F.; Woolhiser, D.A.; The Kinematic Cascade as a Hydrologic Model, Hydrology Paper nº 39, Colorado State University, Fort Collins, 1970.
- Kite, G.W.; Frequency and Risk Analyses in Hydrology, Water Resources Publications, 1977.
- Kochel, R.C. e V.R. Baker, Paleoflood Hydrology, *Science*, vol. 215, no. 4531, 1982.
- Kottegoda, N.T., Stochastic Water Resources Technology, The Macmillan Press Ltd., Londres, 1980.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., Wallis, J.R., Quantile Estimation with More or Less Floodline Distributions *Water Resources Research*, 16(3), 1980.
- Lanna, A.E.; Discussão sobre Operação de um Reservatório para Controle de Cheias (J. Kelman, J. Damazio, M.V.F. Pereira, J.P. Costa); *Revista de Hidrologia e Recursos Hídricos*, 3(2), 1981.
- Lawless, J.F.; Statistical Models and Methods for Lifetime Data, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1982.
- Loucks, D.P.; Stedinger, J.R.; Haith, D.A.; Water Resource Systems Planning and Analysis, Prentice-Hall, 1981.
- Marien, J.L., Controllability Conditions for Reservoir Flood Control Systems With Applications, *Water Resources Research*, 20(11), 1984.

- Matalas, N.C.; Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology, Water Resources Research, 3(4), 1967.
- Matalas, N.C., Gilroy, J.; Some Comments on Regionalization in Hydrologic Studies, Water Resources Research, vol. 4, no 6, 1968.
- Moore, R.J.; Clarke, R.T.; A Distribution Function Approach to Rainfall Runoff Modeling, Water Resources Research, vol. 17, nº 5, 1367-1382, 1981.
- Moreira, J.C.; Estimacão de Vazões Extremas Usando Séries Parciais ou Máximos Anuais, Tese de Mestrado Submetida  COPPE-UFRJ, 1983.
- Moreira, J.C.; Damazio, J.M.; Costa, J.P.; Kelman, J., Estimacão de Vazões Extremas: Séries Parciais ou Máximos Anuais, V Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, vol. 2, p.135, Blumenau, 1983.
- Moreira, J.C., Damazio, J.M.; Kelman, J.; Análise de Séries Parciais, Relatório Técnico CEPEL 155/83 1983.
- Muoz-Espinosa, H.R., Chuvas de Projetos na Bacia do Rio Uruguai, Comparaco de Resultados Mediante Análise de Frequência e o Método Hidrometeorolgico, IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, Anais, Vol. 2, 443-457, Fortaleza, 1981.
- Mazumdar, M.; Importance Sampling in Reliability Estimation; Reliability and Fault Tree Analysis, SIAM, pg. 153-163, Philadelphia, 1975.
- Natural Environment Research Council, Flood Studies Report, London, 1975.
- O'Connell, P.E.; Jones, D.A.; Some Experience with the Developmente of Models for the Stochastic Simulation of Daily Flows, Risk and Reliability Symposium, Waterloo, Canada, 1978.
- Pereira, M.V.F.; Esquemas Alternativos de Operao de Reservatórios para Controle de Cheias, Relatório Técnico CEPEL nº 141, 1983.
- Pereira, M.V.F.; Costa, C.C.G.; Representaco de Mecanismos de Previsão na Simulaco Probabilística de Sistema de Reservatórios, Relatório Técnico CEPEL nº 470, 1983.
- Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; Critérios Probabilísticos para Operao de Sistemas de Reservatórios, Relatório Técnico CEPEL nº 70, 1983.
- Pereira, M.V.F.; Oliveira, G.C.; Costa, C.C.G.; Kelman, J.; Stochastic Streamflow Models for Hydroelectric Systems, Water Resources Research, vol. 20, no. 3, 1984.
- Pfafstetter, O.; Hidrologia para Projeto de Sangradores de Barragens, IV Seminário Brasileiro de Grandes Barragens, Rio de Janeiro, 1965.
- Pickup, G.; Testing the Efficiencies of Algorithms and Strategies for Automatic Calibration of Rainfall-Runoff Models, Hydrol. Sci. Bull., 22(2), 257-274, 1977.
- Pinheiro, M.C., Damázio, J.M.; Kelman, J.; Análise de Frequência de Cheias para as Regies Sul e Sudeste do Brasil, IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia, 1981.

- Quimpo, R.G.; Stochastic Model of Daily Flow Sequences, Hydrology Paper nº 18, Colorado State University, Fort Collins, 1967.
- Rippl, W.; The Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply, Proc. Instn. Civil Engrs., v.71, p.270-278, 1883.
- Rodriguez-Iturbe, I.; Valdes, J.B.; Devoto, G.; Fiallo, Y.; La Estructura Geomorfológica de la Respuesta Hidrológica de una Cuenca; Informe Técnico nº 80-1, Postgrado en Planificación e Ingeniería de Recursos Hídricos, Universidad Simon Bolívar, 1980.
- Rodriguez-Iturbe, I.; Yevjevich, V.; Sunspots and Hydrologic Time Series, Proceedings of the International Hydrology Symposium, vol. 1, pp.397-405, Fort Collins, 1967.
- Shane, R.; Lynn, W.; Mathematical Model for Flood Risk Evaluation, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 90, HY6, pp 1-20, June 1964.
- Sherman, L.K.; Streamflow from Rainfall by the Unit Graph Method, Eng. News-Rec, vol. 108, pp 501-505, 1932.
- Slack, J.R.; Wallis, J.R.; Matalas, N.C.; On the value of information to flood frequency analysis, Water Resources Research, 11, 1975.
- Snyder, F.F.; Synthetic Unit Hydrographs, Transactions American Geophysical Union, vol. 19, pt.1, pp447-454, 1938.
- Souza, D.J. Rondon; Hidrologia - Reservatório de Estiagem, Escola de Engenharia da UFRJ, 1977.
- Stedinger, J.R.; Taylor, M.R.; Synthetic Streamflow Generation 1. Model Verification and Validation, Water Resources Research 18(4), 909-918, 1982.
- Svanidze, G.G., Mathematical Modeling of Hydrologic Series for Hydroelectric and Water Resources Computations, Water Resources Publications, 1980.
- Tao, P.; Distribution of Hydrologic Independent Stochastic Components, Hydrology Paper nº 82, Colorado State University, Fort Collins, 1976.
- Tasker, G.D. and Thomas, W.O., 1978. Frequency Analysis with Pre-record Information, J. Hydraul Div. ASCE, 104, pp. 249-259.
- Tavares, L.V.; Kelman, J.; A Method to Optimize the Flood Retention Capacity for a Multi-Purpose Reservoir in Terms of the Accepted Risk., Journal of Hydrology, 81, 1985.
- Terry, L.A.; Araujo, A.R.; Operação de Sistemas Hidrotérmicos Usando Programação Dinâmica Determinística, I Seminário Pesquisa Operacional Aplicada à Sistema de Recursos Hídricos, 1974.
- Terry, L.A.; Gomes, F.B.M.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J.; Almeida P.A.L.; Cunha, S.H.F.; Colô, A.; Carvalho, M.A.P.; Roseblatt, J.; Araujo, L.E.; Myamoto, A.; Silva, L.F.C.A.; Sales, P.R.H.; Modelo a Sistema Equivalente, Relatório Técnico CEPEL nº 1825, 1980.
- Todini, E. e O'Connell, P.E. (Editores); Hydrologic Simulation of Lake Nasser, Analysis and Results, Institute of Hydrology, Wallingford, Oxon, United Kingdom, 1979.

- Todorovic, P.; Shen, H.W.; Some Remarks on the Statistical Theory of Extreme Values Stochastic Approaches to Water Resources, Vol. 2, Ed. por H.W.Shen, University of Colorado Press, Fort Collins, Colo, 1976.
- Treiber, B.; Plate, E.J.; A Stochastic Model for the Simulation of Daily Flows; Symposium and Workshop on the Application of Mathematical Models Hydrology and Water Resources Systems, Bratislava, Tchechoslovaquia, 1975.
- Tuccci, C.E.M.; Albuquerque, F.; Silveira, A.L.; Sanchez, J.E.; Estudo Regional de Vazões Maximas e Medias do Alto Paraguai, V Simposio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hıdricos, vol. 3, p. 17, Blumenau, 1983.
- Waite, F.W.F., Studies of Droughts in the Sydney Catchment Areas, Journal of the Institution of Engineers, Australia, 17 (4-5): 90-97, 1945.
- Walker, J.F.; "At site quantile estimation in the presence of measurement error", Transactions of the American Geophysical Union, EOS, vol. 67, no. 16, 1986.
- Wallis, J.R. Risk and Uncertainties in the Evaluation of Flood Events for the Design of Hydrologic Structures. Seminar on Extreme Hydrological Events: Floods and Droughts, Italia, 1980.
- Wallis, J.R. Hydrologic Problems Associated with Oilshale Development, IFIP Conference, Italia, 1981
- Weiss, G.; Shot Noise Models for the Generation of Synthetic Streamflow Data, Water Resources Research, vol. 13, no 1, 1977.
- Wooding, R.A.; A Hydraulic Model for the Catchment - Stream Problem - Kinematic Wave Theory, Journal of Hydrology, vol. 3, no 3/4, 1965.
- World Meteorological Organization, Manual for Estimation of Probable Maximum Precipitation, Operational Hydrology Report no 1, 193 pg., Geneva, 1973.
- Yakowitz, S.J.; A Nonparametric Markov Model for Daily River Flow, Water Resources Research, vol 15, no 5, 1979.
- Yevjevich, V.M.; Probability and Statistics in Hydrology, Water Resources Publications, 1972.