

RE/GPO/06

V SEMINÁRIO NACIONAL DE  
PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA

GRUPO VII

PLANEJAMENTO E OPERAÇÃO  
ECONÔMICA DE SISTEMAS  
ELÉTRICOS

(G P O)

GERAÇÃO DE SÉRIES HI-  
DROLÓGICAS - MÉTODO DE  
DESAGREGAÇÃO

Autores : Eng<sup>o</sup> Jerson Kelman  
Eng<sup>o</sup> Gerson Couto de Oliveira  
Eng<sup>o</sup> Mário Veiga Ferraz Pereira

Empresa : CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

Recife - PE - Brasil

1 9 7 9

## 1- INTRODUÇÃO

Desde 1976 o CEPEL vem desenvolvendo estudos para a modelagem de vazões mensais afluentes às usinas hidroelétricas que compõem o parque gerador até a década de 90. No IV SNPTEE, realizado em 1977, foram apresentados dois trabalhos referentes ao assunto. O primeiro (1), apresentava um modelo capaz de gerar multivariadamente vazões mensais. Tratava-se de um modelo do tipo auto-regressivo, em que a dependência espacial era preservada através da matriz de covariância dos resíduos (componente serialmente independente).

O segundo trabalho apresentado no IV SNPTEE (2) examinava testes a que devem ser submetidas as séries geradas. Estes testes tem o propósito de verificar se a série histórica e a série sintética podem ser consideradas realizações distintas de um mesmo processo estocástico. A aplicação dos testes revelou em geral um bom desempenho do modelo acima mencionado. Entretanto, notou-se que o coeficiente de autocorrelação das séries anuais geradas pelo modelo foi quase sempre inferior ao estimado a partir das séries históricas. Estudos posteriores, feitos para as vazões afluentes ao reservatório de Furnas (3), revelaram problemas com o uso de vazões anuais obtidas a partir de vazões mensais sintéticas. Lá mostrava-se que a série histórica parecia englobar uma seca de caráter excepcional. Entretanto, quando se optava por modelar as vazões anuais por um simples modelo auto-regressivo de memória unitária e distribuição normal, a seca histórica, que parecia tão improvável à luz dos resultados obtidos através do modelo sugerido, podia ser considerada como um evento não excepcional.

Se as séries sintéticas de vazões anuais obtidas a partir de vazões mensais suscitam dúvidas, parece razoável percorrer o caminho inverso. Isto é, gerar vazões anuais e depois desagregá-las em mensais. Esta foi exatamente a opção adotada por um modelo desenvolvido por iniciativa da CESP (4). Infelizmente, no entanto, os citados testes quando aplicados nas séries geradas por este modelo revelaram resultados insatisfatórios (2).

No que se segue, a idéia de gerar vazões anuais para depois desagregar, adotada pelo modelo da CESP, é preservada. Adota-se, no entanto, métodos diferentes tanto para geração anual como para desagregação.

As séries de vazões anuais são modeladas multivariadamente. Admite-se que a distribuição marginal de probabilidades para cada série é normal ou então log-normal. Obtidas as séries geradas anuais, que são dependentes entre si, processa-se a desagregação em separado de cada série.

Está sendo desenvolvido um sistema que torna simples o uso do modelo. O usuário tem apenas que definir a topologia da configuração sob estudo e também quais os pontos que a seu julgamento possuem suficiente informação para serem modelados diretamente. As vazões sintéticas dos demais postos são obtidas através da combinação linear das vazões dos postos que lhe fiquem a montante e jusante. Convém mencionar que abordagens semelhantes a que aqui foi adotada estão sendo presentemente implantadas em outras entidades, como por exemplo o Bureau of Reclamation (5).

## 2- MODELO DE GERAÇÃO ANUAL

Matalas (6) desenvolveu um modelo para a geração multivariada de vazões anuais. Aqui se propõe uma modificação deste modelo no sentido de permitir a geração de vazões sintéticas para um grupo de postos, mantendo-se a estrutura de dependência com outro grupo, cujas séries sintéticas tenham sido previamente obtidas. O modelo original é um caso particular do novo esquema.

Admite-se que a distribuição marginal de vazões em cada posto é normal ou então log-normal. Neste último caso, as vazões são "normalizadas", isto é, trabalha-se com a série de seus logaritmos. Reproduzem-se, no entanto, as covariâncias entre as séries de vazões, e não entre as de logaritmo de vazões.

Define-se  $R_{m \times l}$  como vetor de vazões anuais "normalizadas", previamente geradas para os postos 1, 2, ..., m ;  $X_{n \times l}$  ve-

tor de vazões anuais "normalizadas" a gerar nos postos  $m+1$ ,  $m+2, \dots, m+n$ ; e  $U_{n \times 1}$  vetor de ruídos independentes  $\mathcal{N}(0,1)$  (independente de  $R$  e  $X$ ). Sem perda de generalidade, assume-se que  $X$  e  $R$  tem valor esperado nulo. O modelo de geração anual pode ser descrito pela equação:

$$X_{t+1} = DX_t + HR_{t+1} + FU_{t+1} \quad (1)$$

onde:

$D_{n \times n}$ ,  $H_{n \times m}$ ,  $F_{n \times m}$  são matrizes de parâmetros do modelo. Denotando  $\Sigma(a,b) = E(ab^T)$ , mostra-se no apêndice I que:

$$E(X_{t+1} | X_t = x_t, R_{t+1} = r_{t+1}) = Dx_t + Hr_{t+1} \quad (2)$$

onde:

$$D = (\Sigma(X_{t+1}, X_t) - \Sigma(X_{t+1}, R_{t+1}) \Sigma^{-1}(R_{t+1}, R_{t+1}) \Sigma(R_{t+1}, X_t)) \\ (\Sigma(X_t, X_t) - \Sigma^{-1}(R_{t+1}, R_{t+1}) \Sigma(R_{t+1}, X_t))^{-1} \quad (3)$$

$$H = (\Sigma(X_{t+1}, R_{t+1}) - D \Sigma(X_t, R_{t+1})) \Sigma^{-1}(R_{t+1}, R_{t+1}) \quad (4)$$

e

$$\text{COV}(X_{t+1} | X_t = x_t, R_{t+1} = r_{t+1}) = FF^T \quad (5)$$

onde:

$$FF^T = \Sigma(X_{t+1}, X_{t+1}) - D \Sigma(X_t, X_{t+1}) - H \Sigma(R_{t+1}, X_{t+1}) \quad (6)$$

Caso um posto  $\underline{i}$  qualquer apresente vazões históricas ( $X_i^j$ ) com distribuição log-normal, aplica-se a transformação  $x_i = \ln(x_i^j - a)$ .

Definindo-se:

$\mu_i$  = média amostral das vazões anuais do posto  $\underline{i}$ ,

$\sigma_i$  = desvio padrão amostral das vazões anuais do posto  $\underline{i}$ ,

$\rho_i$  = autocorrelação amostral das vazões anuais do posto  $\underline{i}$ ,

$\gamma_i$  = assimetria amostral das vazões anuais do posto  $\underline{i}$ ,

$$\delta = \sqrt{1 + \gamma_i^2 / 4},$$

$$\zeta_i = (1 + \gamma_i^2 / 2 + \zeta \gamma_i)^{1/3} + (1 + \gamma_i^2 / 2 - \zeta \gamma_i)^{1/3} - 1,$$

As equações de 7 a 10, apresentadas por Charbeneau (7) relacionam os momentos de  $(X'_i)$  com os momentos de  $(X_i)$ , que se assume ter distribuição normal. Seu uso permite preservar os momentos  $\mu_i^!$ ,  $\sigma_i^!$ ,  $\rho_i^!$  da distribuição de  $(X_i^!)$ .

$$a_i = \mu_i^! - \sigma_i^! (\zeta_i - 1)^{-1/2}; \quad (7)$$

$$\mu_i = \ln \sigma_i^! - 1/2 \ln (\zeta_i (\zeta_i - 1)); \quad (8)$$

$$\sigma_i = (\ln \zeta_i)^{1/2}; \quad (9)$$

$$\rho_i = \frac{\ln(1 + \rho_i^! (\zeta_i - 1))}{\ln \zeta_i} \quad (10)$$

Caso algum dos postos  $i, j$  apresentem vazões históricas  $(X_i^!)$ ,  $(X_j^!)$  com distribuição log-normal, usa-se as expressões abaixo (Mejia et al (8)) para se preservar a covariância entre  $X_i^!$  e  $X_j^!$ , dada a covariância entre  $X_i$  e  $X_j$ :

$$\text{COV}(X_i, X_j) = \frac{\text{COV}(X_i^!, X_j^!)}{\sigma_j^!} (\exp(\sigma_i^2) - 1)^{1/2}, \text{ Caso } X_j = X_j^!; \quad (11)$$

$$\text{COV}(X_i, X_j) = \ln \left[ 1 + \frac{\text{COV}(X_i^!, X_j^!)}{\sigma_i^! \sigma_j^!} \exp(\sigma_i^2) - 1)^{1/2} \exp(\sigma_j^2) - 1)^{1/2} \right] \quad (12)$$

As matrizes de covariância das séries originais,  $\Sigma'(\dots)$  são estimadas a partir dos registros históricos dos postos 1, 2, ..., n, n+1, ..., n+m, da forma descrita por Matalas (6). Em seguida, obtém-se  $(\dots)$  usando (12).

As matrizes D e H são obtidas diretamente de (3) e (4), respectivamente. Para se obter F, de (5) decompõe-se  $FF^T$  em componentes principais.

- Geração de Vazões

O processo é inicializado por:

$(x_0 - \mu_x) = Gu_0$ , onde  $GG^T = \Sigma(X_t, X_t)$ , e  $G$  é obtido da mesma forma que  $F$ .

O procedimento abaixo é repetido para  $t=0,1,2 \dots$

- a) obter  $r_{t+1}$  pela transformação logarítmica de  $r'_{t+1}$  para os postos gerados com distribuição log-normal,
- b) sortear  $n$  ruídos independentes  $u_{t+1}$  com distribuição normal padrão;
- c) aplicar (1), obtendo-se  $x'_{t+1}$
- d) obter  $x_{t+1}$ , pela transformação antilogarítmica de  $x'_{t+1}$  nos postos com distribuição log-normal

### 3- DESAGREGAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS

A metodologia de desagregação consiste em partir uma vazão a anual em parcelas (vazões nos períodos), de modo que a média das parcelas resulte exatamente na média anual, preservando - se as covariâncias entre as vazões dos períodos do ano. Schaake et al (9) apresentaram um modelo linear que possui estas propriedades. Posteriormente, Mejia e Roussele (10) propuseram uma modificação a este modelo de modo a preservar as covariâncias entre períodos de um ano e períodos do ano anterior.

Neste trabalho, expomos uma aplicação particular do modelo de Mejia:

$$Y = AX + BZ + CV, \quad (13)$$

onde:

$A_{m \times 1}$ ,  $B_{m \times p}$ ,  $C_{m \times m}$ , são matrizes de parâmetros do modelo,

$X_{1 \times 1}$  é a vazão anual em um posto.

$Y_{m \times 1}$  são as vazões nos  $m$  períodos desse ano,

$Z_{p \times 1}$  são as vazões dos últimos  $p$  períodos do ano anterior.

$V_{m \times 1}$  são  $m$  ruídos independentes com distribuição normal pa  
drão (independentes de  $X$ ).

Sem perda de generalidade, assume-se que  $X, Y, Z$  tem valor es  
perado nulo.

As equações abaixo exprimem os parâmetros em função das cova-  
riâncias entre  $X, Y, Z$ :

$$A = (\Sigma(Y, X) - \Sigma(Y, Z)\Sigma^{-1}(Z, Z)\Sigma(Z, X))(\Sigma(X, X) - \Sigma(X, Z)\Sigma^{-1}(Z, Z)\Sigma(Z, X))^{-1} \quad (14)$$

$$B = (\Sigma(Y, Z) - A\Sigma(X, Z))\Sigma^{-1}(Z, Z) \quad (15)$$

$$CC^T = \Sigma(Y, Y) - A(\Sigma(X, Y)A^T + \Sigma(X, Z)B^T) - B(\Sigma(Z, X)A^T + \Sigma(Z, Z)B^T) \quad (16)$$

Da equação (16) pode se obter  $C$  decompondo  $CC^T$  em componentes principais.

Denotando  $D = (1/m, \dots, 1/m)$ ,  $Y$  e  $X$  devem ser tais que  $X = DY$ . (17)

Para tal, premultiplicando-se (13) por  $D$ , vê-se que é necessá-  
rio que:

$$DA = I, \quad (18)$$

$$DB = 0, \quad (19)$$

$$DC = 0. \quad (20)$$

As relações acima são demonstradas por Mejia e Roussele (10). Como  $DC = 0$ ,  $DCC^T = 0$ , o que implica em  $CC^T$  ser singular. Como  $CC^T$  é não negativa definida, possui um autovalor nulo. Logo  $C$  tem uma coluna identicamente nula, de modo que um dos ruídos vai ser sempre multiplicado por zero. Devido a isso, só são necessários  $m - 1$  ruídos independentes em (13). Ou seja, na equação (13),  $C$  e  $V$  poderiam ter sido definidos com dimensões respectivamente iguais a  $m \times (m-1)$  e  $(m-1) \times 1$ .

Caso  $p = 0$  (modelo Schaaque et al), assegura-se a reprodução

das covariâncias entre períodos de um mesmo ano. Mostra-se, entretanto, que este modelo leva a resultados pouco realistas. Por exemplo, para  $m = 12$ , a correlação entre janeiro do ano  $t$  e dezembro do ano  $t+1$  é obrigatoriamente igual à correlação entre dezembro do ano  $t$  e janeiro do ano  $t+1$ . As expressões analíticas são apresentadas no Apêndice II.

Para  $p = 1$ , a estrutura de dependência entre períodos é função da estrutura de dependência anual (ver Apêndice III). Em outras palavras, não se garante a reprodução das covariâncias entre períodos de um mesmo ano se for utilizada a autocorrelação histórica. Por outro lado, estudos feitos para um grande número de séries mostram que este efeito pode ser desprezado (11). Adotou-se então  $p = 1$ .

Como as vazões anuais apresentem em geral uma assimetria positiva, e o modelo de desagregação não preserva assimetrias, deduziram-se analiticamente expressões para as assimetrias que serão geradas em cada período para este modelo (ver Apêndice III).

#### 4- COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPRIEDADES DAS SÉRIES HISTÓRICAS E SINTÉTICAS

As séries históricas e sintéticas foram comparadas no que diz respeito à distribuição de probabilidades das seguintes variáveis aleatórias:

- . Comprimento de Sequência  
Número de meses consecutivos abaixo (acima) da respectiva média mensal.
- . Soma de Sequência  
Soma das diferenças entre a vazão e a respectiva média mensal ao longo de uma sequência.

Uma descrição detalhada destes conceitos é encontrada em (12). O modelo de geração adotado nesta referência (CEPEL2) teve um desempenho bastante satisfatório no que se refere ao ajuste da distribuição destas duas variáveis. É portanto desejável que o modelo aqui apresentado (DESAG) mantenha o mesmo padrão.



A tabela 4.1 apresenta os resultados encontrados para ambos os modelos e mostra que o desempenho do modelo DESAG é praticamente equivalente ao de CEPEL2.

Foram também estudadas curvas de regularização. Estas são definidas pelo conjunto de pontos  $(q, r)$ , onde  $q$  é a vazão regularizada (máxima vazão garantida ao longo de todo o período) pelo reservatório de volume  $r$ .

É possível associar curvas de regularização tanto à série histórica de vazões como para cada segmento de vazões sintéticas de igual duração.

A curva média de regularização é definida como o valor médio das curvas de regularização associadas a cada segmento da série gerada.

As ilustrações 4.1 a 4.10 apresentam curvas médias de regularização para os modelos DESAG e CEPEL2 assim como a curva de regularização associada à série histórica. Pode-se observar que a curva média de regularização associada a DESAG é sistematicamente superior à obtida por CEPEL2. Isto significa que o modelo CEPEL2 é "otimista" em relação ao DESAG, no sentido de que apresenta secas menos severas e portanto, reservatórios menores. É interessante observar que as curvas médias de regularização produzidas por DESAG se ajustam melhor às curvas históricas do que as correspondentes a CEPEL2. Em outras palavras, as secas do histórico, que pareciam improváveis à luz de CEPEL2, podem ser consideradas como eventos não excepcionais quando comparadas com resultados produzidos por DESAG.

#### 5- O EFEITO DO MODELO DE DESAGREGAÇÃO NA REPRESENTAÇÃO DE ENERGIAS AFLUENTES.

A aplicação mais frequente de séries sintéticas em planejamento e operação é na forma de séries de energias afluentes a um reservatório equivalente. Esta técnica permite que as usinas hidroelétricas que compõem o sistema sejam agregadas como um único reservatório - o reservatório equivalente - e que as va

zões afluentes às usinas sejam transformadas em uma única série de energias. O conceito de reservatório equivalente está bem estabelecido e uma descrição detalhada do modelo pode ser encontrada em (12).

A operação de um único reservatório é naturalmente muito simples e permite que simulações com longas sequências de séries sejam feitas em poucos minutos de processamento. É também possível obter regras de operação das usinas térmicas que minimizam o custo esperado de operação ao longo do período de planejamento (modelo de programação dinâmica estocástica (13)).

A obtenção das séries de energia pode ser feita de duas maneiras:

- . diretamente, quando os parâmetros do modelo de geração de energias são estimados a partir da série histórica de energias (isto é, a série de energia obtida a partir das vazões do histórico).
- . indiretamente, quando as séries sintéticas de energia afluente são obtidas a partir de vazões mensais geradas por algum modelo (desagregação, por exemplo).

O modelo estocástico de energias pode por sua vez ser utilizado de duas maneiras:

- . implicitamente, quando se utilizam séries geradas pelo modelo (na simulação, por exemplo).
- . explicitamente, quando a estrutura do modelo estocástico tem participação imediata no cálculo (por exemplo, o modelo de programação dinâmica utiliza diretamente os parâmetros do modelo estocástico (14)).

No que se refere à utilização implícita, a geração direta é naturalmente muito mais rápida do que a geração indireta (que exige o esforço preliminar de gerar vazões multivariadas para todos os postos). A utilização das séries obtidas, entretanto, é a mesma nos dois casos já que ambos servem de entrada para o modelo de simulação.

A situação na utilização explícita é muito mais delicada : a "estrutura" do modelo estocástico de energias na geração indireta é extremamente complicada pois envolve o modelo gerador de vazões e o modelo que transforma vazões em energia. A programação dinâmica estocástica, por exemplo, exige um modelo simples de energias afluentes.

Se o modelo de vazões aqui descrito é "correto", torna-se necessário verificar se o modelo de energias afluentes deve ser alterado. Esta conclusão não é imediata pois muitos detalhes na representação das vazões desaparecem quando se forma a energia afluyente. Pode-se proceder da seguinte forma:

- a) Calcula-se as tabelas de operação ótima utilizando o modelo de programação dinâmica estocástica (e portanto o modelo estocástico de energias utilizado atualmente (13).
- b) Simula-se a operação do sistema para séries geradas diretamente pelo mesmo modelo estocástico. Com o resultado desta simulação é possível obter distribuições de probabilidades de algumas variáveis aleatórias de interesse para o planejamento : geração térmica, vertimento e deficit . Estas distribuições resumem o desempenho esperado do sistema se o modelo estocástico de energias estiver "correto".
- c) Simula-se então a operação do sistema para séries de energias obtidas indiretamente a partir das vazões geradas pelo modelo de desagregação e calcula-se as distribuições para as mesmas variáveis. É importante observar que as tabelas de operação utilizadas devem ser idênticas às do item b.

Estas distribuições resumem o desempenho do sistema se o modelo de desagregação de vazões estiver "correto".

- d) Compara-se as distribuições obtidas em b e c. As diferenças nos resultados indicam se as representações são coerentes.

Este teste foi feito para o plano de expansão 79/83 da região Sudeste fornecido pelo GCOI (14). As tabelas 5-1 a

5-10 resumem os resultados da operação.

A tabela 5-1 apresenta o valor esperado de energia armazenada (em percentagem de energia armazenada máxima) em dezembro de cada ano. Pode-se observar que o reservatório operado com séries obtidas a partir da desagregação tende a ficar mais baixo, o que confirma a característica do modelo de desagregação na geração de secas mais severas. É também interessante observar que esta diferença começa a aparecer após três anos de operação. As tabelas 5-2 e 5-3 mostram a distribuição de energia armazenada em dezembro de 1979 e dezembro de 1983 para os dois casos e tem como objetivo ilustrar o comportamento observado na tabela 5-1.

A tabela 5-4 apresenta o valor esperado de geração térmica a cada ano. Verifica-se uma maior utilização das térmicas no caso de energia obtidas por DESAG. De fato, o valor esperado de geração térmica em 1983 chega a ser 53% mais elevado do que o previsto pela geração direta. As tabelas 5-5 e 5-6 ilustram fatos para os anos de 1979 e 1983.

A tabela 5-7 contém os resultados para vertimento. Também neste caso os resultados são coerentes, já que o vertimento deve diminuir se o estado do reservatório é frequentemente baixo. As tabelas 5-8 e 5-9 apresentam distribuições de vertimento para 1979 e 1983.

A tabela 5-10 apresenta o risco de deficit, assim como o maior deficit observado na simulação. Os resultados reforçam as diferenças já observadas.

Em resumo, as diferenças entre os dois modelos são bastantes significativos e evidenciam uma incompatibilidade que deve ser investigada.

## 6- CONCLUSÃO

Os modelos DESAG e CEPEL2 diferem quanto à reprodução de períodos secos "semelhantes" ao período crítico da série histórica : DESAG se ajusta bem à curva de regularização histórica

enquanto CEPEL2 é "otimista" (baixa probabilidade de secas tão severas quanto a histórica).

Em termos de planejamento, a energia garantida de uma dada configuração seria menor quando avaliada por DESAG do que por CEPEL2. Isto implicaria, por exemplo, na antecipação do plano de expansão. O caso apresentado no capítulo 5 mostra que esta diferença pode ser significativa.

É importante enfatizar que um melhor ajuste à série histórica não garante uma representação mais efetiva da Natureza. A diferença entre os resultados obtidos por duas representações "razoáveis" (DESAG e CEPEL2) do mesmo fenômeno evidenciam a necessidade de se utilizar dados atualizados (os dados de 1971 a 1978 ainda não estão em geral disponíveis). Em razão desta deficiência, recomenda-se o uso da alternativa que ofereça maior segurança. Recomenda-se ainda que se tente utilizar o modelo de desagregação na determinação da política ótima de operação do sistema.

BIBLIOGRAFIA

- (1) GUERRERO, P. ; PEREIRA, M.V.F.; GOMES, F.B.M.; KELMAN, J.- Geração de Séries Hidrológicas Mensais para Estudos Energéticos - IV SNPTEE, Recife, 1977.
- (2) KELMAN, J. ; PEREIRA, M.V.F.- Critérios de Avaliação para Modelos de Séries Hidrológicas - IV SNPTEE, Recife, 1977.
- (3) CEPEL (DPST) - Geração de Séries Hidrológicas Sintéticas - Relatório Técnico, 1978.
- (4) CESP / SYSTAN - Gerador e Analisador de Vazões Sintéticas de um Posto, 1976.
- (5) LANE, W.L. - Applied Stochastic Techniques - Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior, 1979.
- (6) MATALAS, N.C. - Mathematical Assesment of Synthetic Hydrology, Water Resources Research, 3 (4), 1967.
- (7) CHARBENEAU - Comparison of the Two and Three Parameter Log Normal Distributions Used in Streamflow Synthesis Water Resources Research, 14 (1), 1978.
- (8) MEJIA, J.M. ; RODRIGUEZ-ITURBE, I. ; CORDOVA, J.R. - Multi-variate Generation of Mixtures of Normal and Log Normal Variables - Water Resources Research, 10 (4), 1974.
- (9) VALENCIA, D.R. ; SCHAAKE, J.C. - A Disaggregation Model for Time Series Analysis and Synthesis, Report 149, Ralph M. Parsons Laboratory, Massachussets Institute of Technology, 1972.

- (10) MEJIA, J.M. ; ROUSSELE, J. - Disaggregation Models in Hydrology Revisited, Water Resources Research, 12 (2), 1976.
- (11) CEPEL (DPST) - Geração de Séries Hidrológicas - Método de agregação, Relatório Técnico (em preparação).
- (12) GOMES, F.B.M.; MYAMOTO, A.; TERRY, L.A.; COLO, A.; CARVALHO, M.A.P.; EYER, L. - Modelo de Simulação de Usinas Hidroelétricas e Térmicas a Sistema Equivalente - II SNPTEE, Bahia, 1973.
- (13) CEPEL/ELETOBRÁS - Manual do Usuário do Modelo a Sistema Equivalente, Relatório Técnico, 1977.
- (14) GCOI - Plano de Operação para 1979, SCEN-SE 07/78, 1978.
- (15) ALBERT, A. - Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse, Academic Press, 1975.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a eficiente colaboração da Engenheira Cláudia B. Cotia na elaboração dos programas e testes.

APÊNDICE IREGRESSÃO LINEAR MULTIVARIADA

Seja  $W = \frac{V}{\frac{Z}{U}}$  normal multivariada, onde  $V_{m \times 1}$ ,  $Z_{m \times 1}$ ,  $U_{m \times 1}$  com

$$E(W) = 0, e$$

$$\text{Cov}(W) = \begin{bmatrix} \Sigma_{VV} & \Sigma_{VZ} & \Sigma_{VU} \\ \Sigma_{ZV} & \Sigma_{ZZ} & \Sigma_{ZU} \\ \Sigma_{UV} & \Sigma_{UZ} & \Sigma_{UU} \end{bmatrix}, \text{ onde } \Sigma_{ab} = E(ab^T)$$

então (Albert (15)) :

$$E(V|U=u, Z=z) = E(V|U=u) + \text{Cov}(V, Z|U=u) (\text{Cov}(Z|U=u))^{-1} (z - E(Z|U=u)), \quad (\text{I-1})$$

e

$$\text{Cov}(V|U=u, Z=z) = \text{Cov}(V|U=u) - \text{Cov}(V, Z|U=u) (\text{Cov}(Z|U=u))^{-1} \text{Cov}(Z, V|U=u) \quad (\text{I-2})$$

Deseja-se exprimir ( I.1) e ( I.2) em função de  $\text{Cov}(W)$ ,  $z$  e  $u$ .

Tomando  $T = \left(-\frac{V}{Z}\right)$ , sabe-se que (Albert (15)) :

$$E(T|U=u) = \begin{bmatrix} E(V|U=u) \\ E(Z|U=u) \end{bmatrix} = \text{Cov}(T, U) (\text{Cov}(U))^{-1} u =$$

$$= \begin{bmatrix} \Sigma_{VU} \\ \Sigma_{ZU} \end{bmatrix} \Sigma_{UU}^{-1} u = \begin{bmatrix} \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} u \\ \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} u \end{bmatrix}, e$$



$$\text{Cov}(T|U=u) = \begin{bmatrix} \text{Cov}(V|U=u) & \text{Cov}(V,Z|U=u) \\ \text{Cov}(Z,V|U=u) & \text{Cov}(Z|U=u) \end{bmatrix} = \text{Cov}(T) - \text{Cov}(T,U) (\text{Cov}(U))^{-1} \text{Cov}(U,T)$$

$$= \begin{bmatrix} \Sigma_{VV} & \Sigma_{VZ} & - & \Sigma_{VU} \\ \Sigma_{ZV} & \Sigma_{ZZ} & - & \Sigma_{ZU} \end{bmatrix} \Sigma_{UU}^{-1} (\Sigma_{UV} \quad \Sigma_{UZ}) =$$

$$= \begin{bmatrix} \Sigma_{VV} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UV} & \Sigma_{VZ} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ} \\ \Sigma_{ZV} - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UV} & \Sigma_{ZZ} - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ} \end{bmatrix}$$

Logo (I-1) pode ser escrito como:

$$E(V|U=u, Z=z) = \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} u + (\Sigma_{VZ} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ}) (\Sigma_{ZZ} - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ})^{-1} (z - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} u) = Dz + Hu$$

Onde:

$$D = (\Sigma_{VZ} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ}) (\Sigma_{ZZ} - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UZ})^{-1}, \text{ e}$$

$$H = (\Sigma_{VU} - D \Sigma_{ZU}) \Sigma_{UU}^{-1}$$

Também, (I-2) pode ser escrito como:

$$\text{Cov}(V|U=u, Z=z) = (\Sigma_{VV} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UV}) - D (\Sigma_{ZV} - \Sigma_{ZU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UV}) = \Sigma_{VV} - \Sigma_{VU} \Sigma_{UU}^{-1} \Sigma_{UV} = [\Gamma^{-1}]$$

APÊNDICE IIVALORES DE POPULAÇÃO DE COVARIÂNCIAS ENTRE PERÍODOS DO MODELO DE DESAGREGAÇÃO (p=0)

Para um período  $i$  no ano  $t$  ,

$$Y_{t,i} = a_i X_t + \sum_{k=1}^m C_{ik} V_{t,k} , \quad 1 < i < m$$

Analogamente para um período  $j$  no ano  $\zeta \neq t$  ;

$$Y_{\zeta,j} = a_j X_{\zeta} + \sum_{\ell=1}^m C_{j\ell} V_{\zeta,\ell} , \quad 1 < j < m.$$

Então:

$$E(Y_{t,i} Y_{\zeta,j}^T) = a_i a_j E(X_t X_{\zeta}^T) = a_j a_i E(X_{\zeta} X_t^T) = E(Y_{\zeta,i} Y_{t,j}^T)$$

APÊNDICE IIICOVARIÂNCIAS ENTRE VAZÃO DOS PERÍODOS E ASSIMETRIAS DEFINIDAS PELO MODELO DE DESAGREGAÇÃO COM  $p=1$ 

Sejam  $c^2$  a variância anual,  $\gamma$  a assimetria anual e  $\rho$  a autocorrelação anual. Para um período  $i$  no ano  $t$ ,

$$Y_{t,i} = a_i X_t + b_i Z_t + \sum_{k=1}^m c_{ik} V_{t,k}, \quad 1 \leq i \leq m$$

Analogamente para um período  $j$  no ano  $\zeta$ ,

$$Y_{\zeta,j} = a_j X_{\zeta} + b_j Z_{\zeta} + \sum_{l=1}^m c_{jl} V_{\zeta,l}, \quad 1 \leq j \leq m$$

O cálculo de  $E(Y_{t,i} \cdot Y_{\zeta,j}^T)$ ,  $\forall t, \forall \zeta, \forall i, j = 1, m$ , compõe-se das seguintes parcelas:

$$P_1(i,j,t,\zeta) = a_i a_j E(X_t X_{\zeta}^T) = a_i a_j \sigma^2 \rho^{|t-\zeta|} \\ (\text{modelo anual autoregressivo ordem } 1)$$

$$P_2(i,j,t,\zeta) = b_i \sum_{l=1}^m c_{jl} E(Z_t V_{\zeta,l}^T) = \begin{cases} b_m^{t+(\zeta+1)} c_{m\ell}, t > \zeta \\ 0, t < \zeta \end{cases}$$

$$P_3(i,j,t,\zeta) = b_j \sum_{k=1}^m c_{ik} E(V_{t,k}^T Z_\zeta) = \begin{cases} b_m^{\zeta-(t+1)} c_{mk}, & \zeta > t \\ 0, & \zeta \leq t \end{cases}$$

$$P_4(i,j,t,\zeta) = a_i b_j E(X_t Z_\zeta^T) = \frac{a_m \sigma^2}{1-b_m \rho} \begin{cases} \rho^{(t+1)-\zeta}, & \zeta < t+1 \\ \rho^{\zeta-(t+1)}, & \zeta \geq t+1 \end{cases}$$

$$P_5(i,j,t,\zeta) = a_j b_i E(X_\zeta Z_t^T) = \frac{a_m \sigma^2}{1-b_m \rho} \begin{cases} \rho^{(\zeta+1)-t}, & t < \zeta+1 \\ \rho^{t-(\zeta+1)}, & t \geq \zeta+1 \end{cases}$$

$$P_6(i,j,t,\zeta) = \sum_{K=1}^m c_{iK} \sum_{\ell=1}^m c_{j\ell} E(V_{t,K}^T V_{\zeta,\ell}^T) = \begin{cases} \sum_{h=1}^m c_{th} c_{jh}, & t=\zeta \\ 0, & t \neq \zeta \end{cases}$$

$$P_7(i,j,t,\zeta) = b_i b_j E(Z_t Z_\zeta^T) = b_i b_j E(Y_{t-1,m} Y_{\zeta-1,m}^T) = b_i b_j E(Y_{t,m} Y_{\zeta,m}^T)$$

Agora  $(1-b_m^2) E(Y_{t,m} Y_{\zeta,m}^T) = \sum_{\ell=1}^6 P_\ell(m,m,t,\zeta)$ , logo  $P_7(i,j,t,\zeta) = \frac{b_i b_j}{1-b_m^2} \sum_{\ell=1}^6 P_\ell(m,m,t,\zeta)$

Cabe reparar que, devido às expressões condicionais em  $t$  e  $\zeta$  das parcelas, não se verifica a igualdade entre  $E(Y_{t,i} Y_{\zeta,j}^T)$  e

$$E(Y_{\zeta,i} Y_{t,j}^T).$$

A covariância entre a vazão do mês  $i$  do ano  $t$  e a vazão do mês  $j$  do ano  $\zeta$  é dada então por

$$\sum_{\ell=1}^7 P_{\ell}(i,j,t,\zeta).$$

O cálculo de  $E(Y_{t,j}^3)$ ,  $\forall=1,m$ , compõe-se das seguintes parcelas:

$$P_8(j) = a_j^3 E(X_t^3) = a_j^3 \gamma^3 \sigma^3$$

$$P_9(j) = 3 a_j^2 b_j E(X_t^2 Z_t) = 3 a_j^2 b_j \frac{a_m \rho^2}{1-b_m \rho} \gamma^3 \sigma^3$$

$$P_{10}(j) = 3 a_j b_j^2 E(X_t Z_t^2) = 3 a_j b_j^2 \frac{a_m^2 \rho}{1-b_m^2 \rho} \frac{1+b_m \rho}{1-b_m \rho} \gamma^3 \sigma^3$$

$$P_{11}(j) = \sum_{k=1}^m c_{jk}^3 E(V_{t,k}^3).$$

$$P_{12}(j) = b_j^3 E(Z_t^3) = b_j^3 E(V_{t-1,m}^3) = b_j^3 E(Y_{t,m}^3)$$

$$(1-b_m^3) E(Y_{t,m}^3) = \sum_{\ell=8}^{11} P_{\ell}(m), \text{ logo } P_{12}(j) = \frac{b_j^3}{(1-b_m^3)} \sum_{\ell=8}^{11} P_{\ell}(m)$$

A assimetria no período  $j$ , é dada então por

$$\gamma_j = \frac{\sum_{\ell=8}^{12} P_{\ell}(j)}{\left[ \sum_{\ell=1}^7 P_{\ell}(j,j,t,t) \right]^{3/2}}, \quad \forall t.$$

POSTOS	C O M P R I M E N T O		S O M A	
	POSITIVO	NEGATIVO	POSITIVO	NEGATIVO
FURNAS	NR	NR	NR	NR
ITAIPU	NR	NR	NR	NR
MARIMBONDO	NR	NR	NR	NR
C. DOURADA	NR	NR	NR	NR
PROMISSÃO	NR	NR	NR	NR
JUPIÁ	NR	AMBOS REJEITADOS	DESAG REJEITADO	NR
TAQUARUÇU	NR	NR	NR	NR
FUNIL	NR	NR	NR	NR
S. OSÓRIO	NR	NR	NR	NR
JACUÍ	NR	DESAG REJEITADO	NR	NR
MASCARENHAS	NR	NR	NR	NR
S. DA DIVISA	NR	NR	NR	NR
TRÊS MARIAS	NR	NR	NR	NR

TABELA 4-1

NR - TESTE DE ADERÊNCIAS NÃO REJEITADO POR AMBOS OS MODELOS

TEMPO DE ENCHIMENTO (ANOS)

JUPIA

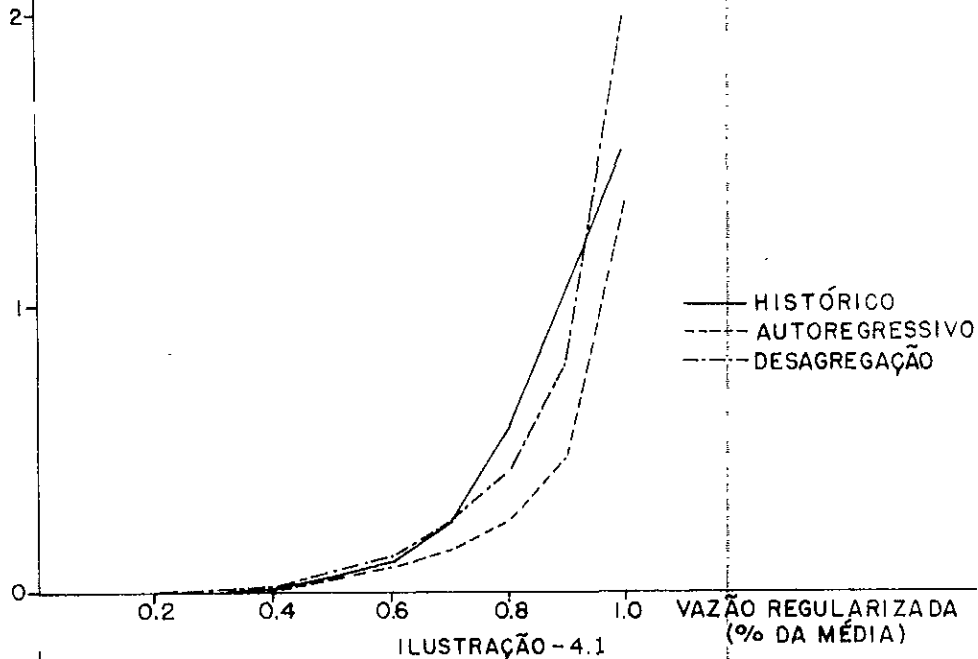


ILUSTRAÇÃO - 4.1

TEMPO DE ENCHIMENTO (ANOS)

ITAIPU

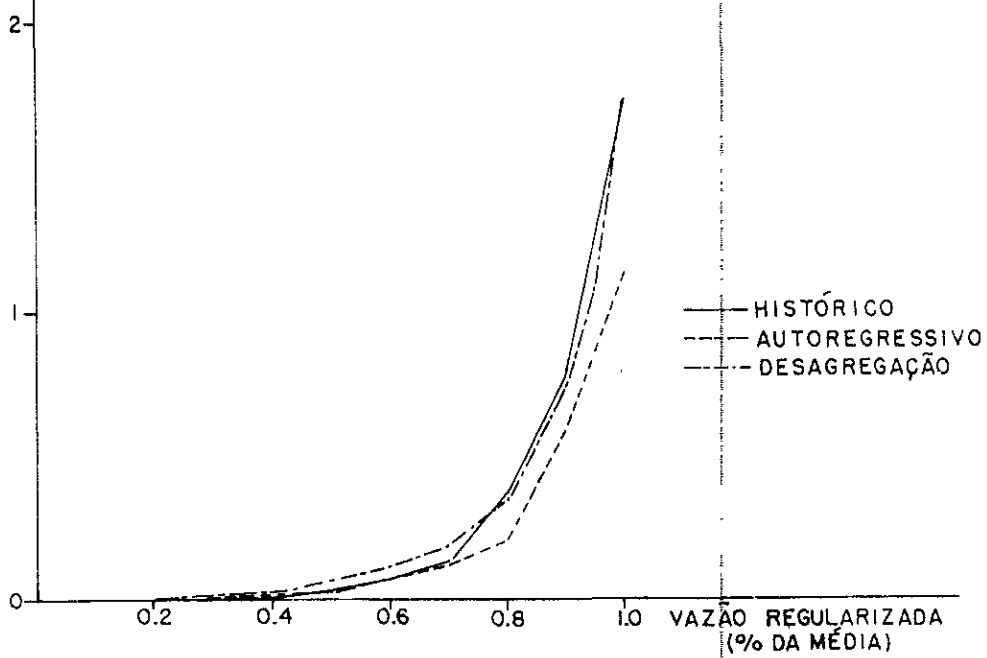
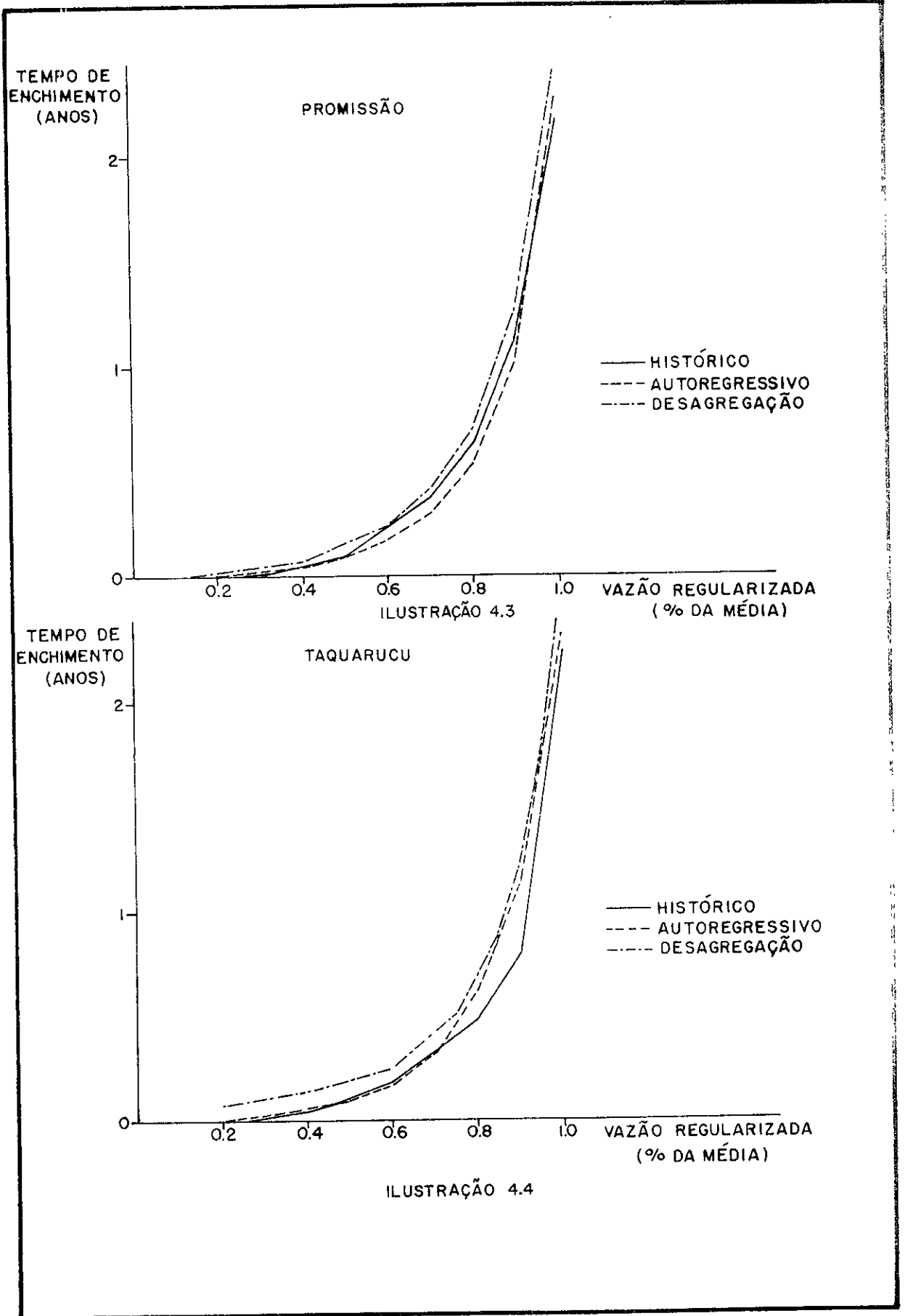
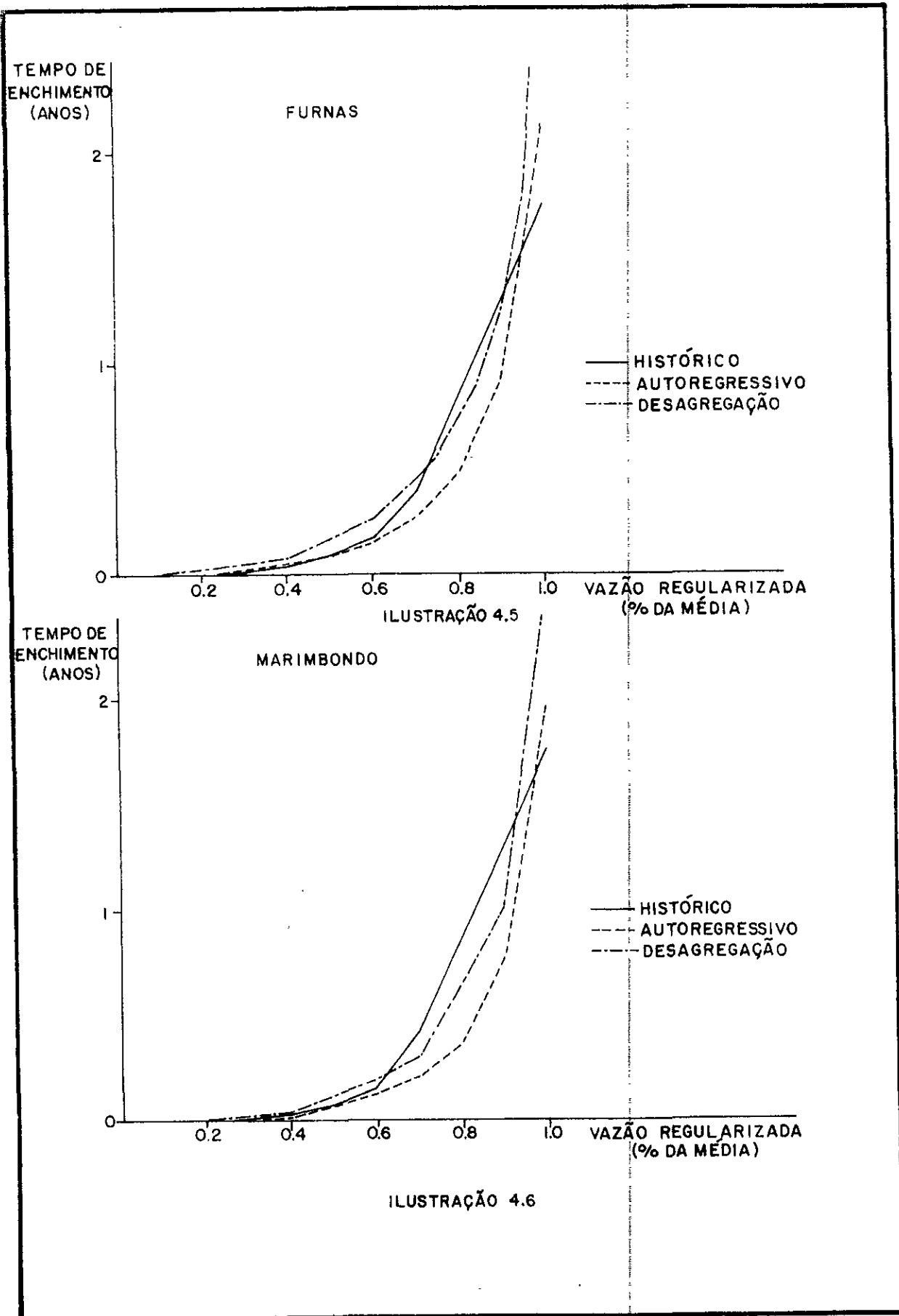
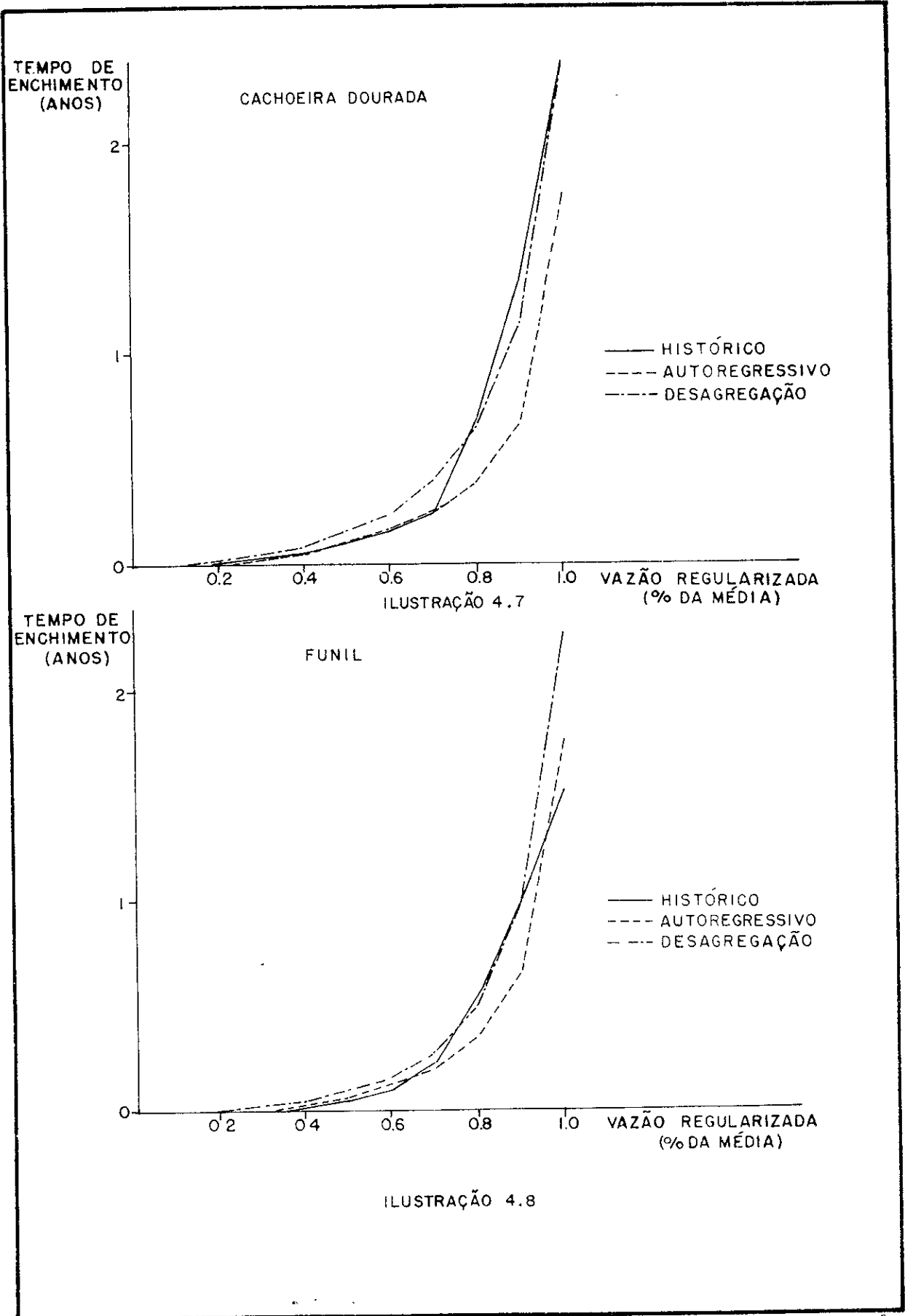


ILUSTRAÇÃO - 4.2









TEMPO DE ENCHIMENTO (ANOS)

TRES MARIAS

2

1

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1.0

VAZÃO REGULARIZADA (% DA MÉDIA)

— HISTÓRICO  
 - - - AUTOREGRESSIVO  
 - · - DESAGREGAÇÃO

ILUSTRAÇÃO 4.9

TEMPO DE ENCHIMENTO (ANOS)

MASCARENHAS

2

1

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1.0

VAZÃO REGULARIZADA (% DA MÉDIA)

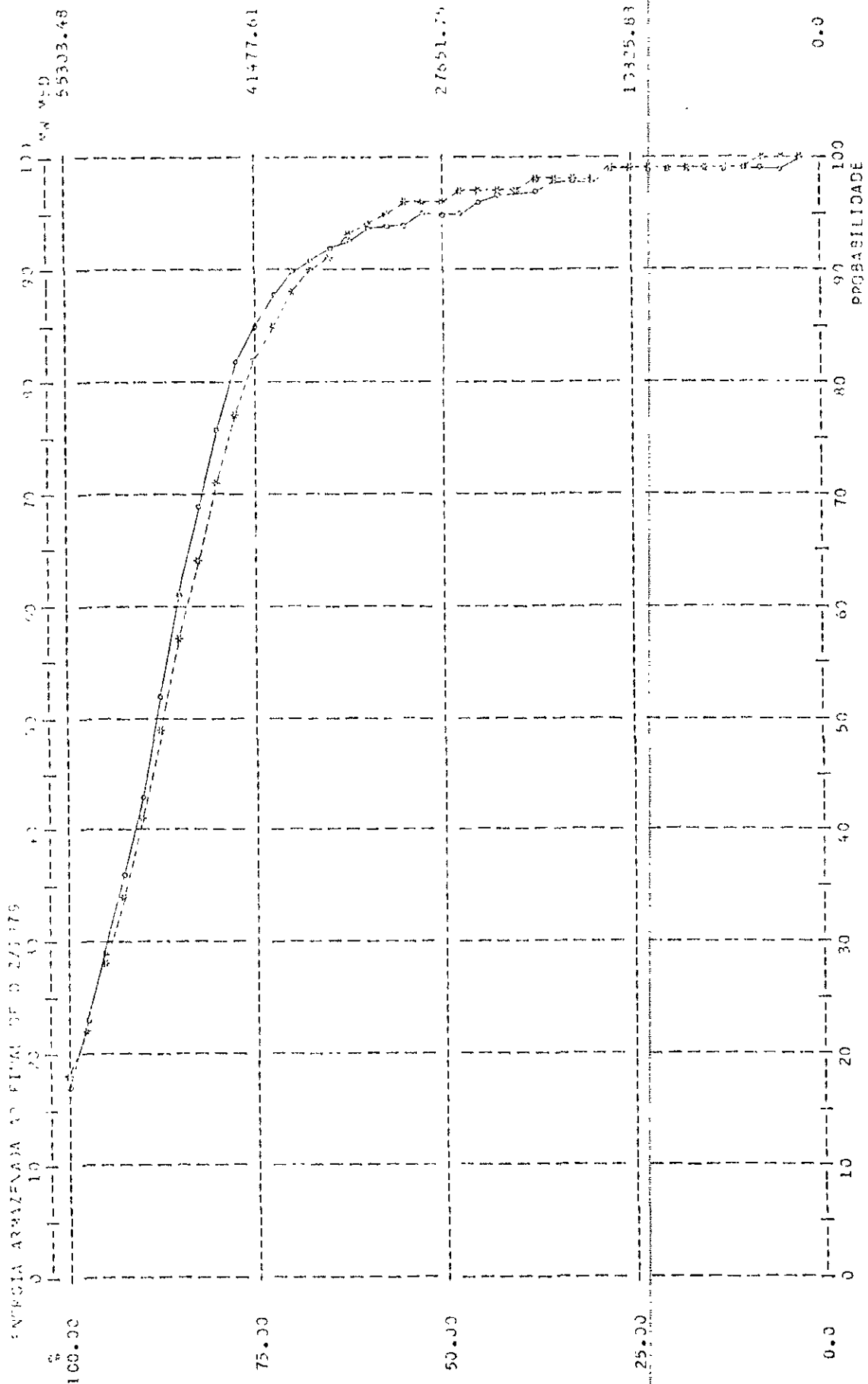
— HISTÓRICO  
 - - - AUTOREGRESSIVO  
 - · - DESAGREGAÇÃO

ILUSTRAÇÃO 4.10

ANO	DIRETO	DESAG
79	82 %	83 %
80	79 %	80 %
81	69 %	69 %
82	72 %	64 %
83	66 %	53 %

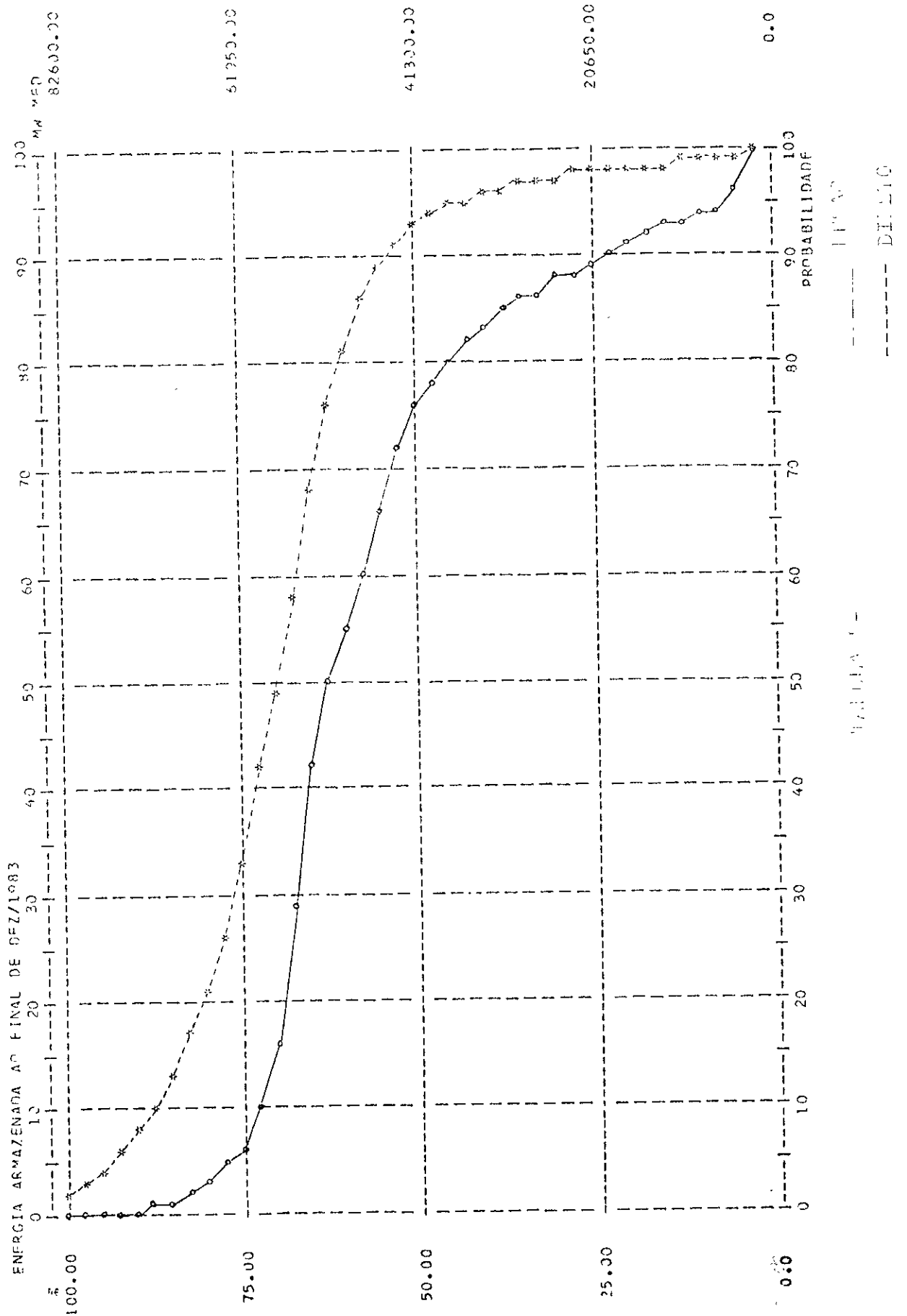
TABELA 5-1

% ENERGIA ARMAZENADA AO FINAL DE DEZEMBRO



ES/C

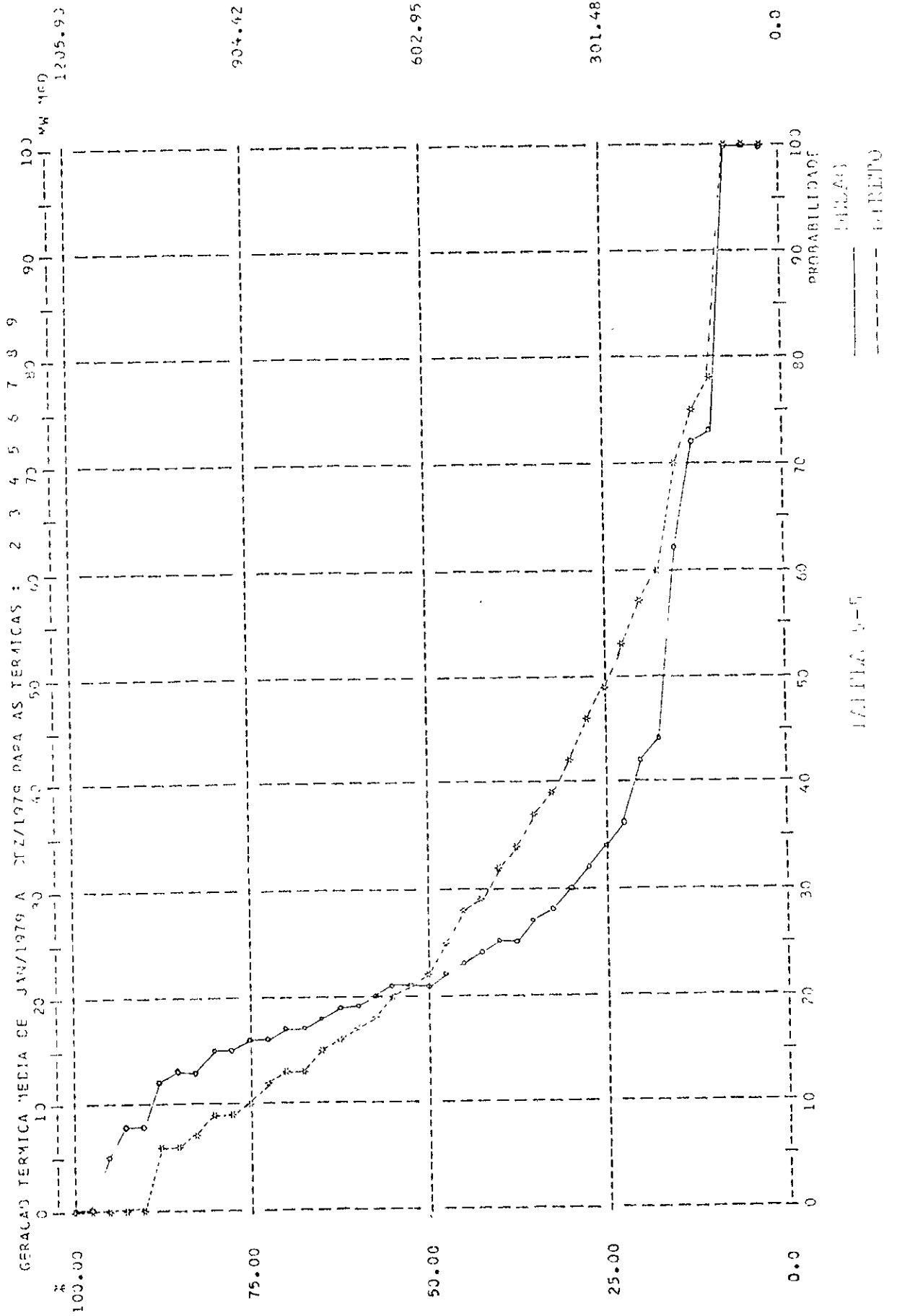
ES/C



ANO	DIRETO	DESAG
79	366	343
80	809	732
81	718	650
82	594	701
83	482	741

TABELA 5-4

VALOR ESPERADO DE GERAÇÃO TÉRMICA ANO FINAL DE  
DEZEMBRO (EM MW)





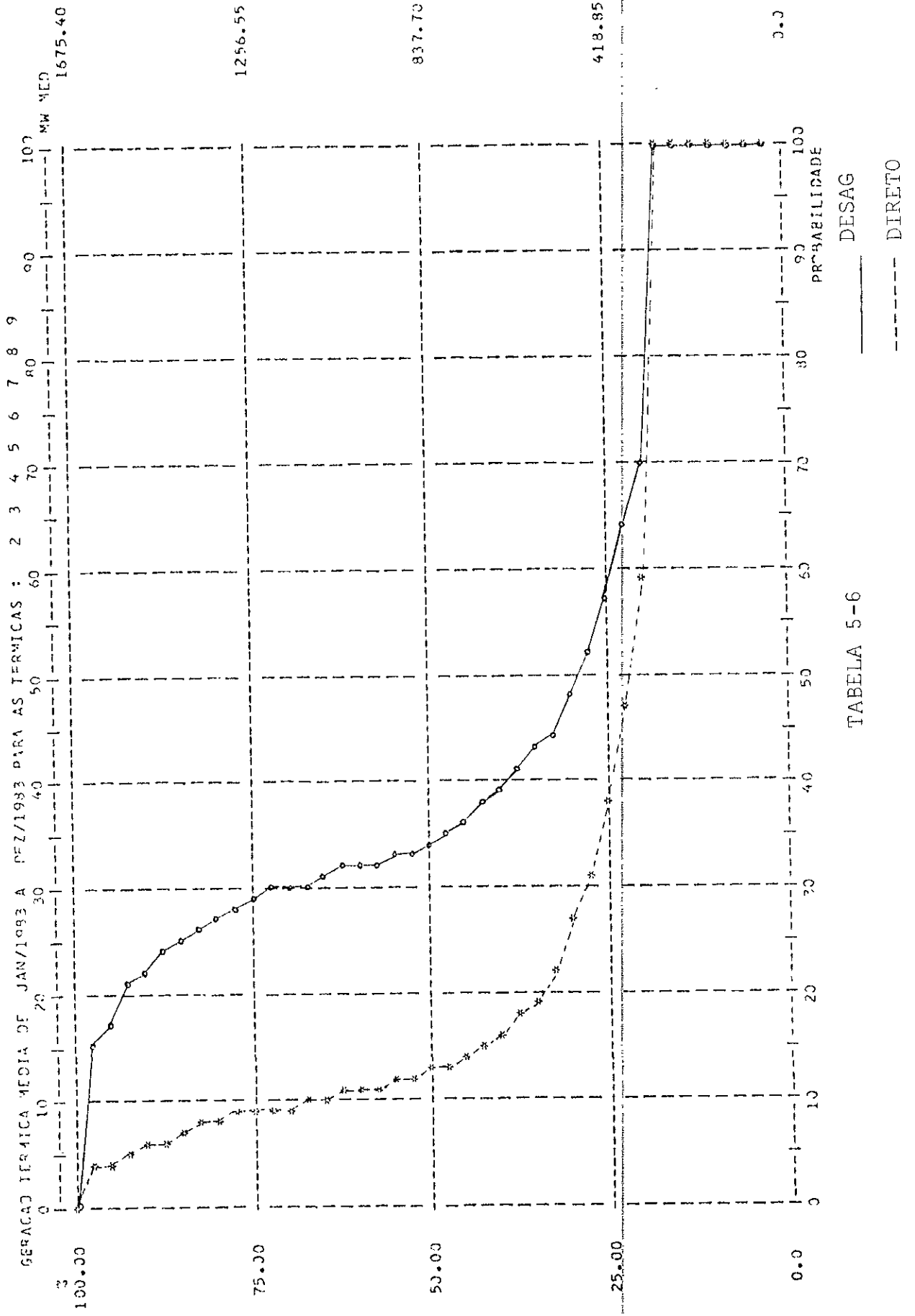


TABELA 5-6

418.85

837.70

1256.55

1675.40

0.0

100.00 75.00 50.00 25.00 0.00

100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0

ANO	DIRETO	DESAG
79	1248	1129
80	2426	2152
81	2610	2463
82	1934	1192
83	1889	489

TABELA 5-7

VALOR ESPERADO DE VERTIMENTO AO FINAL DE  
DEZEMBRO (MW)

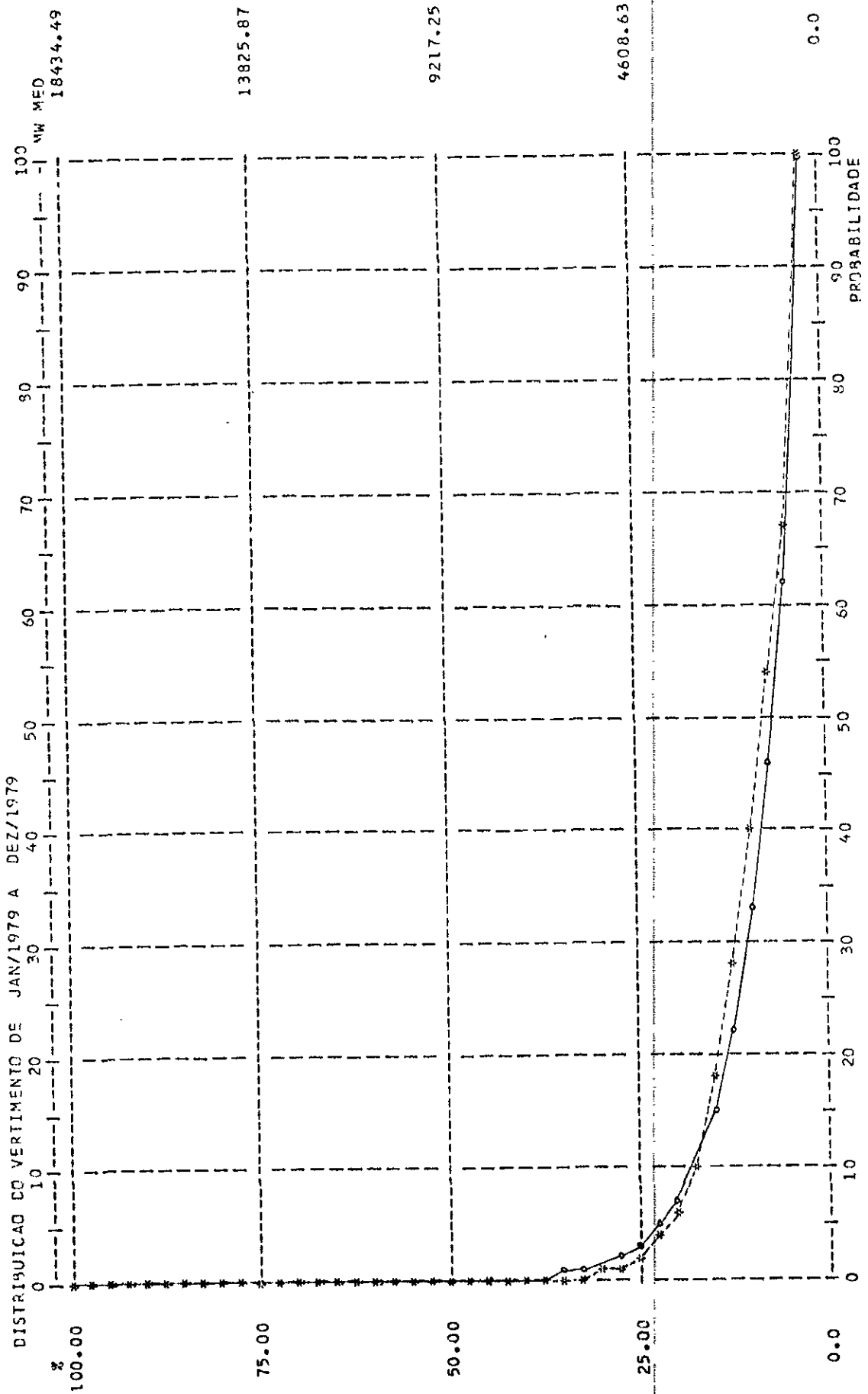


TABELA 5-8

DESAG  
DIRETO

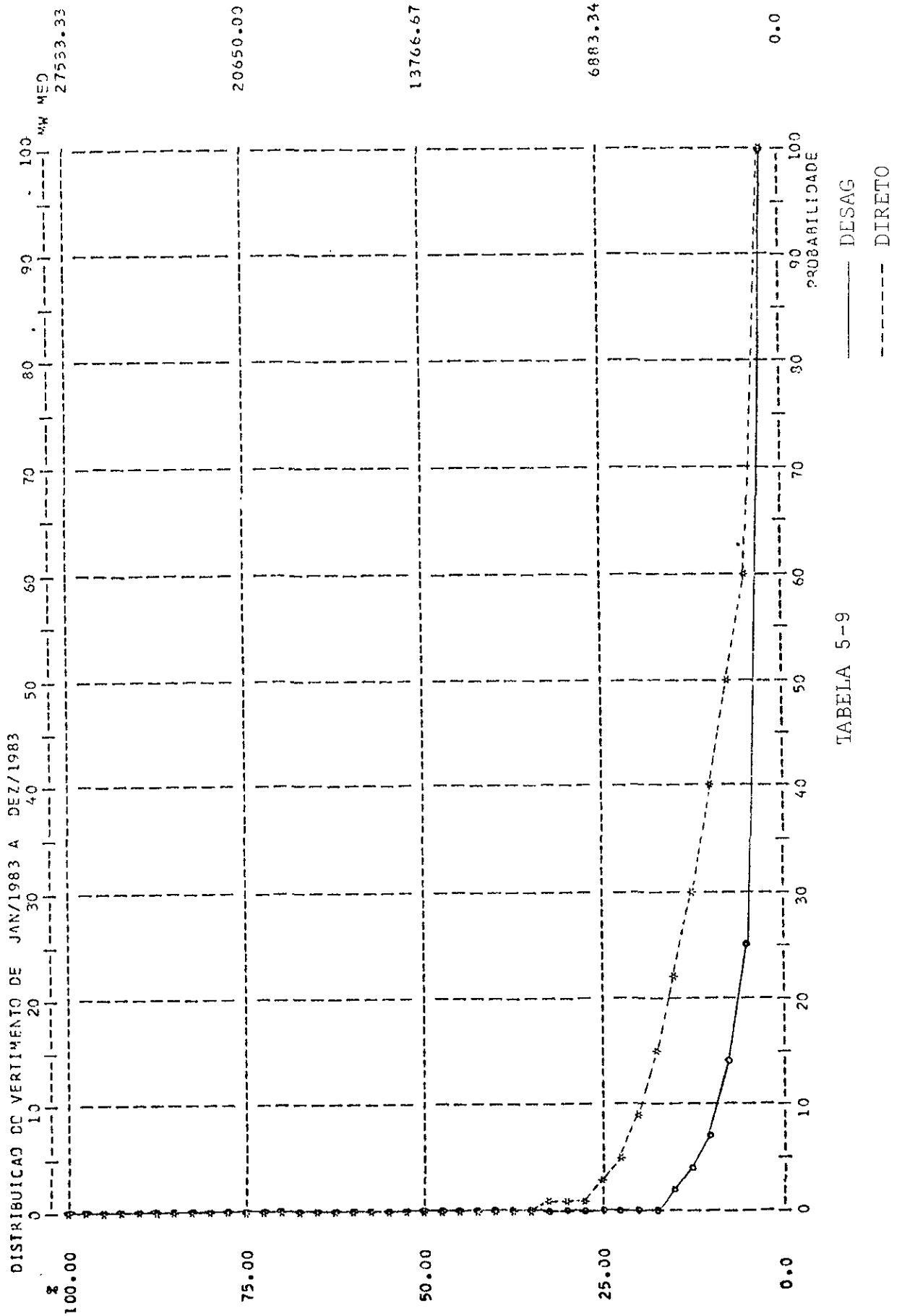


TABELA 5-9

RISCO DE DEFICIT (%)			MÁXIMO DEFICIT OBSERVADO	
ANO	DIRETO	DESAG	DIRETO	DESAG
1979	0.40	0.60	645	782
1980	0.60	0.91	2491	2854
1981	0.80	1.1	2610	3508
1982	0.30	1.71	3012	4192
1983	1.83	5.13	1414	4796

TABELA 5-10

RISCO DE DEFICIT E MÁXIMO DEFICIT OBSERVADOS NA SIMULAÇÃO