

PREVISÃO EM TEMPO REAL DE VAZÃO ASSOCIADA A UMA INCERTEZA  
E UTILIZANDO TÉCNICA DE FILTRAGEM DE ERROS

REAL-TIME FORECASTING OF FLOOD ASSOCIATED WITH AN UNCERTAINTY  
AND USING AN ERRORS FILTERING METHOD

MARIA HELENA ALVES

Mestranda  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68506  
Rio de Janeiro - RJ

PAULO CANEDO DE MAGALHAES

Professor, COPPE  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68506  
Rio de Janeiro - RJ

JERSON KELMAN

Professor, COPPE  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68506  
Rio de Janeiro - RJ

RESUMO -- Este artigo visa desenvolver, a partir do sistema hidrológico definido pelo modelo IPH-II, um método de filtragem da evolução do processo, representado pelos seus fatores determinantes (parâmetros), face a um regime de cheia. Com esse objetivo foi empregada a metodologia do Filtro de Kalman para o reconhecimento do padrão evolutivo do processo. Em paralelo, buscou-se uma metodologia de geração de cenários chuvosos, que aplicados ao sistema preditivo (modelo + filtro), irão fornecer uma incerteza, que será transmitida à predição.

ABSTRACT -- This paper aims to develop, based in an hydrological system defined by the IPH-II model, a method of process evolution filtering, represented by its established factors (parameters), confronted by a flood process. It was applied the Kalman filter theory with the objective of recognizing the process evolution pattern. Besides, a generation method of rained sceneries was elaborated. This sceneries applied to the forecasting system, will provide an uncertainty, that will be transmitted to the forecasted value.

## INTRODUÇÃO

O presente estudo ocupa-se com a Previsão em Tempo Real, onde Schermerhorn e Kuehl(1968) enfatizaram a necessidade de uma metodologia, cuja rapidez e simplicidade possibilitassem a obtenção de previsões em acompanhamento à evolução da cheia, de forma que é necessário um compromisso entre a complexidade do sistema e as características desejáveis da previsão.

O objetivo deste estudo resume-se nos seguintes aspectos:

a - Gerar cenários chuvosos, considerando a chuva como um processo estocástico, através da aplicação do modelo autoregressivo ARMA; e

b - Utilizar o modelo chuva x vazão IPH-II para a modelação de eventos de cheia, e através do algoritmo de filtragem proposto por Kalman (1960), prever o comportamento futuro do sistema, através dos parâmetros do modelo.

Deve-se ressaltar, finalmente, que o presente trabalho faz parte do escopo de uma tese de Mestrado. Encontra-se em desenvolvimento a metodologia de filtragem empregando Filtro de Kalman, sendo, por conseguinte apresentados alguns resultados iniciais do estudo.

## DADOS UTILIZADOS E SELEÇÃO DOS EVENTOS

Na elaboração do estudo, foram utilizados dados a nível horário da Bacia do Rio Ray (Área = 18.6 km<sup>2</sup>), localizada na região sul da Inglaterra. A bacia é eminentemente rural e o perfil de solo da região destaca-se pela presença de uma espessa camada de argila. Esta característica é particularmente interessante, pois durante o verão, quando ocorrem as maiores tempestades, apresenta-se o fenômeno do "cracking-clay" (rachadura da argila), fazendo com que praticamente grande parte da chuva infiltre no solo. Devido a essa particularidade, no período utilizado para a elaboração da metodologia (1964-1973), ocorreram somente 2 cheias no verão, sendo uma delas, a maior cheia observada nesse período. Também observa-se para estas cheias, provavelmente as menores relações "runoff/precipitação total" conforme a tabela 01.

Durante o período de ajuste da metodologia (1964-1973), foram observados 22 eventos de cheia, com vazão de pico superior a 2.99 m<sup>3</sup>/s (condição de seleção). Durante a calibração dos eventos, foi utilizado um período antecedente de aquecimento do modelo ("warm-up period"), com a finalidade de reduzir os erros relativos ao estado inicial dos reservatórios. O período de aquecimento selecionado corresponde exatamente à série de precipitações que antecederam a cada evento.

"Tabela 01 - Eventos selecionados para ajuste do modelo (64/73)"

No.	No. INTERV.		DATA			ESTACAO	VAZAO MAXIMA (m3/s)	VAZAO MEDIA (m3/s)	PREC TOT. (mm)
	AQUEC	CHEIA	ANO	MES	DIA				
01	60	68	68	07	10	VERAO	16.44	3.10	81.92
02	122	44	68	11	01	OUTONO	9.06	2.30	25.27
03	255	76	69	05	16	PRIMAVERA	7.06	1.10	28.39
04	101	32	64	07	21	VERAO	6.35	1.60	62.87
05	299	84	70	04	25	PRIMVERA	6.33	1.20	35.16
06	485	95	69	03	13	INVERNO	5.66	1.20	31.25
07	101	97	66	12	10	OUTONO	5.55	1.00	18.51
08	304	52	71	01	31	INVERNO	5.47	1.90	23.07
09	314	110	66	10	14	OUTONO	5.44	1.30	39.30
					14		4.78		
10	168	60	66	05	11	PRIMAVERA	5.32	1.10	20.50
11	273	61	67	02	27	INVERNO	4.83	1.20	18.36
12	241	84	64	03	14	INVERNO	4.61	1.80	53.54
					15		4.51		
13	155	56	68	12	22	INVERNO	3.77	0.90	9.85
14	173	62	67	12	19	INVERNO	3.76	0.90	18.61
15	149	47	64	03	19	INVERNO	3.73	1.10	11.29
16	94	55	71	11	20	OUTONO	3.52	1.00	19.70
17	58	57	66	02	20	INVERNO	3.43	1.40	18.10
18	288	61	69	01	22	INVERNO	3.26	0.80	10.79
19	106	51	72	03	05	INVERNO	3.08	1.10	16.96
20	555	59	65	12	23	INVERNO	3.07	1.20	18.84
21	157	70	71	11	27	OUTONO	3.02	0.80	15.63
22	104	58	71	01	23	INVERNO	2.99	1.30	18.60

### GERAÇÃO DE CENÁRIOS CHUVOSOS

#### Metodologia de Geração

Serão gerados 100 cenários chuvosos, que irão alimentar o sistema preditivo, em complementação à chuva real. Para cada cenário chuvoso, será sorteado o número de seqüências de dias chuvosos consecutivos. Para cada seqüência de chuva, será também sorteada a duração da seqüência (idem para as seqüências secas). Obtendo-se o número de intervalos de cada seqüência, o próximo passo será a geração da altura de chuva para cada intervalo. Foi adotada a metodologia de geração estocástica de chuva proposta por Nascimento (1989), empregando modelo auto-regressivo ARMA(p,q).

Para cada seqüência chuvosa, utilizando-se uma rotina randômica, sorteia-se uma variável aleatória entre 0 e 1. A partir deste primeiro valor, serão gerados os demais, com o modelo ARMA. A série obtida segue a distribuição Normal padrão. Num processo inverso à transformação para a distribuição Normal, pode-se obter agora a série de alturas de chuva correspondente.

Delimitados os eventos, o número e tamanho das seqüências

chuvosas e das seqüências secas de cada evento, procedeu-se a uma análise estatística das variáveis.

### Ajuste das distribuições

Para todas as cheias, os eventos chuvosos foram delimitados por uma série seca de pelo menos 13 intervalos (tempo de concentração máximo encontrado para a bacia). Dentro da extensão do evento chuvoso delimitado, foi considerado intervalo chuvoso, aquele que possuía uma intensidade de chuva superior a 0.10 mm/int.

- ( i) *intensidade de chuva* : Distribuição Log Normal 2 (Método dos Momentos) e Modelo ARMA(3,0).
- ( ii) *Número de seqüências chuvosas* : Distribuição Poisson.
- (iii) *Duração da seqüência chuvosa* : Distribuição Geométrica.
- ( iv) *Duração da seqüência seca* : Distribuição Geométrica (truncada para durações superiores a 13 intervalos).

### CALIBRAÇÃO DOS EVENTOS

O modelo IPH-II possui 6 parâmetros, além das ordenadas do Histograma Tempo x Área, sendo utilizada a rotina de otimização de Rosenbrock com restrições.

Uma das dificuldades expressas pela otimização, seria a busca da melhor disposição das ordenadas do Histograma Tempo x Área. Incluí-las na rotina de busca, ocasionaria uma dificuldade adicional, pois acrescentaria um considerável número de variáveis a otimizar, e estas devem satisfazer à condição de soma unitária, o que sempre prejudicaria a última ordenada do histograma. Outra solução seria obter o histograma por algum método citado na literatura, para todos os eventos, e após, discretizar sua variabilidade em função do tipo de cheia. Para evitar uma discretização, sempre fonte de erros, procurou-se obter uma relação contínua do histograma em função da magnitude e características da cheia.

Inicialmente, obteve-se os histogramas Tempo x Área para cada cheia, através do método das aproximações sucessivas de Collins, antes separando os escoamentos superficial e subterrâneo de cada cheia. Como o método de Collins é descrito na literatura como instrumento de cálculo do Hidrograma Unitário, para adaptá-lo para o cálculo do histograma, desamorteceu-se a hidrógrafa de escoamento superficial, utilizando-se a equação de reservatório linear; e no lugar de dividir o hidrograma residual pelas ordenadas da precipitação efetiva, normalizou-se o hidrograma, dividindo suas ordenadas pela soma. Os histogramas encontrados, exceto para as cheias de maior magnitude, possuem dois picos (vide figura 01), esse fato pode ser explicado como decorrência da existência de duas sub-bacias principais, e de características distintas, formadoras da Bacia do Rio Ray.

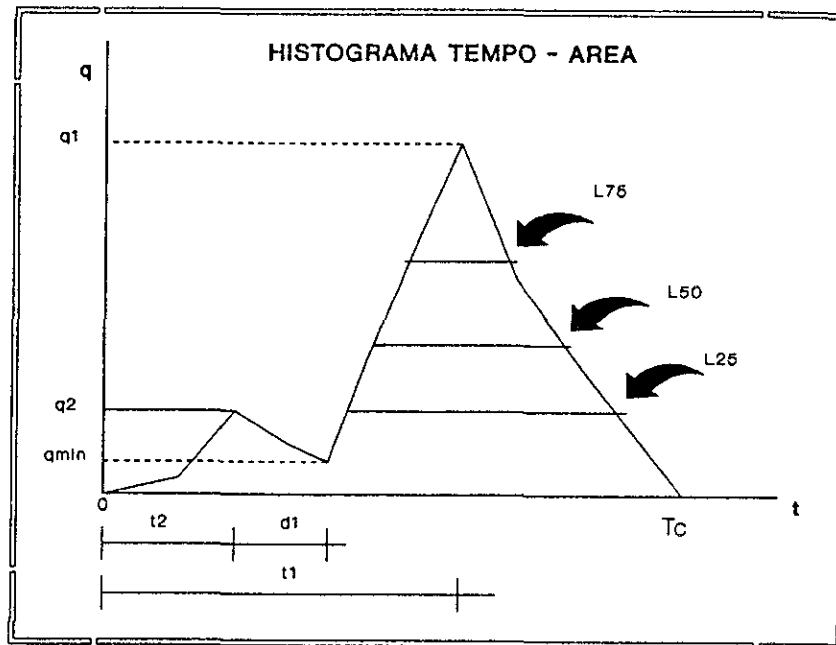


Figura 01 - Histograma Tempo x Área tipo

A partir dos histogramas Tempo x Área, coletou-se várias informações em relação à forma dos mesmos (vide figura 01), obtendo-se as relações a seguir :

$$q_1 = -0.0338 C_1 + 0.1888 C_2 + 0.0201 C_3 + 0.0866 \quad (01)$$

com  $C_1 = \sum Q_{sup} / Dt_{sup}$   
 $C_2 = (Q_{obsmax} - Q_{min}) / (t_{max} - t_{min})$   
 $C_3 = Q_{obsmax}$

$$T_c = -20.5795 q_1 + 15.4707 \quad (02)$$

$$t_1 = 1.2211 T_c + 10.6716 q_1 - 8.8774 \quad (03)$$

$$t_2 = -0.3295 t_1 + 1.0806 T_c + 6.3416 q_1 - 9.3429 \quad (04)$$

$$q_2 = -0.0501 t_2 + 0.0666 T_c + 0.5017 q_1 - 0.6970 \quad (05)$$

$$q_{min} = 0.2856 q_2 - 0.1603 q_1 + 0.0472 \quad (\text{se } t_2 \neq 0) \quad (06)$$

$$d_1 = 1 \quad (\text{se } t_2 \neq 0) \quad (07)$$

$$L_{25} = -0.0488 t_1 + 1.1990 T_c - 5.8808 \quad (08)$$

$$L_{50} = 1.3627 L_{25} + 13.7885 q_1 - 7.6564 \quad (09)$$

$$L_{75} = 1.2641 L_{50} + 13.0834 q_1 - 6.2530 \quad (10)$$

onde

- . $Q_{sup}$  - Vazão de escoamento superficial
- . $Dt_{sup}$  - n<sup>o</sup>. de intervalos entre o início do escoamento superficial e o fim da cheia
- . $Q_{obsmax}$  - Vazão máxima observada no evento
- . $Q_{min}$  - Vazão mínima no início da ascensão
- . $t_{max}$  e  $t_{min}$  - intervalos de tempo correspondentes a  $Q_{obsmax}$  e  $Q_{min}$
- . $T_c$  - Tempo de Concentração da bacia

As demais variáveis podem ser compreendidas, visualizando a figura 01.

Para a calibração, utilizou-se uma Função Objetivo ponderada, empregada por Bertoni (1989), com a finalidade de contemplar as vazões máximas :

$$F.O. = \sum_{i=1}^{t^*} \left( (Q_{obs}[i] - Q_{ger}[i])^2 \cdot [Q_{obs}[i] / Q_{ref}]^{\phi} \right) \quad (11)$$

onde :

$$Q_{ref} - \text{Vazão de Referência} = 1/3 Q_{obsmax}$$

$$\phi - \text{expoente do fator de ponderação} = 3$$

Para a calibração, partiu-se sempre do mesmo conjunto inicial de parâmetros, resultante de uma otimização realizada por Tucci (1986) para a Bacia do Rio Ray. O evento no. 04 foi uma exceção, sendo adotado outro conjunto inicial de parâmetros, dado que não houve progressos com o anterior.

A partir desta fase, e para este artigo, foram selecionados 06 eventos entre os 22 apresentados, compreendendo uma ampla faixa de magnitude de cheia. A escolha foi em função do menor número de intervalos de simulação, ou seja, mais rápido processamento. Foram escolhidos os eventos : 01 - 02 - 04 - 10 - 17 e 22.

## PREVISÃO EM TEMPO REAL

### Calibração adaptativa dos parâmetros

A calibração adaptativa, neste estudo, teve o objetivo de fornecer os valores considerados ótimos para todos os passos sucessivos da previsão. Estes valores serão considerados "verdade" durante a fase de elaboração da técnica de previsão, utilizando o método do Filtro de Kalman.

Nesta fase, foi proposta uma nova formulação da Função Objetivo, com o propósito de tornar mais atraente para a rotina de otimização alterar os parâmetros em função da mudança de regime e da inclusão de novas informações. Foram também estabelecidos novos "constraints", em função da faixa de variabilidade dos parâmetros observada durante a calibração dos 22 eventos.

Ascensão -- Para a previsão durante a fase de ascensão, é intuitiva a prioridade da mudança de regime, levando a formular a seguinte equação :

$$F.O. = \sum_{i=1}^{t^*} \left( (Q_{obs}[i] - Q_{ger}[i])^2 \cdot [Q_{obs}[i] / Q_{ref}]^{\phi} \right) \quad (12)$$

onde:

$$Q_{ref} = 1/3 Q_{obsmax} \quad (p/ \quad i = 1, \dots, t^*)$$

$$\phi = F(\psi) = 8.15 \exp(-1/\psi) \quad ; \quad 0 \leq \phi \leq 3$$

$$\psi = (Q_{obs}[i] - Q^*) / (Q_{maxobs} - Q^*) \quad ; \quad 0 \leq \psi \leq 1$$

$$Q^* = Q_{obs}[t - T_c + 1]$$

Recessão -- Para a previsão durante a fase de recessão, observando que a fase de pico de cheia já foi ultrapassada, deu-se prioridade ao aumento de informação, levando a formular a seguinte equação :

$$F.O. = \sum_{i=1}^{t^*} \left[ (Q_{obs}[i] - Q_{ger}[i])^2 \cdot [Q_{obs}[i] / Q_{ref}]^{\phi} \right] \quad (13)$$

onde :

$$\begin{aligned} Q_{ref} &= 1/3 Q_{obs}[t^*] \\ \phi &= F(\psi) = 8.15 \exp(-1/\psi) & ; & \quad 0 \leq \phi \leq 3 \\ \psi &= (i - (t - T_c))/T_c & ; & \quad 0 \leq \psi \leq 1 \end{aligned}$$

Metodologia da previsão -- Para a primeira previsão do evento (no. de informações =  $\eta$ ), partiu-se do conjunto inicial já utilizado na fase de calibração dos eventos. Para as sucessivas previsões, decorrentes do aumento de informação (no. de observações =  $\eta+i$ ,  $i>1$ ), partiu-se sempre do conjunto de parâmetros obtido na etapa anterior, com a finalidade de favorecer a obtenção de uma tendência na evolução dos valores dos parâmetros. Na calibração adaptativa, foram realizadas 100 iterações do conjunto de parâmetros. Durante a calibração adaptativa da cheia 01, foi necessário interferir no processo (passo relativo ao 26º intervalo).

Os valores encontrados para os parâmetros, nos sucessivos passos de previsão, podem ser vistos nas tabelas 03 a 07.

### Filtro de Kalman

Kalman (1960) desenvolveu um algoritmo de filtragem, baseado nas seguintes hipóteses :

a - *Linearidade do sistema* - A hipótese de linearidade do sistema é uma conveniência matemática, e é muito atraente em Hidrologia, onde muitas transformações não lineares podem ser aproximadas por lineares;

b - *Dinamicidade do sistema* - A natureza é essencialmente dinâmica por si só, e assim, exige um algoritmo que permita a evolução do sistema em função da atualização do mesmo; e

c - *Estrutura Gaussiana de Erros* - Condição necessária para garantir a preservação da distribuição estatística ao longo de todo o processo.

Formulação -- No presente estudo, tem-se um conjunto de variáveis (parâmetros), que assume 2 situações : o conjunto dito verdadeiro ( $Y_t$ ), que foi obtido por calibração adaptativa; e o conjunto correspondente à filtragem da evolução do conjunto verdadeiro  $Y_t$  ( $X_t$ ), a qual será utilizada para obter estimativas para o futuro ( $X_{t+1}$ ).

O sistema preditivo, conhecido como "state-space form", é composto de uma Equação de Observação :

$$Y(t) = H(t) \cdot X(t) + \tau(t) \cdot v(t) \quad v(t) \approx N(0, R) \quad (14)$$

onde  $H(t)$  é suposto previamente conhecido e  $v(t)$  é assumido como normalmente distribuído com média zero e matriz de covariância  $R(t)$  conhecida.

E por uma equação de Transição, onde será incorporada a dinamicidade do sistema :

$$X(t) = \varphi(t) \cdot X(t-1) + \xi(t) w(t) \quad w(t) \approx N(0, U) \quad (15)$$

onde  $\varphi(t)$  é previamente conhecido e  $w(t)$  é assumido como normalmente distribuído com média zero e covariância  $U(t)$  conhecida.

Além da normalidade dos erros, também é considerado que os ruídos  $v(t)$  e  $w(t)$  são mutuamente independentes, além de serem individualmente ruídos brancos. Considerou-se que  $H(t)$ ,  $\tau(t)$  e  $\xi(t)$  são unitários.

Equações :

. Previsão (lag 1)

$$\hat{X}(t+1/t) = \varphi \cdot \hat{X}(t/t) \quad (17)$$

$$P(t+1/t) = \varphi \cdot P(t/t) \cdot \varphi^T + U \quad (18)$$

. Previsão (lag n)

$$\hat{X}(t+n/t) = \varphi^n \cdot \hat{X}(t/t) \quad (19)$$

. Atualização

$$v(t) = Y(t) - \hat{X}(t+1/t) \quad (20)$$

$$K(t) = P(t+1/t) \cdot (P(t+1/t) + R)^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{X}(t/t) = \hat{X}(t+1/t) + K(t) \cdot v(t) \quad (22)$$

$$P(t/t) = (I - K(t)) \cdot P(t+1/t) \quad (23)$$

onde :

$Y(t)$	- Valor "verdadeiro" da variável
$\hat{X}(t+1/t)$	- Predição de $X(t+1)$ dadas as informações ( $Y_t$ ) até $t$
$\hat{X}(t/t)$	- Correção da predição, através da tendência de $Y(t)$
$P(t+1/t)$	- Predição da matriz de covariância de $X$
$P(t/t)$	- Correção da matriz de covariância de $X$
$K(t)$	- Matriz de Ganho do Filtro de Kalman

Valores Iniciais -- Adotou-se para as matrizes de covariância de ruídos da equação de medição e da equação de transição um alto valor inicial ( matriz diagonal com os termos  $a_{jj} = 10000$ ). A matriz de covariância inicial de  $X$ , foi estimada a partir dos dois primeiros valores de  $Y_t$  conhecidos previamente.

Matrizes de covariância e de transição -- Os termos da matriz de covariância do ruído da eq. de medição são facilmente calculados através do erro da previsão  $v(t)$  para cada parâmetro. A matriz de covariância dos ruídos da eq. de transição será tratada adiante. A matriz de transição  $\varphi$ , nesta fase inicial do estudo, foi considerada diagonal, ou seja, não há iteração entre os parâmetros, e seu valor foi considerado como a taxa  $Y(t+1)/Y(t)$ .

Implantação do Método -- A maior dificuldade encontrada, foi o fato de que os parâmetros calibrados na fase anterior, apresentam mudanças bruscas de valor. Esse fato provoca dois problemas : a - Enquanto futuro, não é possível que o Filtro de Kalman preveja



alterações não presentes no histórico de sua memória; b - Enquanto passado, essa mudança brusca, ( $\phi \gg 1$  ou  $\phi \ll 1$ ) irá se propagar nos próximos lags de previsão (vide equação 19), e isso irá gerar valores absurdos para o parâmetro.

Uma forma preliminarmente encontrada para que o filtro interprete esses dois tipos de problema, foi um controle do valor do parâmetro dentro dos "constraints" estabelecidos anteriormente. Se o valor de predição do parâmetro estiver fora dos limites aceitáveis, força-se que seu valor seja igual à observação que o gerou ( $Y_t$ ), e que provocou a mudança brusca na transição. Essa consideração baseia-se na observação de que, após uma variação brusca do valor do parâmetro, geralmente ele estabelece uma nova tendência estável em torno do novo valor (vide tabelas 03 a 07). O fato da predição estar fora dos "constraints", também pode ocorrer em condições normais, quando a informação que a gerou estiver próxima de um dos limites, nesse caso, o controle não alterará a tendência, sendo aceitável.

Observadas as peculiaridades expostas, estimou-se para os 6 eventos, previsões para o conjunto de parâmetros em 5 lags. Mas ocorreu que, como a faixa compreendida entre os "constraints" ainda é ampla, foi observada uma instabilidade nas estimativas, pois a instabilidade das previsões gera uma estrutura de erros também instável, que irá se propagar durante a previsão. Essa observação ocorreu quando se utilizava inicialmente uma igualdade entre a covariância do ruído de medição e a covariância do ruído de estado. O que ocorria era que o erro da previsão (ruído de medição) se transferia totalmente para o erro do estado, o que induzia a uma compensação brusca na atualização. Com a finalidade de filtrar o quanto se deseja que do erro de medição se transfira para a atualização da tendência da filtragem, testou-se várias relações (vide a equação 21 da Matriz de Ganho, onde se vê que a atualização é inversamente proporcional ao ruído da medição e diretamente proporcional ao ruído do estado). Obteve-se por procedimento de tentativa e erro, a relação abaixo, passível de mudanças posteriores :

$$U(t) = 0.01 R(t) \quad (24)$$

Previsão dos Parâmetros -- Nas tabelas 02 a 07 serão apresentadas as previsões para os parâmetros, considerando 01 passo (a previsão para os demais passos é uma propagação da previsão de 01 passo).

Avaliação da Previsão utilizando Filtro de Kalman -- Obtidas as estimativas dos parâmetros, simulou-se o modelo, obtendo previsões de vazão, que estão comparadas com o método de calibração adaptativa, conforme as tabelas 08 a 13.

### PREVISÃO DE VAZÃO A PARTIR DA GERAÇÃO DE CENÁRIOS CHUVOSOS

Após concluído o estudo de previsão de cheias, considerando a chuva futura conhecida, será então aplicado o procedimento de previsão considerando vários cenários chuvosos gerados ( 100 cenários). A partir da resposta dos cenários, poderá

ser ajustada uma distribuição à série de vazões obtidas para cada intervalo, permitindo, portanto, a definição de intervalos de confiança de variabilidade da vazão futura, em relação a um certo risco ou nível de confiança.

### CONCLUSÃO

Em geral, a performance do Filtro de Kalman foi melhor durante a fase da ascensão dos eventos, principalmente para lags superiores a 01, quando a aplicação de um conjunto permanente de parâmetros, resultante da calibração adaptativa, perde sua eficiência rapidamente. Durante a fase da recessão e para cheias baixas, observa-se que os parâmetros tendem a se estabilizar (tabelas 03 a 07), e possivelmente, por essa razão, a performance da calibração adaptativa foi melhor.

Um sugestão para a continuidade do estudo, seria o estudo da superfície resposta, com a finalidade de descobrir a causa da instabilidade dos valores dos parâmetros durante a calibração adaptativa, que será fundamental para a performance da previsão através do método do Filtro de Kalman. Em paralelo, será necessário aprimorar a metodologia de aplicação do Filtro de Kalman, já que ainda ocorrem muitas incertezas.

### REFERÊNCIAS

- ANDERSON, B.D.O e MOORE, J.B. (1970), Optimal filtering. University of Newcastle, Austrália, Ed. Prentice-Hall, Inc.
- BERTONI, J.C. (1989), Modelos de previsão de cheia em tempo atual com base na precipitação. Dissertação de Tese de Mestrado, IPH, UFRGS.
- GOMES, J. e MINE, M.R. (1989), Estimativa do hidrograma unitário através do filtro de Kalman. In: VIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, v.2, p.92-100.
- HARVEY, A.C. (1984), A unified view of statistical forecasting procedures. Journal of Forecasting, v.13, p.245-275.
- KALMAN, R.E. (1960), A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of Basic Engineering, v.82, n.01, p.33-45.
- NASCIMENTO, C.E.S. (1990), Modelagem estocástica para a precipitação diária. Dissertação de Tese de Mestrado, COPPE, UFRJ.
- NASH, J.E. e SUTCLIFFE, J.V. (1970), River flow forecasting through conceptual models - Part I - Discussion of principles. Journal of Hydrology, V.10, p.282-290.
- SCHERMERHORN, V.P. e KHUEL, D.W. (1968), Operational streamflow forecasting with the SSARR model. In : Use of Analogue and Digital Computers in Hydrology, Tucson, Arizona.
- TUCCI, C.E.M. (1986), Modelos matemáticos em Hidrologia e Hidráulica. Tomo 3/3, cap.7, p. 32-56.

Tabelas 02 a 07 - Cheias 01,02,04,10,17 e 22.  
 Predição de Parâmetros Lag 01

t	RMAX		INF MIN		INF MAX		K		KSUP		KSUB	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
20	7.9	-	0.93	-	8.7	-	0.29	-	12.7	-	299	-
21	3.2	-	1.00	-	9.7	-	0.29	-	14.1	-	201	-
22	1.4	1.3	1.00	1.00	10.7	10.8	0.26	0.29	14.8	14.1	214	177
23	0.5	0.6	0.43	1.00	10.4	10.7	0.37	0.24	14.0	14.8	224	228
24	0.2	0.2	0.13	0.43	8.6	10.4	0.52	0.34	10.9	14.0	309	238
25	0.1	0.1	0.10	0.12	8.2	8.6	0.57	0.48	12.0	10.9	222	329
26	3.0	0.0	0.07	0.10	10.0	8.1	0.46	0.55	7.1	12.3	482	236
27	3.0	1.3	0.06	0.06	10.0	10.2	0.46	0.43	7.2	6.9	475	482
28	3.0	1.6	0.08	0.06	10.0	10.1	0.46	0.43	7.2	7.0	431	475
29	7.6	2.0	0.09	0.07	10.3	10.1	0.47	0.44	6.8	7.0	492	430
30	7.6	7.3	0.09	0.10	10.3	10.4	0.47	0.46	6.8	6.6	492	492
31	7.6	7.4	0.09	0.09	10.3	10.4	0.47	0.47	6.8	6.6	492	492
32	19.6	7.5	0.13	0.09	10.4	10.3	0.47	0.47	6.6	6.7	499	492
33	19.6	24.1	0.17	0.15	10.5	10.6	0.47	0.47	5.3	6.5	500	499
34	19.7	21.8	0.15	0.22	10.6	10.6	0.47	0.47	5.3	4.9	224	500
	-	21.2		0.16		10.7		0.47		5.1		198

09	0.4	-	0.73	-	1.53	-	0.46	-	14.2	-	112	-
10	0.4	-	0.54	-	1.23	-	0.61	-	13.2	-	119	-
11	0.3	0.3	0.15	0.41	1.34	1.23	0.64	0.61	10.3	12.3	231	127
12	15.7	0.3	0.01	0.04	1.28	1.47	0.70	0.67	7.7	8.1	124	449
13	15.5	13.5	0.03	0.01	1.73	1.40	0.63	0.70	5.3	6.0	478	241
14	16.0	13.7	0.01	0.03	2.17	1.89	0.67	0.63	4.6	4.0	100	478
15	16.1	15.1	0.02	0.01	2.39	2.39	0.67	0.67	4.6	3.6	100	100
16	16.1	15.5	0.02	0.01	2.39	2.63	0.67	0.67	4.6	3.7	103	100
17	16.1	15.8	0.02	0.02	2.39	2.56	0.67	0.67	4.6	3.9	100	104
18	15.2	15.8	0.02	0.02	2.27	2.51	0.66	0.67	4.4	4.1	112	100
19	16.2	14.7	0.01	0.02	2.27	2.32	0.70	0.66	4.5	4.0	110	115
20	15.9	16.3	0.01	0.01	2.14	2.29	0.70	0.70	5.1	4.3	100	111
21	15.9	15.8	0.01	0.01	2.14	2.11	0.70	0.70	5.1	5.2	100	100
22	15.9	15.8	0.01	0.01	2.16	2.12	0.70	0.70	5.1	5.2	100	101
23	16.4	15.8	0.01	0.01	1.85	2.15	0.70	0.70	5.1	5.2	100	100
		16.5		0.01		1.76				5.1		100

06	50.1	-	0.33	-	10.0	-	0.33	-	9.7	-	199	-
07	47.5	-	0.08	-	10.2	-	0.31	-	9.6	-	192	-
08	47.5	45.2	0.46	0.02	10.6	10.5	0.32	0.29	10.5	9.4	301	185
09	45.2	47.5	0.21	0.46	8.5	10.9	0.56	0.32	8.9	11.5	200	473
10	36.5	45.2	0.02	0.21	8.8	8.8	0.43	0.57	9.1	9.8	483	315
11	35.3	36.5	0.01	0.02	8.4	9.1	0.34	0.43	9.4	10.0	259	483
12	33.4	35.0	0.08	0.01	7.9	8.6	0.31	0.33	9.5	10.1	102	252
13	33.4	32.5	0.37	0.21	7.8	8.1	0.31	0.30	10.5	10.0	100	102
14	33.2	32.9	0.02	0.37	7.7	7.9	0.32	0.31	10.6	11.3	156	100
15	33.5	32.8	0.01	0.02	8.5	7.8	0.35	0.32	10.4	11.1	498	185
16	33.8	33.3	0.02	0.01	10.4	8.8	0.25	0.37	7.8	10.7	500	498
17	33.5	33.9	0.03	0.02	9.9	10.4	0.24	0.23	7.8	7.4	500	500
18	33.7	33.3	0.02	0.04	10.0	9.7	0.21	0.22	7.5	7.5	500	500
19	33.9	33.6	0.01	0.02	10.2	9.9	0.21	0.19	7.3	7.3	500	500
20	34.0	33.9	0.02	0.01	10.3	10.2	0.17	0.19	7.1	7.1	500	500
		34.0		0.02		10.4		0.16		6.9		500

t	RMAX		INF MIN		INF MAX		K		KSUP		KSUB	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)

12	0.24	-	0.17	-	1.20	-	0.64	-	8.3	-	165	-
13	0.26	-	0.20	-	1.31	-	0.68	-	9.1	-	123	-
14	0.20	0.29	0.99	0.24	1.20	1.45	0.68	0.68	10.1	10.0	141	123
15	0.00	0.16	1.00	0.99	1.01	1.10	0.70	0.67	15.0	11.3	100	163
16	0.00	0.00	0.83	1.00	1.01	1.01	0.70	0.70	14.0	15.0	100	115
17	0.90	0.00	0.36	0.81	1.30	1.01	0.70	0.70	10.0	13.8	115	115
18	0.48	16.0	0.30	0.33	1.35	1.34	0.65	0.70	8.4	9.7	134	132
19	0.47	0.27	0.23	0.27	1.39	1.39	0.65	0.64	8.4	7.9	366	155
20	0.37	0.32	0.25	0.19	1.54	1.43	0.65	0.65	8.3	8.0	492	457
21	0.48	0.26	0.29	0.23	1.70	1.62	0.57	0.65	8.0	8.1	500	492
22	0.60	0.42	0.38	0.29	1.78	1.81	0.63	0.56	7.9	7.7	500	500
23	1.15	0.63	0.69	0.43	1.67	1.88	0.60	0.62	5.8	7.6	423	500
24	1.15	1.72	0.69	0.69	1.67	1.71	0.60	0.59	5.8	5.4	424	397
25	1.15	1.32	0.69	0.69	1.67	1.69	0.60	0.59	5.8	5.4	424	404
26	1.15	1.25	0.69	0.69	1.67	1.68	0.60	0.59	5.8	5.5	424	408
		1.21		0.69		1.68		0.59		5.6		414

30	0.01	-	0.04	-	1.20	-	0.55	-	8.24	-	110	-
31	0.00	-	0.04	-	1.32	-	0.61	-	8.20	-	100	-
32	0.00	0.00	0.04	0.04	1.32	1.45	0.61	0.67	8.20	8.15	100	100
33	0.06	0.00	0.05	0.04	1.79	1.32	0.56	0.61	4.31	8.20	103	100
34	0.15	0.06	0.05	0.05	1.70	1.79	0.55	0.56	4.54	4.31	100	103
35	0.04	0.18	0.04	0.05	1.78	1.70	0.55	0.55	4.88	4.54	100	100
36	0.05	0.04	0.05	0.04	1.82	1.78	0.60	0.55	4.87	4.89	100	100
37	0.20	0.05	0.11	0.05	1.64	1.83	0.61	0.61	3.97	4.88	148	100
38	0.22	0.23	0.12	0.12	1.71	1.60	0.64	0.62	3.57	3.80	214	148
39	0.22	0.25	0.12	0.13	1.70	1.69	0.64	0.66	3.85	3.35	143	215
40	0.22	0.23	0.11	0.12	1.70	1.69	0.63	0.65	4.23	3.80	104	138
41	0.12	0.23	0.10	0.11	1.68	1.69	0.59	0.63	4.60	4.32	100	104
42	0.06	0.10	0.08	0.09	1.59	1.66	0.56	0.58	5.05	4.83	100	100
43	0.00	0.04	0.07	0.07	1.62	1.56	0.55	0.54	5.31	5.40	100	100
44	0.00	0.00	0.04	0.06	1.56	1.61	0.49	0.54	5.82	5.63	100	100
		0.00		0.03		1.54		0.46		6.25		100

18	0.00	-	0.20	-	1.01	-	0.70	-	7.78	-	116	-
19	0.00	-	0.31	-	1.01	-	0.70	-	6.36	-	121	-
20	0.00	0.00	0.37	0.49	1.01	1.01	0.70	0.70	4.94	5.20	122	126
21	0.00	0.00	0.39	0.44	1.01	1.01	0.70	0.70	4.79	3.83	102	123
22	0.00	0.00	0.41	0.46	1.01	1.01	0.70	0.70	3.45	3.72	100	103
23	0.00	0.00	0.43	0.48	1.01	1.01	0.70	0.70	3.31	2.68	100	100
24	0.00	0.00	0.49	0.47	1.01	1.01	0.70	0.70	2.79	2.58	100	100
25	0.00	0.00	0.49	0.55	1.01	1.01	0.70	0.70	2.88	2.18	107	100
26	0.00	0.00	0.49	0.53	1.01	1.01	0.70	0.70	2.69	2.41	112	110
27	0.00	0.00	0.49	0.53	1.01	1.01	0.70	0.70	2.69	2.34	112	116
28	0.00	0.00	0.45	0.51	1.01	1.01	0.70	0.70	3.60	2.47	108	114
29	0.00	0.00	0.42	0.44	1.01	1.01	0.70	0.70	3.98	3.82	113	109
30	0.00	0.00	0.42	0.41	1.01	1.01	0.70	0.70	4.32	4.32	108	115
31	0.00	0.00	0.41	0.41	1.01	1.01	0.70	0.70	4.63	4.69	109	108
32	0.00	0.00	0.42	0.40	1.01	1.01	0.70	0.70	4.67	4.99	101	109
		0.00		0.41		1.01		0.70		4.93		101

Observação geral das tabelas 02 a 07 :

(1) - CALIBRACAO ADAPTATIVA (2) - FILTRO DE KALMAN

Tabelas 08 a 13 - Cheias 01,02,04,10,17 e 22  
 Erro Padrão dos Métodos de Previsão (m3/s)

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	8.6	9.6	26.1	17.2	42.4	37.1	44.6	44.9	32.8	38.9
RECESSAO	1.2	1.2	1.9	2.6	2.6	8.4	3.2	5.4	3.3	5.0

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	1.0	1.1	3.1	0.6	5.8	3.4	6.9	5.0	5.2	3.6
RECESSAO	0.2	0.4	0.3	0.7	0.3	0.8	0.2	0.7	0.1	0.5

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	2.1	2.9	6.3	5.1	10.5	7.4	10.7	6.0	9.1	5.3
RECESSAO	0.8	0.6	1.0	0.9	1.3	1.4	1.5	1.7	1.6	1.9

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	0.4	1.0	1.2	1.1	1.9	1.8	1.8	1.9	1.3	2.3
RECESSAO	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.5	0.3	0.5	0.2	0.2

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	2.5	0.1	0.1	0.1	0.3
RECESSAO	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.2

TIPO DE REGIME	LAG 1		LAG 2		LAG 3		LAG 4		LAG 5	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
ASCENCAO	0.01	0.03	0.01	0.10	0.01	0.02	0.02	0.12	0.04	0.19
RECESSAO	0.02	0.02	0.05	0.06	0.10	0.11	0.14	0.14	0.17	0.18

Observação geral das tabelas 08 a 13 :

- (1) - PREVISAO UTILIZANDO CALIBRACAO ADAPTATIVA
- (2) - PREVISAO UTILIZANDO FILTRO DE KALMAN