

GERAÇÃO MULTIVARIADA DE PRECIPITAÇÕES EXTREMAS

POR

Jerson Kelman^{1,2}, Joari P. da Costa¹, Jorge M. Damázio¹, Nelson L.C. Dias¹

RESUMO -- Descreve-se uma abordagem para a geração multivariada de precipitações extremas. A metodologia foi desenvolvida para auxiliar o dimensionamento de vertedores de grandes barragens. Ilustra-se o emprego da metodologia para a Bacia do Rio Araguaia a montante de Santa Isabel (382000 km²).

INTRODUÇÃO

O dimensionamento de vertedores é freqüentemente feito a partir de um estudo meteorológico sobre as condições de precipitação na bacia, com apoio nos registros pluviométricos e climatológicos existentes, visando definir a chamada Precipitação Máxima Provável (PMP).

Esta definição é feita modificando-se as circunstâncias em que ocorreriam as piores tormentas observadas no passado, no sentido de torná-las mais adversas. Por exemplo, uma precipitação excepcional, ocorrida numa região meteorologicamente semelhante à bacia sob consideração, pode ser "transposta espacialmente", de forma a maximizar a severidade da onda de cheia. Mais ainda, dado que o total precipitado tende a crescer na medida em que aumenta o teor de umidade do fluxo de ar que alimenta a tempestade, pode-se maximizar as maiores alturas pluviométricas do registro admitindo-se que todos os eventos intervenientes permaneçam inalterados, com exceção do teor de umidade, que é maximizado. Em outras palavras, admite-se que a coincidência entre máxima precipitação e máxima umidade não ocorreu no passado devido às flutuações dos demais fatores influentes no fenômeno, mas nada impede que tal coincidência venha a ocorrer no futuro.

Como em grandes bacias hidrográficas as cheias excepcionais resultam de uma distribuição temporal e espacial das chuvas que não necessariamente inclui um extremo de precipitação diária em algum ponto da bacia, um recurso adicional para definição da PMP consiste em modificar a cronologia de precipitações em cada sub-bacia. Em outras palavras, quando se trata de dimensionamento de vertedores, o interesse é encontrar o evento meteorológico que acarreta a cheia mais adversa, evento este chamado de "Probable Maximum Storm Sequence - PMSS" por Myers(1981). Assim, por exemplo, pode-se construir uma PMSS sobre uma bacia de centenas de milhares de quilômetros quadrados assumindo uma distribuição espacial e temporal das chuvas para o mês 1 igual ao que de mais severo existe no histórico para este mês, digamos o ano de 1968; já para o mês 2 escolhe-se o que de pior aconteceu no registro para este mês, digamos o ano de 1973, e assim sucessivamente. Desta maneira, constrói-se um conjunto de eventos que não ocorreram na seqüência apresentada, mas que poderiam ter ocorrido.

¹ Pesquisador do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPTEL

² Professor visitante do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ

A idéia básica desta abordagem - o "embaralhamento de eventos" do registro - é ampliada neste artigo no sentido de produzir não apenas algumas poucas cheias fictícias, elaboradas artesanalmente, mas sim milhares de cheias chamadas "sintéticas", todas elas também hipotéticas. Com este recurso, o engenheiro fica em condições de examinar o desempenho de seu projeto de vertedor sob uma gama muito mais variada de situações, o que lhe permite inclusive a estimação da probabilidade de falha da estrutura.

Adotando-se inicialmente uma postura simplista, imagine que todas as precipitações diárias do posto pluviométrico 1 (inclusive os zeros) sejam colocadas na urna 1, as do posto 2 na urna 2, e assim sucessivamente. Pode-se construir uma seqüência sintética de eventos sorteando-se (com reposição) para cada dia da estação chuvosa um elemento de cada uma das urnas. Naturalmente este procedimento pode ser repetido tantas vezes quanto se queira, resultando em n seqüências sintéticas, em que n pode ser um número extremamente elevado, por exemplo 100000. A maior parte destas seqüências sintéticas não será particularmente relevante para o estudo de cheias e apenas aquelas que possivelmente resultem em eventos mais severos que os observados no passado é que merecerão ser transformadas em vazão.

Este mecanismo de embaralhamento automático dos eventos do registro pluviométrico é simplista porque falha em capturar corretamente as propriedades de dependência temporal e espacial da precipitação. Por exemplo, falha em reconhecer que se as chuvas são frontais, a probabilidade de que chova amanhã dado que hoje está chovendo é maior do que a probabilidade de que chova amanhã dado que hoje não está chovendo. Analogamente falha em reconhecer que, ainda no domínio das chuvas frontais, se os postos pluviométricos A e B na bacia são sujeitos a condições meteorológicas semelhantes, a probabilidade de que esteja chovendo em A dado que chove (ou choveu) em B é maior do que a probabilidade de que esteja chovendo em A dado que não chove (ou não choveu) em B. Na próxima seção é apresentado um modelo matemático que aperfeiçoa a idéia do "embaralhador automático", no sentido de efetivamente levar em consideração as propriedades de dependência temporal e espacial da precipitação.

O MODELO

Seja X a precipitação pontual num posto pluviométrico qualquer, num dia qualquer. Suponha que seja conhecida uma amostra, já ordenada crescentemente

$\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, com $k = h \cdot m$, onde

$h = n^\circ$ dias da estação chuvosa

$m = n^\circ$ de anos do registro pluviométrico

A distribuição acumulada empírica de X é definida por:

$$\hat{F}(x_1) = \begin{cases} j/k, & \text{se } x_1 = 0 \\ i/k, & \text{se } x_1 > 0 \end{cases} \quad (1)$$

onde

$j = n^\circ$ total de dias com precipitação nula

Sortear com reposição um valor para X, conforme descrito na Introdução, é equivalente a sortear um valor para F(X), assumindo que este último é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 1. Se

$$F(X) \in (\bar{F}(x_i), \bar{F}(x_{i+1})) \text{ então } X = x_{i+1}$$

Entretanto, como a persistência temporal e espacial da chuva precisa ser levada em consideração, não é suficiente lidar apenas com a distribuição de probabilidades univariada para X, sendo necessário que se trabalhe com a distribuição multivariada de precipitação para todos os postos pluviométricos, ao longo de alguns dias. Como os processos estocásticos multivariados gaussianos são mais fáceis de serem manipulados do que os não gaussianos, parece interessante preliminarmente transformar X em Y, onde Y é uma variável aleatória normal padrão. Esta transformação pode ser facilmente efetivada assumindo-se que todos os valores de Y menores do que uma determinada constante a foram censurados, resultando em valores nulos para X:

$$y = \Phi^{-1}(F(x)), \text{ se } x > 0$$

$$y \leq a = \Phi^{-1}(j/k), \text{ se } x = 0 \quad (2)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a distribuição acumulada normal padrão.

A transformação (2) pode ser empregada para mapear todas as precipitações numa série temporal multivariada e censurada $\{y_{i,t}\}$ sendo $i = 1, 2, \dots, p$ o índice do posto e t o índice do dia.

A modelagem do processo $\{Y_{i,t}\}$ pode ser feita de inúmeras maneiras. Seja por exemplo

$$Y_t = AY_{t-1} + BW_t \quad (3)$$

onde

Y_t = vetor correspondente ao dia t com dimensão igual ao número de postos, p

W_t = vetor de ruídos normais padrão, independentes entre si, com dimensão igual a p

A = matriz $p \times p$ de constantes, feita igual a $E(Y_t, Y'_{t-1}) \{E(Y_t, Y'_t)\}^{-1}$

B = matriz $p \times p$ de constantes, feita igual a $E(Y_t, Y'_t) - A \{E(Y_t, Y'_{t-1})\}'$

$E(\cdot)$ = valor esperado

' significa "transposta de "

A equação (3) e as equações que definem as matrizes A e B têm sido freqüentemente utilizadas em Hidrologia Estocástica a partir do trabalho pioneiro de Matalas (1967). A única peculiaridade neste caso é que as matrizes $E(Y_t, Y'_{t-1})$ e $E(Y_t, Y'_t)$ precisam ser estimadas a partir de amostras censuradas do processo Y_t . Como os elementos destas matrizes são coeficientes de correlação, esta estimação pode ser feita com auxílio de uma relação entre o coeficiente de correlação de uma amostra completa e o coeficiente de correlação de uma amostra truncada. Nesta última se consideram apenas os elementos não censurados. (Kelman et al., 1983).

Uma vez estimadas as matrizes A e B, séries sintéticas de precipitação podem ser facilmente produzidas a partir do sorteio de vetores W_i , que com auxílio da equação (3) resultam em vetores Y_i . Usando-se a inversa da transformação definida por (1) e (2), que foi derivada para cada posto pluviométrico, obtém-se a precipitação pontual.

É interessante observar que por este processo de "geração" de precipitações, todos os valores sintéticos serão iguais a alguma altura pluviométrica efetivamente registrada em cada posto. Esta propriedade tem vantagens e desvantagens. Entre as primeiras figura o fato de que o modelo é parcimonioso em hipóteses com relação à forma da distribuição de X, só admitindo produzir valores de precipitação que efetivamente tenham sido observados no passado. Entre as desvantagens figura o fato de que se o número de séries sintéticas for muito maior do que o número de anos do registro pluviométrico, seria de se esperar que na série sintética ocorressem precipitações diárias pontuais que ultrapasassem os máximos observados no registro, ao contrário do que efetivamente ocorrerá. Esta desvantagem pode não ser séria, conforme anteriormente mencionado, porque numa cheia excepcional os eventos pontuais não são necessariamente excepcionais. No entanto uma alteração da equação (1) permite que esta desvantagem seja suprimida. Basta assumir que se $F(x) > b$, onde b é uma constante arbitrariamente fixada próxima da unidade, o correspondente valor x não é mais um elemento de $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ conforme expresso pela equação (1), e sim o resultado da resolução de uma equação do tipo

$$F(x) = b + (1-b) (1 - \exp(-\lambda(x-x_r))) \quad , \quad x > x_r \quad (\text{ou } F(x) > b) \quad (4)$$

onde

λ = parâmetro

x_r = elemento de $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ tal que $F(x_r) = b$

Note que com o uso da equação (4) elimina-se o limite superior para X e, como se trata de uma cauda exponencial, a correspondente distribuição assintótica de extremos será do tipo I (Gumbel, 1958). O valor de λ deve ser estimado considerando-se unicamente o sub-conjunto $\{x_r, x_{r+1}, \dots, x_k\}$.

APLICAÇÃO

A metodologia acima descrita foi empregada para gerar precipitações sobre a bacia do rio Araguaia a montante do aproveitamento de Santa Isabel (382000 km²). Para tanto, estavam disponíveis dados pluviométricos de 8 postos dentro da bacia (tabela 1). As características climatológicas predominantes indicam que o período mais chuvoso se estende de dezembro a março, com o mês de outubro definindo praticamente o início da época chuvosa (Engevix, 1984). O modelo foi então ajustado ao período de 1º de outubro a 30 de maio, dividido em 4 de estações 53 dias cada uma, para levar em conta os efeitos sazonais. O valor adotado para b (equação 4) foi 0,90, sendo λ estimado por máxima verossimilhança.

Foram geradas 1000 séries sintéticas multivariadas. A validação do modelo foi feita posto a posto, comparando-se as propriedades estatísticas do registro pluviométrico com as correspondentes propriedades da série sintética, segundo procedimento descrito por Kelman et al. (1983). A tabela 2 mostra um resultado típico, onde se pode observar que os resultados foram satisfatórios.

A tabela 3 apresenta, para efeito de comparação, os totais máximos precipitados na bacia em 30 dias correspondentes a: (i) as cinco séries sintéticas mais adversas (do total de 1000); (ii) o registro pluviométrico de 30/01/80 a 28/02/80 (pior do histórico); (iii) PMP calculada pela Engevix (1984). Notar que nenhuma das séries sintéticas é maior do que a PMP, o que poderia ser esperado, visto que foram geradas apenas 1000 séries. Mais ainda, apenas três séries sintéticas ultrapassaram o evento pluvial de 1980, o que indica a raridade de eventos de tal magnitude. De fato, a precipitação de 1980 é considerada "... um evento hidrometeorológico inusitado sobre o Araguaia" (Engevix, 1984). As figuras 1,2 e 3 apresentam as correspondentes isoietas (das sintéticas, apenas a pior). A tabela 4 repete o estudo da tabela 3 considerando a totalidade de estação chuvosa, que vai de novembro a março, num total de 151 dias. Neste caso, as cinco séries sintéticas mais adversas (e nenhuma outra) ultrapassaram o evento pluvial de 1980. É interessante observar que a diferença entre a PMP e as séries sintéticas é muito mais flagrante quando se considera a "janela" de 151 dias do que a de 30 dias.

CONCLUSÕES

O modelo proposto baseia-se no procedimento de cálculo de PMP para grandes bacias, que consiste em reordenar e maximizar alturas pluviométricas no sentido de obter a seqüência mais adversa para o projeto de vertedor. O modelo utiliza resultados de séries temporais multivariadas, de forma a incorporar a persistência temporal e espacial da chuva. Os resultados obtidos para oito postos do Rio Araguaia dentro da área de drenagem de Sta. Isabel foram promissores.

AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa recebe o suporte do DEEN-ELETROBRÁS. Os dados para o caso estudo foram cedidos pela ELETRONORTE e pela Engevix. O pesquisador João Ignácio da Silva Filho (CEPEL) cedeu os programas para ajuste de superfícies (traçado de isoietas).

REFERÊNCIAS

- ENGEVIX S.A. (1984), "Vazão Máxima Provável do Rio Araguaia em Santa Isabel", Volume 1, Texto, 00.2155.001-RE-OB.
- GUMBEL, E.J. (1958), Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York.
- KELMAN, J., DAMAZIO, J.M. e COSTA, J.P. (1983), "Geração de Séries Sintéticas de Vazões Diárias - Modelo Diana", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Hidrologia e Recursos Hídricos, Volume 1, Nº 2.
- MATALAS, N.C. (1967), "Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology", Water Resources Research, Volume 3, No. 4, pg. 937-945.
- MYERS, V.A. (1981), "Estimation of Probable Maximum Precipitation in Tropical Regions", in Engevix S.A. (1984), Vazão Máxima Provável do Rio Araguaia em Santa Isabel, Volume 3, Relatório de Consultores, 00.2155.001-RE-OB.

"Tabela 1. Disponibilidade de dados pluviométricos na bacia do rio Araguaia".

| CÓDIGO | ESTAÇÃO | LAT. | LONG. | INÍCIO | FIM |
|---------|-----------------------|--------|--------|--------|------|
| 648000 | Xambioá | 6°23' | 48°33' | 1969 | 1982 |
| 849000 | Conceição do Araguaia | 8°16' | 49°17' | 1931 | 1981 |
| 949000 | Abreulândia | 9°33' | 49°13' | 1973 | 1981 |
| 1150000 | Fazenda Telésforo | 11°55' | 50°40' | 1969 | 1982 |
| 1250000 | Fazenda Piratininga | 12°45' | 50°18' | 1973 | 1982 |
| 1451000 | Aruanã | 14°49' | 51°10' | 1970 | 1982 |
| 1651000 | Caiapônia | 16°57' | 51°50' | 1969 | 1982 |
| 1753002 | Fazenda Babilônia | 17°22' | 53°03' | 1964 | 1982 |

"Tabela 3. Precipitação na bacia segundo Thiessen. Máxima acumulada em 30 dias para os cinco piores eventos sintéticos (1 a 5), máxima histórica (30/01 a 28/02/80) e Precipitação Máxima Provável (PMP)"

| SÉRIE | PRECIPITAÇÃO(mm) |
|------------------|------------------|
| 1 | 620 |
| 2 | 604 |
| 3 | 593 |
| 4 | 568 |
| 5 | 564 |
| Máxima histórica | 581 |
| PMP | 631 |

"Tabela 4. Precipitação na bacia segundo Thiessen. Máxima acumulada em 151 dias para os cinco piores eventos sintéticos (1 a 5), máxima histórica (01/11/79 a 01/03/80) e Precipitação Máxima Provável (PMP)"

| SÉRIE | PRECIPITAÇÃO(mm) |
|------------------|------------------|
| 1 | 1664 |
| 2 | 1624 |
| 3 | 1606 |
| 4 | 1598 |
| 5 | 1594 |
| Máxima histórica | 1551 |
| PMP | 2407 |

"Tabela 2. Avaliação do Desempenho do Modelo para Xambioá (648000)"

| | MÉDIA DIÁRIA | D. PADRÃO DIÁRIO | ASSIMETRIA DIÁRIA | CURTOSE DIÁRIA | MÉDIA MAX. ANUAL | D. PADRÃO MAX. ANUAL | ASSIMETRIA MAX. ANUAL | CURTOSE MAX. ANUAL | PREC. MÁXIMA DIÁRIA |
|---|-----------------|---------------------|----------------------|-------------------|---------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------|---------------------------|
| Série Histórica | 58.23 | 135.13 | 3.85 | 23.53 | 830.23 | 267.41 | 1.31 | 3.78 | 1484.00 |
| Série Sintética | 55.97 | 132.77 | 3.83 | 23.40 | 895.76 | 260.64 | 1.28 | 6.07 | 2528.00 |
| Média dos índices em 76 blocos de 13 anos | 56.04 | 132.73 | 3.80 | 22.83 | 896.69 | 241.07 | 0.74 | 3.21 | 1445.12 |
| Máximo dos índices em 76 blocos de 13 anos | 63.05 | 147.63 | 5.03 | 49.51 | 1063.38 | 504.14 | 2.26 | 7.68 | 2528.00 |
| Mínimo dos índices em 76 blocos de 13 anos | 48.61 | 120.64 | 3,18 | 14.66 | 735.38 | 117.31 | -0.76 | 1.53 | 971.00 |
| Prob.(Sint.>Hist.) | 0.237 | 0.316 | 0.395 | 0.368 | 0.816 | 0.382 | 0.184 | 0.263 | 0.342 |

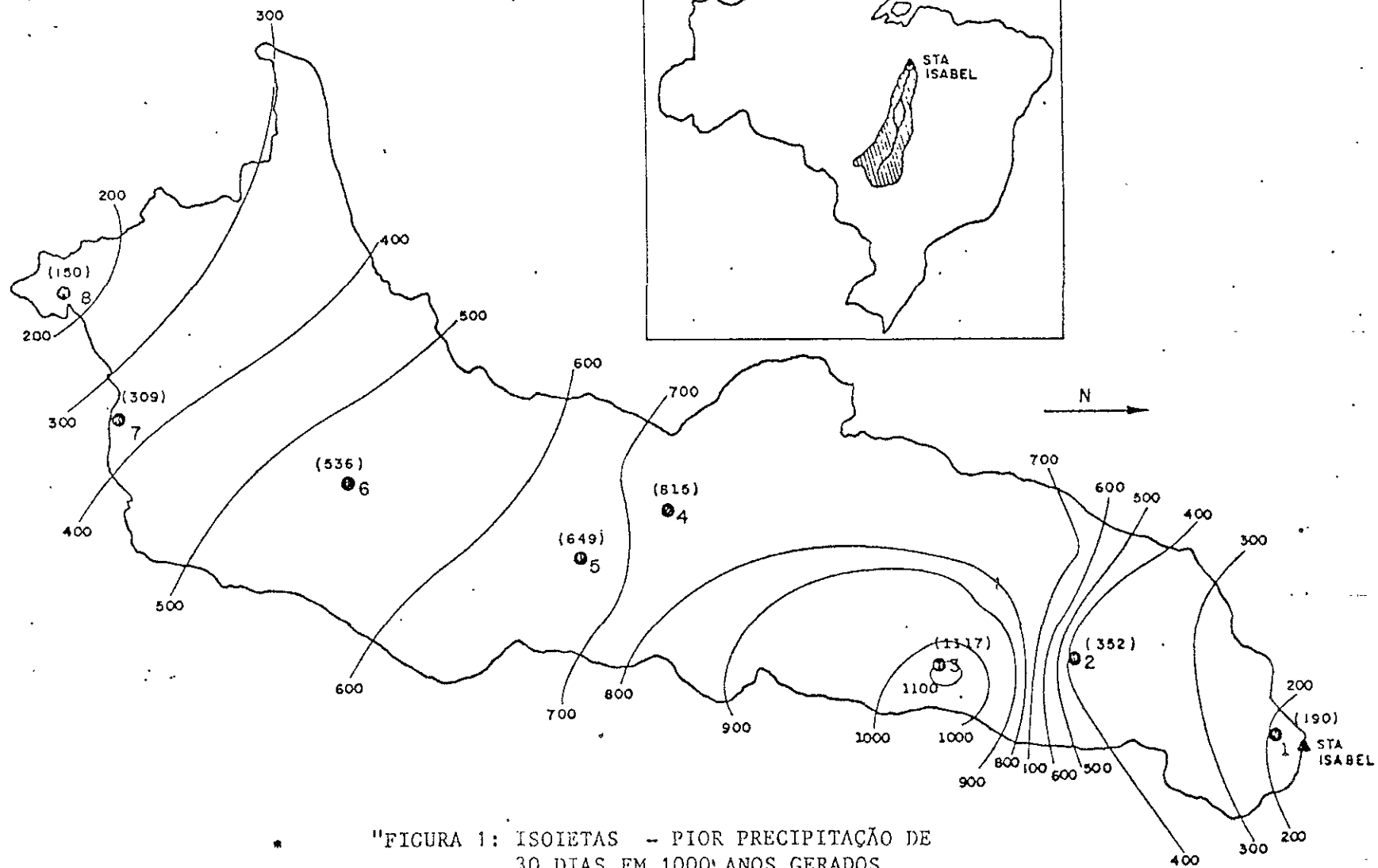
Teste qui-quadrado para o máximo anual

| CLASSES | FREQUÊNCIA | |
|--------------|------------|-----------|
| | HISTÓRICA | SINTÉTICA |
| 0. - 685. | 4.0 | 2.6 |
| 685. - 792. | 3.0 | 2.6 |
| 792. - 914. | 3.0 | 2.6 |
| 914. - 1075. | 1.0 | 2.6 |
| 1075. - ... | 2.0 | 2.6 |

QUI-QUADRADO = 0.200E+01

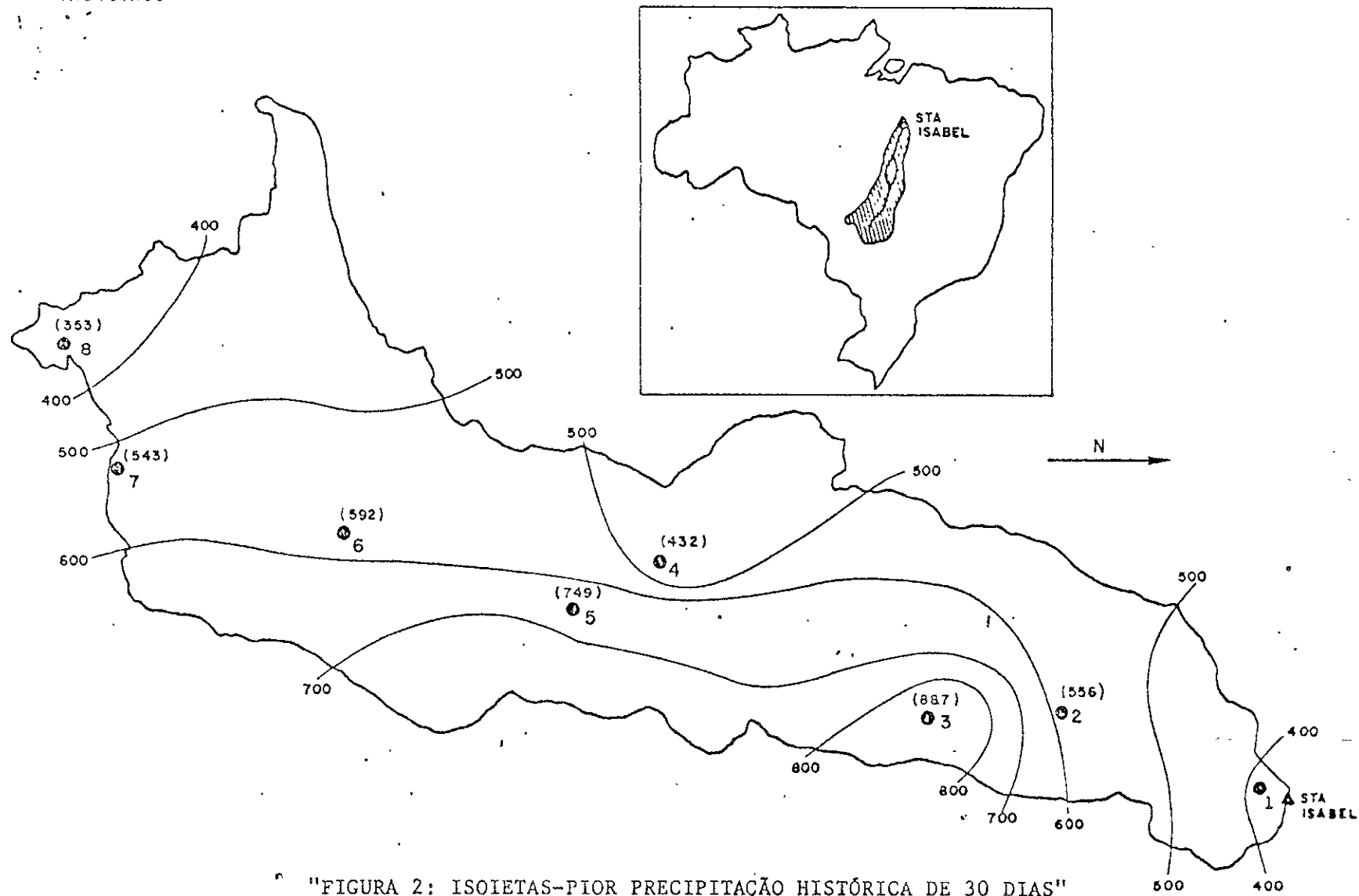
NÚMERO DE ANOS DA SÉRIE HISTÓRICA: 13
 NÚMERO DE ANOS DA SÉRIE SINTÉTICA: 1000

PRECIPITAÇÃO SINTÉTICA

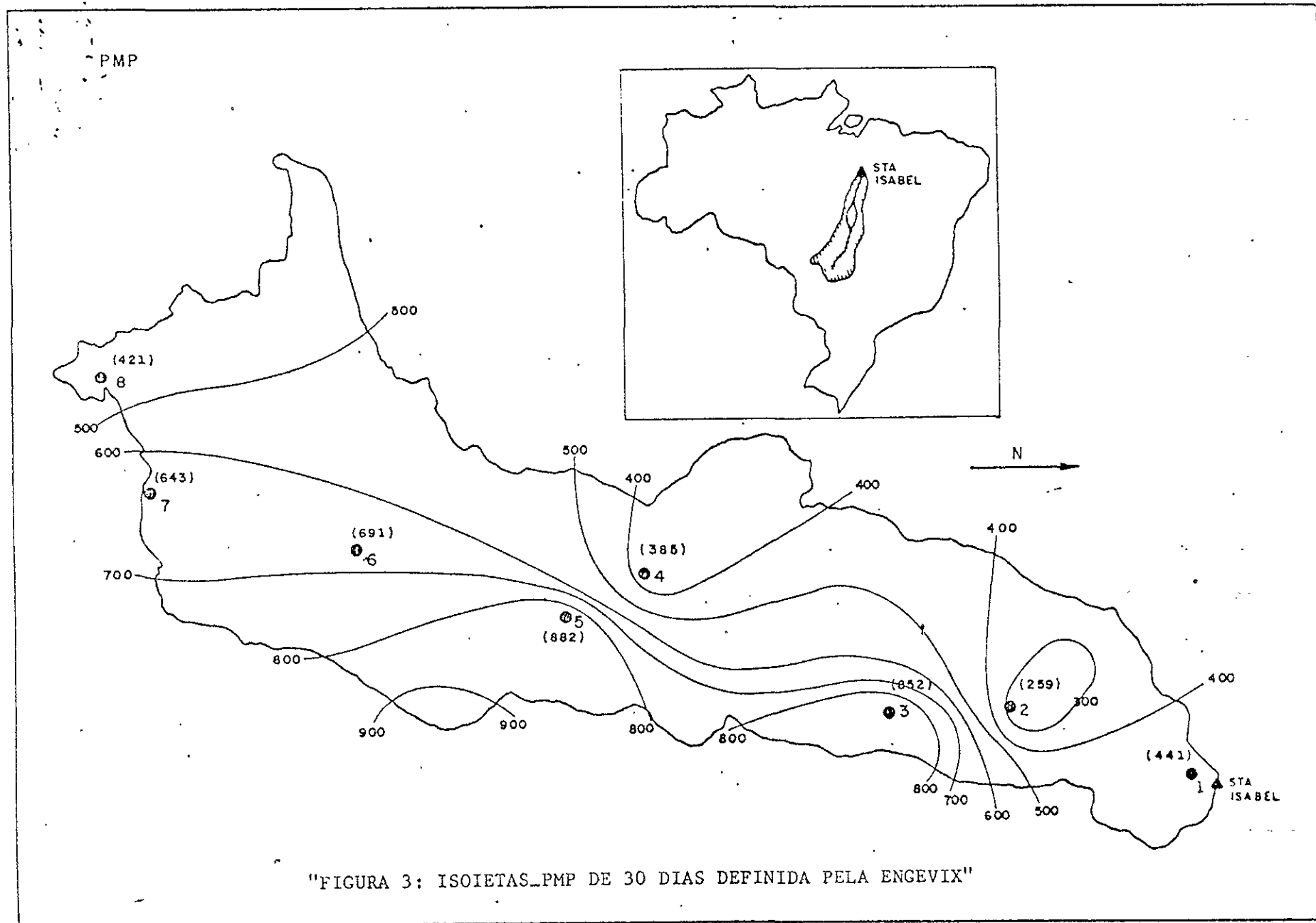


"FIGURA 1: ISOIETAS - PIOR PRECIPITAÇÃO DE 30 DIAS EM 1000 ANOS GERADOS

HISTÓRICO



"FIGURA 2: ISOIETAS-PIOR PRECIPITAÇÃO HISTÓRICA DE 30 DIAS"



"FIGURA 3: ISOIETAS_PMP DE 30 DIAS DEFINIDA PELA ENGEVIX"

EXTREME MULTIVARIATE RAINFALL GENERATION

by

Jerson Kelman^{1,2}, Joari P. da Costa¹, Jorge M. Damázio¹, Nelson L.C. Dias¹

ABSTRACT -- A daily multivariate rainfall generation scheme is described. The methodology is proposed as an alternate approach to the PMP methodology for the hydrologic design of spillways. A case study for the Araguaia basin, upstream of the proposed hydroelectric plant of Santa Isabel (382000 km²) is presented.

1 Research Engineer, Electric Energy Research Center - CEPEL
2 Visiting Professor - COPPE/UFRJ