

UM MODELO DE DESAGREGAÇÃO PARA GERAÇÃO DE
PRECIPITAÇÃO EM SUB-BACIAS

A DISAGGREGATION MODEL FOR PRECIPITATION
GENERATION FOR SUB-BASINS

FERNANDA DA S.COSTA, JORGE M. DAMÁZIO e JERSON KELMAN
Pesquisadores

Centro de Pesquisa de Energia Elétrica - CEPTEL

Caixa Postal 2754

20001 - Rio de Janeiro - RJ

RESUMO - - A modelagem estocástica da precipitação em uma bacia é do interesse dos projetistas de vertedores de grandes barragens. Para estes tem maior relevância a caracterização deste processo principalmente em termos das chuvas causadoras de vazões extremas afluentes ao local da obra. Nos casos em que a cheia de interesse tenha origem na contribuição global da bacia deve-se adotar uma estratégia de modelagem de duas fases, partindo-se do processo precipitação total na bacia para, por desagregação, obter precipitações por sub-bacias. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de desagregação para geração de precipitações diárias em sub-bacias com ênfase nos períodos de grandes quantidades de chuvas. Apresenta-se uma aplicação na bacia do Paraíba do Sul.

ABSTRACT - - Basin precipitation stochastic models are important for spillways designers. For these, more relevance should be given to the characterization of the storms that cause extreme inflows to the project. In cases where the important floods are caused by global basin contributions a two phase model building strategy should be used. Starting from total basin precipitation modelling, sub-basins precipitations are obtained by disaggregation. This paper presents a disaggregation model and are application for the Paraíba do Sul basin.

INTRODUÇÃO

A precipitação numa bacia pode ser vista como um processo estocástico no tempo e no espaço. Ao projetista de vertedores, interessa a caracterização deste processo principalmente em termos das grandes chuvas causadoras de vazões extremas afluentes ao local da obra. Uma vez modelado o processo, fica o projetista em condições de produzir milhares de precipitações sintéticas, todas elas hipotéticas. Com este recurso e de posse de um modelo chuva-vazão pode-se examinar o desempenho do vertedor proposto sob uma gama variada de situações o que permite inclusive a estimativa da probabilidade de falha da estrutura. O processo descrito não é utilizado com frequência devido a falta de códigos computacionais rápidos e de fácil utilização. Recentemente, o CEPEL produziu um pacote computacional chamado RAFAI (Costa, F.S. et al. 1988) para a geração multivariada de precipitações pontuais tendo como base a modelagem apresentada em Kelman et al, 1985.

Nesta modelagem, Kelman et al, adotam uma extensão multivariada de modelos pontuais, através da consideração simultânea dos dados de várias estações pluviométricas preservando-se a sua estrutura de co-variâncias. Nesta abordagem, o processo global, expresso por exemplo no total precipitado na área da bacia, não é estudado explicitamente, podendo somente ser motivo de validação à posteriori. Nos casos em que a cheias de interesse tenham origem na contribuição global da bacia, esta abordagem apresenta limitações sendo preferível a estratégia de duas fases, partindo-se da modelagem do processo estocástico precipitação total na bacia para, por desagregação, obter as precipitações pontuais (Bras et al. 1985). Note que o próprio modelo RAFAI pode ser usado na 1ª fase.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de desagregação para geração de precipitações diárias em sub-bacias com ênfase nos períodos de grande quantidade de chuvas. O desenvolvimento do modelo baseou-se, na análise de séries diárias de totais precipitados em 3 subáreas, de um quadrado de 7500 km² cujo centro de gravidade corresponde ao pluviômetro de Anta (código DNAEE: 2242028), no município de Sapucaia, Rio de Janeiro (figura 1). Os totais precipitados foram calculados pelo método de Thiessen a partir dos dados de 11 pluviômetros para 24 estações chuvosas (período entre 1º de outubro a 30 de abril) entre 1944 e 1982 (dados de estações chuvosas com falhas nos registros foram abandonados). Para levar em conta a sazonalidade a estação chuvosa foi dividida em 5 períodos (outubro-novembro, dezembro-janeiro, fevereiro, março e abril).

DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Seja $X(t)$ a precipitação total no quadrado no dia t , $t=1, 2, \dots$. Como o modelo aqui desenvolvido tem um interesse maior nas grandes chuvas, define-se como "dia molhado" os dias em que a precipitação total é superior a um nível de truncamento μ , reservando-se a denominação "dia seco" para os outros dias. Adotou-se para μ o valor de 7,24 mm que tem uma permanência de 75%.

A primeira etapa do modelo constitui-se em definir um processo estocástico para a ocorrência de dias secos e de dias molhados. O maior interesse consiste em ajustar distribuições de probabilidades para as variáveis aleatórias L_0 e L_1 , respectivamente duração dos intervalos de dias secos e duração dos intervalos de dias molhados; sendo em geral razoável supor que as durações dos intervalos sucessivos sejam independentes (Roldan et al. 1982). Diversas distribuições de probabilidades tem sido propostas para modelagem de L_0 e L_1 . Uma alternativa é considerar o processo dia seco - dia molhado como uma cadeia de Markov e neste caso as distribuições de L_0 e L_1 são dadas pela distribuição geométrica. No entanto, nesta distribuição o valor esperado é igual ao desvio padrão o que nem sempre é confirmado pelos dados. Brushand et al, 1977, 1978, propuseram o uso da distribuição binominal negativa truncada, apesar de Bras, 1958, apontar que as estimativas de seus parâmetros pelo método dos momentos comumente conduzem a valores não admissíveis. O modelo aqui proposto adota a distribuição beta-binomial dada por:

$$P[L_k = m] = \binom{n_k}{m+1} \frac{\Gamma(\alpha_k + \beta_k)}{\Gamma(\alpha_k) \Gamma(\beta_k)} \cdot \frac{\Gamma(m+1+\alpha_k)}{\Gamma(n_k + \alpha_k + \beta_k)} \frac{\Gamma(n_k + \beta_k - m - 1)}{\Gamma(\beta_k)} \quad (1)$$

$m = 1, 2, \dots, n_k$; n_k inteiro não negativo, α_k e $\beta_k > 0$, $k = 0, 1$

Para ajuste, adotou-se n_k igual ao dobro da maior duração histórica correspondente ($n_0 = 2$ vezes a duração do maior intervalo de dias secos e $n_1 = 2$ vezes a duração do maior intervalo de dias molhados) e estimou-se α_k e β_k pelo método dos momentos usando:

$$\alpha_k = \frac{n_k \cdot (\bar{t}_k)^2 - (\bar{t}_k)^3 - s_k^2 \bar{t}_k}{s_k^2 \cdot n_k - n_k \bar{t}_k + (\bar{t}_k)^2} \quad (2)$$

$$\beta_k = \frac{(n_k - \bar{t}_k) \alpha_k}{\bar{t}_k} \quad (3)$$

onde \bar{t}_k e s_k são a média e o desvio-padrão amostral das durações do histórico.

Para cada um dos 5 períodos ajustou-se a distribuição beta-binomial para a duração dos intervalos secos e molhados e utilizou-se a estatística do teste Kolmogorov-Smirnov como medida de ajuste. Para todos os casos obteve-se um bom ajuste.

Obtidos os valores de n_k , α_k e β_k , $k = 0, 1$; pode-se facilmente gerar alternadamente durações de intervalos molhados e secos, criando-se uma sequência sintética da forma $t_{k,j}$, $j = 1, 2, \dots$ onde o índice k assume alternadamente os valores 0 e 1 indicando se o intervalo j é seco ou molhado. Obtida esta sequência sintética é preciso definir para cada intervalo j as precipitações totais em cada um dos seus $t_{k,j}$ dias. Se o índice k indicar que o intervalo j é um intervalo seco ($k = 0$) optou-se por uma forma simplificada sorteando-se um intervalo histórico seco de mesma duração. Pode acontecer que a duração sintética nunca tenha acontecido no histórico e neste caso faz-se uma composição de eventos históricos.

Suponha agora que o índice k do intervalo j indique intervalo molhado ($k = 1$). Neste caso existem basicamente duas abordagens: ou parte-se para a análise e modelagem do processo estocástico de precipitações diárias dentro do intervalo molhado estudando a distribuição de $X(t)$, dado $X(t) > \mu$ e a estrutura de correlação temporal (Rodan e Woolhiser, 1982a); ou estuda-se a v.a. volume total precipitado durante o intervalo (assumindo-se usualmente a independência entre valores consecutivos), montando-se a seguir um esquema de desagregação deste volume total em valores diários (Bras et al. 1985). O modelo aqui apresentado adota a segunda abordagem, analisando preliminarmente a v.a. I , intensidade de precipitação durante o intervalo, dada pela razão entre o volume total precipitado e a duração do intervalo, descontando-se a intensidade mínima μ . Procura-se assim obter uma única distribuição válida para qualquer duração do intervalo tendo-se usado para este fim a distribuição gama. No entanto, é preciso levar em conta a variabilidade das distribuições $f_1(i)$ para intervalos de

durações muito diferentes, principalmente no tocante à assimetria, já que pelo teorema do limite central (Mood et al. 1963) para grandes durações teríamos assimetrias nulas. Esta variabilidade pode ser considerada através de uma família de distribuições gama, com diferentes coeficientes de variação obtidos numa função da duração do intervalo, $cv(t_i)$, ajustada empiricamente. Como na distribuição gama a assimetria é dada pelo dobro do coeficiente de variação, uma flutuação deste último implica numa proporcional flutuação da assimetria.

As figuras 1 e 2 comparam, para o período dezembro-janeiro, valores amostrais de média e coeficiente de variação de I para diversas durações de intervalo com valores adotados na modelagem. O ajuste de cada distribuição gama correspondente a cada período e duração foi medido através do teste de Kolmogorov-Smirnov, obtendo-se para todos os casos um bom ajuste.

A terceira etapa do modelo consiste em desagregar temporalmente o volume total precipitado em cada intervalo molhado de forma a obter os valores de cada dia. Adotou-se para isto uma abordagem baseada na curva de massa padronizada. Considere um intervalo molhado qualquer, cuja sequência diária de precipitações totais na bacia é dada por $x(t)$, $t = t_0, t_0+1, \dots, t_0+t_1-1$ onde t_0 é o dia em que o intervalo começa e t_1 é a sua duração em dias.

Vamos supor $\ell_1 > 1$, já que para intervalos de 1 dia não existe a necessidade de desagregação temporal.

Seja a sequência diária de precipitações totais excedentes deste intervalo, definida por:

$$x'(t) = x(t) - \mu, \quad t = t_1, \dots, t_1 + \ell_1 - 1 \quad (4)$$

A série de massa excedente padronizada $\chi(\alpha)$ neste intervalo é dada por:

$$\chi(\alpha) = \frac{\sum_{t=t_1}^{t=\alpha \ell_1 + t_1 - 1} x'(t)}{v_1}, \quad \alpha = \frac{1}{\ell_1}, \frac{2}{\ell_1}, \dots, 1 \quad (5)$$

onde v_1 é o volume total precipitado no intervalo descontando-se o valor mínimo $\ell_1 \mu$ (note que $\chi(1) = 1$). A série de massa obtida em (5) para valores discretos de α pode ser usada para definir uma curva de massa definida no segmento contínuo $\alpha \in [0,1]$ convencionando-se $\chi(0) = 0$ e obtendo-se $\chi(\alpha)$ para qualquer α por interpolação linear dos valores em (5). A variabilidade da curva de massa de um intervalo molhado é estudada através de duas cadeias markovianas onde o estágio é definido pelo valor de α e o estado pelo valor de χ . As tabelas 1 e 2 descrevem as duas cadeias onde pode-se notar que o estágio inicial das duas são coincidentes e dados por $\alpha = 0,5$, Bras et al. (1985) já utilizaram esquema semelhante.

ESTÁGIO		
1 $\alpha = 0,50$	2 $\alpha = 0,25$	3 $\alpha = 0,00$
$0 < \chi \leq 20$	$0 < \chi \leq 20$	$\chi = 0$
$20 < \chi \leq 40$	$20 < \chi \leq 40$	
$40 < \chi \leq 60$	$40 < \chi \leq 60$	
$60 < \chi \leq 80$	$60 < \chi \leq 80$	
$80 < \chi \leq 100$	$80 < \chi \leq 100$	

Tabela 1: Estados Viáveis para cada estágio da Cadeia de Markov 1.

ESTÁGIO		
1 $\alpha = 0,50$	2 $\alpha = 0,75$	3 $\alpha = 1,00$
$0 < \chi \leq 20$	$0 < \chi \leq 20$	$\chi = 100$
$20 < \chi \leq 40$	$20 < \chi \leq 40$	
$40 < \chi \leq 60$	$40 < \chi \leq 60$	
$60 < \chi \leq 80$	$60 < \chi \leq 80$	
$80 < \chi \leq 100$	$80 < \chi \leq 100$	

Tabela 2: Estados Viáveis para cada estágio da Cadeia de Markov 2

Para a distribuição de probabilidades do estado no estágio inicial, utiliza-se a distribuição empírica de frequências históricas. Como exemplo, a tabela 3 apresenta esta distribuição para o período dezembro-janeiro

$\chi(0,5)$ (%)	Probabilidade	Probabilidade Acumulada
0 - 20	0,081	0,081
20 - 40	0,236	0,317
40 - 60	0,317	0,634
60 - 80	0,286	0,919
80 - 100	0,081	1,000

Tabela 3 - Distribuição de $\chi(0,5)$ para o período dezembro-janeiro

Conhecido o estado inicial, as duas cadeias evoluem independentemente para o estágio 2 através de matrizes de transição cujas probabilidades são estimadas pelas frequências históricas (ver tabelas 4 e 5). A evolução para o estágio 3 nas duas cadeias é imediata já que nos dois casos só existe um estado viável. Com este esquema, obtém-se para cada intervalo molhado uma sequência de valores $\chi(0)$, $\chi(0,25)$, $\chi(0,75)$ e $\chi(1)$. Por interpolação pode-se estimar $\chi(1/\ell_1)$, ... $\chi(1)$ e desagregar v_1 .

$\chi(0,5)$	$\chi(0,25)$				
	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
0 - 20	1,00	-	-	-	-
20 - 40	0,808	0,192	-	-	-
40 - 60	0,390	0,537	0,073	-	-
60 - 80	0,182	0,485	0,273	0,060	-
80 - 100	0,334	0,000	0,333	0,333	0,000

Tabela 4 - Matriz de transição para a Cadeia de Markov 1. Período dezembro-janeiro

$\chi(0,5)$	$\chi(0,75)$				
	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
0 - 20	0,000	0,000	0,667	0,333	0,000
20 - 40	-	0,000	0,462	0,462	0,076
40 - 60	-	-	0,049	0,341	0,610
60 - 80	-	-	-	0,030	0,970
80 - 100	-	-	-	-	1,000

Tabela 5 - Matriz de transição para a Cadeia de Markov 2. Período dezembro-janeiro

A quarta e última etapa do modelo consiste em a cada dia desagregar espacialmente o volume total precipitado no quadrado em volumes precipitados por sub-área. Adotou-se uma abordagem essencialmente empírica, através da definição para cada dia t do vetor $Z(t)$ de dimensão igual ao número de sub-áreas e cujo elemento $z_i(t)$ corresponde a razão entre os totais precipitados na sub-área i e no quadrado. Com o histórico disponível obteve-se uma coleção de vetores $Z(t)$. Análises dos dois primeiros momentos dos elementos de $Z(t)$ constatarem não haver efeitos de sazonalidade. Por outro lado, constatou-se que o volume total precipitado no quadrado exerce influência significativa. Optou-se então por classificar os vetores históricos disponíveis em cinco classes. Os vetores correspondentes a dias com

volume total precipitado no quadrado menor que μ formaram uma única classe, e os outros vetores foram agrupados em quatro classes com o mesmo número de elementos definidas de acordo com os quantis de 25%, 50% e 75% do volume total precipitado no quadrado. O processo de desagregação do modelo consiste então em: para cada dia t definido o valor da precipitação total no quadrado, conhece-se a classe de onde deve ser sorteado aleatoriamente um vetor $Z(t)$.

COMPORTAMENTO DO MODELO

Para análise do comportamento do modelo foram gerados 1000 estações chuvosas cujas principais características foram comparadas com as do registro histórico. As tabelas 6 e 7 respectivamente referentes à precipitação total do quadrado e à precipitação na sub-área 1 apresentam esta comparação para as séries originais e para séries transformadas por médias móveis de 2, 3 e 5 dias. Estas tabelas apresentam para cada estatística a frequência com que esta é superior à amostral quando se subdivide a série sintética em diversas séries com o mesmo comprimento da história. As tabelas também apresentam o valor da estatística χ^2 obtida assumindo-se a distribuição de frequência dos máximos anuais gerados como população e calculada considerando-se cinco classes.

No caso das séries pode-se notar o bom ajuste tanto para a média quanto para o desvio-padrão indicando que as séries geradas apresentam o mesmo comportamento que as séries históricas tanto em termos de valores centrais quanto de variabilidade mesmo considerando diferentes intervalos de integração. O efeito que o intervalo de integração tem na variabilidade do processo é de grande importância na definição das características dos eventos extremos gerado pelo processo, o que enfatiza a importância do bom ajuste na relação desvio-padrão \times intervalo de integração.

Em relação às estatísticas relacionadas com os máximos anuais, tanto em termos de momentos (colunas 5 e 6), recorde (7ª coluna) e estatística χ^2 , os resultados mostraram em geral um bom resultado.

Intervalo Integração (dias)		Média (mm)	Desvio Padrão (mm)	Média Máximos (mm)	Des.Pad. Máximos (mm)	Recorde (mm)	χ^2
1	Hist	5,40	8,70	49,68	10,71	70,80	3,92
	Sint	5,21	8,32	47,81	12,59	136,40	
	P(S>H)	0,22	0,05	0,22	0,63	0,73	
2	Hist	5,39	7,28	36,73	7,33	52,50	3,92
	Sint	5,18	6,98	36,75	8,67	78,60	
	P(S>H)	0,17	0,07	0,44	0,73	0,73	
3	Hist	5,40	6,48	31,17	7,12	48,20	0,17
	Sint	5,17	6,26	30,64	6,93	58,00	
	P(S>H)	0,17	0,12	0,29	0,39	0,51	
5	Hist	5,43	5,50	24,85	6,49	41,10	4,75
	Sint	5,18	5,37	24,00	5,22	44,10	
	P(S>H)	0,15	0,17	0,17	0,05	0,07	

Tabela 6 – Estatísticas da Série Histórica e da Série Gerada de Precipitação na Bacia

Intervalo Integração (dias)		Média (mm)	Desvio Padrão (mm)	Média Máximos (mm)	Des.Pad. Máximos (mm)	Recorde (mm)	χ^2
1	Hist	5,29	9,74	59,71	13,93	84,80	2,69
	Sint	5,21	9,68	60,62	17,64	166,20	
	P(S>H)	0,36	0,45	0,58	0,84	0,94	
2	Hist	5,28	7,94	44,30	10,53	67,20	4,56
	Sint	5,18	7,78	42,64	10,23	95,80	
	P(S>H)	0,29	0,26	0,16	0,55	0,65	
3	Hist	5,28	6,98	36,58	9,30	59,30	9,88
	Sint	5,17	6,84	34,47	8,30	69,90	
	P(S>H)	0,26	0,29	0,10	0,19	0,16	
5	Hist	5,31	5,83	27,12	7,73	48,20	3,63
	Sint	5,18	5,78	26,39	6,14	54,80	
	P(S>H)	0,26	0,32	0,19	0,07	0,10	

Tabela 7 – Estatísticas da Série Histórica e da Série Gerada de Precipitação na Sub-Área 1

CONCLUSÕES

Foi apresentado o desenvolvimento de um modelo de desagregação para geração de precipitações diárias em sub-bacias com ênfase nos períodos de grande quantidade de chuva.

A modelagem proposta foi desenvolvida tomando como base séries diárias de totais precipitados numa região arbitrária de 7500 km² localizada dentro da bacia do Rio Paraíba do Sul. Os resultados mostraram que a modelagem aqui proposta consegue reproduzir a variabilidade apresentada pelos registros tanto para o intervalo básico de 1 dia como para intervalos de integração até cinco dias. O modelo consegue também reproduzir ocorrência dos eventos extremos para estes intervalos de integração. Este modelo é portanto uma boa alternativa para estudos de avaliação de potencial de cheias em bacias hidrográficas.

REFERÊNCIAS

- Bras, R.L.; Gaboury, D.R.; Grossman, D.S. e Vicens, G.J.; Spatially Varying Rainfall and Floodrisk Analysis, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. III, nº 5, 754-773, 1985.
- Brass, W., Simplified Methods of Fitting the Truncated Negative Binomial Distribution, Biometrika, 45, 59-68, 1958.
- Brushand, T.A.; Stochastic Modeling of Daily Rainfall Sequences, Meded. Landbouwhoges. Wageningen, 773, 1977.
- Brushand, T.A., Some Remarks on the use of Daily Rainfall Models, J. Hydrol, 36, 295-308, 1978.
- Costa, F. da Serra; Kelman, J.; Damázio, J.M.; Geração Multivariada de Precipitações diárias – Modelo RAFA1. Manual do Usuário, Relatório Técnico nº 522/88, CEPTEL, Rio de Janeiro, 1988.
- Kelman, J.; Costa, J.P. da; Damázio, J.M e Dias, N.L.C.; Geração Multivariada de Precipitações Extremas, VI Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, anais 1, pg. 178-188, 1985.
- Mood, M.A., Graybill, F.A., Boes, D.C. Introduction to the Theory of Statistics, Mc Graw Hill, New York, 1963.
- Roldan, J.; Woolhiser, D.A.; Stochastic Daily Precipitation Models 1. A Comparison of Occurrence Processes, Water Resources Research, Vol. 18, nº 5. 1451-1459, October, 1982.

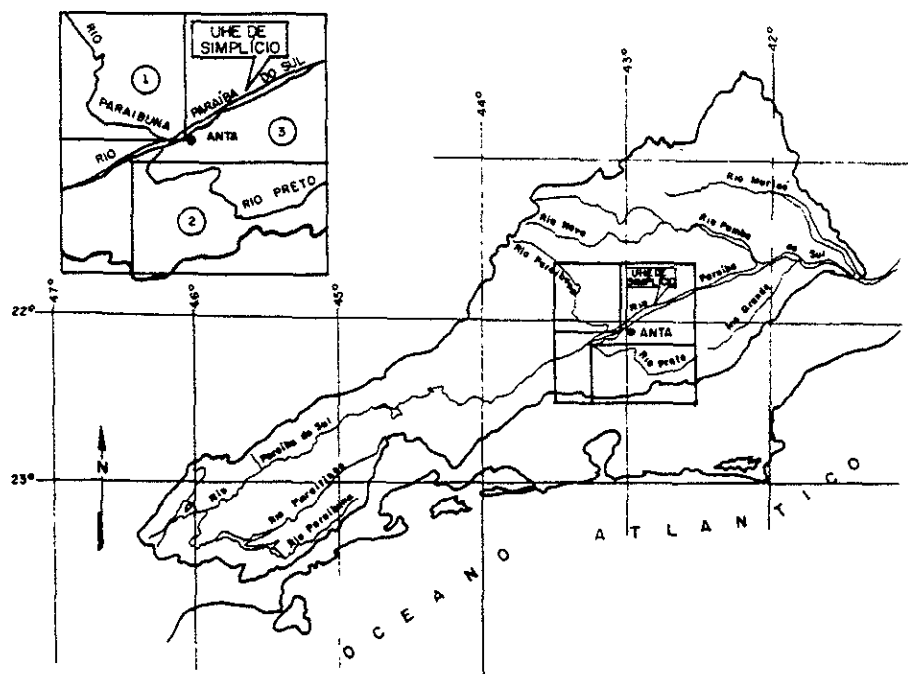


FIGURA 1 - ÁREA E SUB-ÁREAS UTILIZADAS NO DESENVOLVIMENTO DO MODELO

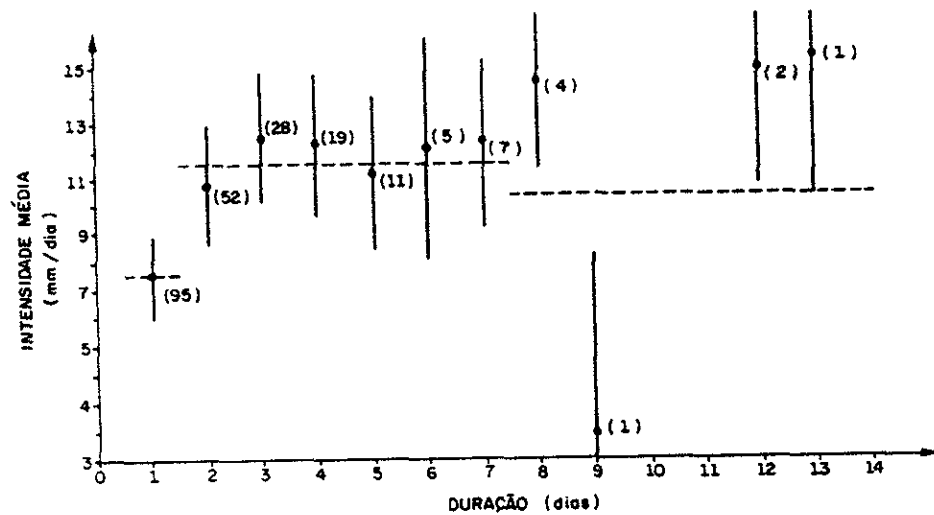


FIGURA 2 - ESTIMATIVAS PARA A INTENSIDADE MÉDIA. ENTRE PARENTESIS O NÚMERO DE OBSERVAÇÕES. EM TRACEJADO A CURVA AJUSTADA

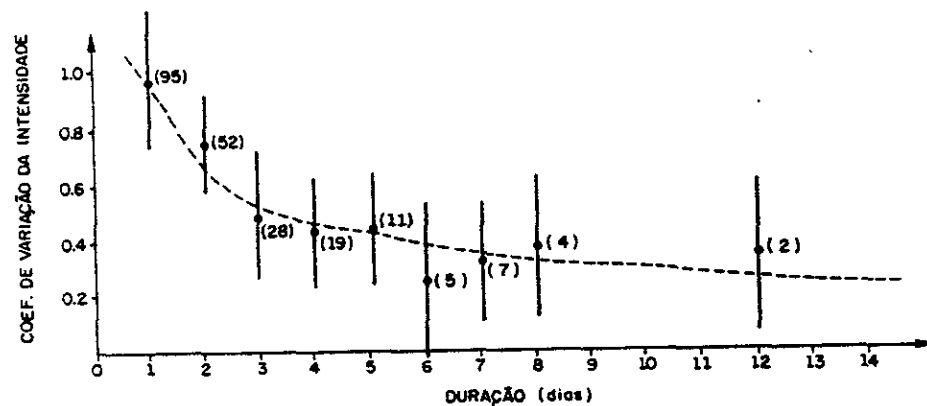


FIGURA 3 - ESTIMATIVAS PARA O COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DA INTENSIDADE MÉDIA. ENTRE PARENTESIS O NÚMERO DE OBSERVAÇÕES. EM TRACEJADO A CURVA AJUSTADA