

GRUPO X
OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS (GOP)

COORDENAÇÃO HIDRO-TÉRMICA BASEADA EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA AMOSTRAL

Maria Elvira P. Maceira Jerson Kelman
CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

1.0 INTRODUÇÃO

A política de operação a longo prazo de um sistema hidrotérmico de geração tem como objetivo definir, a cada mês do horizonte de planejamento, uma estratégia de operação para as unidades térmicas e hidroelétricas. Esta estratégia é calculada minimizando-se o custo esperado de operação, composto do custo de combustível das unidades térmicas geradoras e de penalidades pelo não atendimento da demanda de energia.

As estratégias de operação dos sistemas hidrotérmicos brasileiros são obtidas atualmente por um modelo baseado na Programação Dinâmica Estocástica – PDE [1]. Trata-se de um algoritmo recursivo que fornece a decisão ótima de operação a cada estágio (mês) em um processo multi-estágios. O horizonte de planejamento é dividido em T estágios e o estado do sistema é representado pelo armazenamento de cada reservatório e uma variável de estado representativa da tendência hidrológica do sistema, que capte a dependência temporal entre as afluições mensais. Isto significa que a estratégia de operação deve ser calculada para todas as possíveis combinações entre níveis de reservatórios e tendência hidrológica. Em sistemas com diversos reservatórios, por exemplo, o sistema brasileiro, o crescimento exponencial do número de combinações inviabiliza computacionalmente considerar todos os reservatórios simultaneamente. Uma solução para este problema é usar uma representação agregada do conjunto de reservatórios componentes do sistema, dada por um único reservatório e conhecida como representação por "reservatório equivalente". Dessa forma o sistema hidroelétrico é representado por um reservatório de energia que a cada intervalo de tempo sofre um deplecionamento correspondente à energia total gerada pelo sistema hidroelétrico e um re-enchimento dado pela energia correspondente às afluições hídricas no mesmo intervalo de tempo. Esta simplificação matemática é razoavelmente precisa se os reservatórios possuem uma grande capacidade de regularização, se a correlação espacial entre as afluições incrementais aos diversos reservatórios é alta e se a região é eletricamente interligada, isto é, a demanda pode ser atendida por qualquer unidade geradora [2].

No caso de duas ou mais regiões hidrológicamente distintas e eletricamente interligadas, porém com limites na quantidade de energia transferida de uma região para outra, a representação por um único reservatório equivalente não é mais uma boa aproximação. Seria necessário resolver um problema de programação dinâmica estocástica com no mínimo 2n variáveis de estado (armazenamento do reservatório equivalente e tendência hidrológica para cada uma das n regiões). Diversos métodos têm sido propostos a fim de aproximar a solução deste problema e podem ser classificados em [2]:

a) algoritmo de programação dinâmica por aproximações

sucessivas;

b) algoritmo de agregação-decomposição.

Neste trabalho sugere-se uma nova técnica pertencente a classe (a), baseada no uso da Programação Dinâmica Estocástica Amostral – PDEA [3]. Este algoritmo não requer hipóteses sobre o processo estocástico de afluições, trabalhando diretamente com um grande número de cenários hidrológicos, observados ou gerados sinteticamente pelo melhor modelo estocástico disponível.

A regra de operação é calculada através de um processo iterativo. Em cada iteração, o algoritmo PDEA é aplicado separadamente a cada uma das regiões (modo otimização) e uma simulação é aplicada a todas as regiões simultaneamente (modo simulação). A energia gerada no modo simulação, para cada região, depende do custo marginal de operação de cada região, obtido no modo otimização da iteração anterior. O intercâmbio de energia resultante, em cada mês da simulação, e para cada cenário hidrológico é usado para corrigir a demanda de energia de cada região no modo otimização da próxima iteração.

A metodologia é testada para um caso com duas regiões (Regiões Sul e Sudeste do Brasil) face a solução correta, obtida resolvendo-se o algoritmo PDEA com quatro variáveis de estado.

2.0 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA AMOSTRAL

O algoritmo Programação Dinâmica Estocástica é utilizado para identificar a política de operação de um reservatório que minimiza o valor esperado do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento. A política ótima é determinada pela solução da equação recursiva, para $t = T, T-1, \dots, 2, 1$:

$$f_t(S_t, H_t) = \min_{R_t^*} \left\{ E_{A_t | H_t} \left[C(Y_t) + \alpha f_{t+1}(S_{t+1}, H_{t+1}) \right] \right\} \quad (1)$$

sujeito a:

$$S_{t+1} = \max \{ S_{\min}, \min (S_{\max}, S_t + A_t - R_t) \} \quad (2)$$

$$R_t = S_t + A_t - S_{t+1} \quad (3)$$

$$Y_t = \max (0, D_t - R_t) \quad (4)$$

onde:

$f_t(S_t, H_t)$ é o custo esperado de operação do intervalo (t, T) , dado que no estágio (t) o par de estados é (S_t, H_t) e sob a hipótese de operação ótima.

S_t é o armazenamento no início do estágio (t) .

H_t é a variável de estado hidrológica representativa da persistência das afluições.

A_t é a energia afluyente ao reservatório equivalente durante o intervalo de tempo $(t, t+1)$.

R_t^* é a meta de defluência do reservatório no estágio (t) .

$E [\cdot]$
 $A_t | H_t$ representa o valor esperado do custo de operação, que depende da variável aleatória A_t condicionada ao valor de H_t .

$C(Y_t)$ é o custo de operação associado a decisão R_t no estágio (t) .

Y_t é a energia gerada pelas usinas térmicas mais a energia não atendida (cortada) durante o intervalo de tempo $(t, t+1)$. É função de R_t, S_t, S_{t+1} e H_t .

α é o fator de desconto.

S_{min}, S_{max} representa os limites inferior e superior do reservatório equivalente, respectivamente.

D_t é a demanda de energia durante o intervalo de tempo $(t, t+1)$.

$A_t(i)$ é a energia afluyente ao reservatório equivalente durante o estágio (t) , associada ao i -ésimo cenário hidrológico.

R_t^* é a meta de defluência do reservatório no estágio (t) associado ao par de variáveis de estado $S_t(k)$ e $\hat{A}_t(l)$.

R_t é a defluência real do reservatório.
 $R_t = S_t(k) + A_t(i) - S_{t+1}$

$f_t(S_t, \hat{A}_t(l), i)$ é o custo de operação de (t) a (T) , associado ao par de variáveis de estado $S_t(k), \hat{A}_t(l)$ e ao i -ésimo cenário hidrológico.

$p_t(i | \hat{A}_t(l))$ é a probabilidade de ocorrência do i -ésimo cenário hidrológico condicionada a previsão da energia afluyente ao reservatório do estágio (t) ao estágio (T) .

T é o último mês do ano hidrológico.

$p_t(\hat{A}_{t+1}(v) | \hat{A}_t(v), A_t(i))$ é a probabilidade da previsão $\hat{A}_{t+1}(v)$ obtida no início do estágio $(t+1)$ condicionada a energia afluyente ao reservatório equivalente durante o estágio (t) e a previsão $\hat{A}_t(l)$.

Maceira [5] e Kelman et alii [3] fornecem detalhes sobre o cálculo de $p_t(i | A_t(l))$ e $p_t(\hat{A}_{t+1}(v) | \hat{A}_t(l), A_t(i))$. Obtida a meta de defluência, R_t^* , a função custo futuro de operação é atualizada separadamente para cada cenário hidrológico:

$$f_t(S_t(k), \hat{A}_t(l), i) = C(Y_t) + \alpha \sum_{v=1}^L p_t(\hat{A}_{t+1}(v) | A_t(i), \hat{A}_t(l)) f_{t+1}(S_{t+1}, \hat{A}_{t+1}(v), i) \quad (6)$$

Para obter a solução deste processo recursivo é necessário a condição de fronteira $f_{t+1}(S_{t+1}(k), \hat{A}_{t+1}(v), i)$, para todo k, v e i . Em uma primeira aproximação podemos considerá-la zero:

$$f_{T+1}(S_{T+1}, \hat{A}_{T+1}(v), i) = 0 \quad k=1, K; \quad v=1, L; \quad i=1, M \quad (7)$$

Resolvendo (5) recursivamente do estágio (T) ao estágio (1) , podemos realizar uma segunda iteração, onde a condição de fronteira é dada por:

$$f_{T+1}(S_{T+1}(k), \hat{A}_{T+1}(v), i) = \sum_{j=1}^M p_{\text{scenário}(j|i)} f_i(S_i(k), \hat{A}_i(v), j) \quad k=1, K; \quad v=1, L; \quad i=1, M \quad (8)$$

onde:

$p_{\text{scenário}(j|i)}$ é a probabilidade de ocorrência do cenário hidrológico j após a ocorrência do cenário hidrológico i . Corresponde a modelar as afluições anuais ao sistema por uma Cadeia de Markov.

O processo iterativo é realizado até que o custo de operação ao longo do ano hidrológico seja constante de uma iteração para outra.

3.0 OPERAÇÃO ÓTIMA DE DOIS SUBSISTEMAS ELÉTRICAMENTE INTERLIGADOS

Não há nenhuma dificuldade conceitual em estender o algoritmo Programação Dinâmica Estocástica ou Programação

É comum representar H_t por A_{t-1} . Esta representação é estritamente correta se o processo estocástico de afluições ao reservatório é bem representado por um modelo auto-regressivo de ordem um. Como as afluições mensais raramente seguem este processo, Stedinger et alii [4] sugeriram o emprego da variável previsão das afluições futuras como variável de estado representativa da tendência hidrológica do sistema. Isto permite que o modelo de previsão seja tão sofisticado quanto desejado.

O algoritmo de Programação Dinâmica Estocástica captura a estocasticidade do processo de afluições ao reservatório através da distribuição de probabilidades de A_t condicionada a ocorrência de H_t . Isto implica em embutir um modelo estocástico de afluições no algoritmo de otimização. Alternativamente, o algoritmo Programação Dinâmica Estocástica Amostral permite a representação implícita do processo estocástico de afluições através de cenários hidrológicos que explicitamente representam a estocasticidade das afluições. Neste trabalho, adotamos cada sequência de doze afluições mensais, observadas ou geradas sinteticamente, como um cenário hidrológico.

A meta de defluência, R_t^* , é obtida no algoritmo PDEA através da solução da equação recursiva, para $t = T, T-1, \dots, 2, 1$:

$$\begin{aligned} & \text{MIN}_{R_t^*} \sum_{i=1}^M p_t(i | \hat{A}_t(l)) \left\{ C(Y_t) + \right. \\ & \left. \alpha \sum_{v=1}^L p_{t+1}(\hat{A}_{t+1}(v) | A_t(i), \hat{A}_t(l)) \cdot f_{t+1}(S_{t+1}, \hat{A}_{t+1}(v), i) \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

onde:

M é o número de cenários hidrológicos.

$S_t(k)$ é o armazenamento no início do estágio (t) . Está discretizado em K valores ($k = 1, \dots, K$). $S_t(1) = S_{min}$; $S_t(K) = S_{max}$.

$\hat{A}_t(l)$ é a previsão obtida no início do estágio (t) para o período de (t) a (T) . Está discretizada em L valores ($l = 1, \dots, L$).

Dinâmica Estocástica Amostral, empregado para o caso de um reservatório, para o caso de n-reservatórios. A dificuldade é computacional, devido ao crescimento exponencial do número de pontos do vetor de estados e do vetor de decisão. Uma alternativa, que tem sido usada para obter uma solução aproximada para a operação do sistema Sul-Sudeste do Brasil (n=2), é obtida por um processo iterativo. A cada iteração, um programa de otimização e um programa de simulação são processados sequencialmente.

O programa de otimização é aplicado a cada subsistema separadamente como no caso de um reservatório, descrito na seção anterior. Resulta deste modo a meta de defluência e o custo futuro de operação associados a cada par de estados armazenamento do reservatório equivalente e tendência hidrológica para cada um dos subsistemas.

O programa de simulação é aplicado aos dois subsistemas conjuntamente. A cada estágio, o intercâmbio de energia é decidido baseado no custo marginal de operação de cada subsistema, obtido no modo otimização. Obviamente, o fluxo de energia é direcionado do subsistema com custo marginal menor para o subsistema com custo marginal maior:

$$Z_t \geq 0 \quad \text{se} \quad \frac{\partial f_1^t(\cdot)}{\partial S_1^t(\cdot)} \leq \frac{\partial f_2^t(\cdot)}{\partial S_2^t(\cdot)} \quad (9a)$$

$$Z_t < 0 \quad \text{caso contrário} \quad (9b)$$

$$-Z_{2,1} \leq Z_t \leq Z_{1,2} \quad (9c)$$

onde:

$Z_{1,2}$ é o fluxo máximo do subsistema 1 para o subsistema 2.

$Z_{2,1}$ é o fluxo máximo do subsistema 2 para o subsistema 1.

Z_t é o intercâmbio de energia entre o subsistema 1 e o subsistema 2, assumindo-o como positivo se o fluxo é do subsistema 1 para o subsistema 2.

Resulta do modo simulação a nova demanda de energia de cada subsistema para o modo otimização da próxima iteração. Estas novas demandas devem traduzir o intercâmbio de energia que ocorreu entre os subsistemas durante o modo simulação da iteração anterior:

$$M_t^1 = M_t^1 + \bar{Z} \quad (10a)$$

$$M_t^2 = M_t^2 - \bar{Z} \quad (10b)$$

onde:

M_t^1 e M_t^2 são as demandas de energia ajustadas para os subsistemas 1 e 2, respectivamente.

\bar{Z} é o intercâmbio médio de energia entre os dois subsistemas, ocorrido durante o período de simulação. Valores positivos indicam fluxo do subsistema 1 para o subsistema 2.

M_t^1 e M_t^2 são os mercados de energia para os subsistemas 1 e 2, respectivamente.

O processo iterativo termina quando os valores de \bar{Z} não mudam de uma iteração para outra (Figura 1).

O primeiro objetivo deste trabalho é investigar o quão próximos estão os valores obtidos da metodologia aproximada dos valores verdadeiros. A verdadeira função custo futuro de operação foi obtida através do algoritmo Programação Dinâmica com quatro variáveis de estado para um estudo de caso específico do sistema Sul-Sudeste do Brasil (próxima seção)

O segundo objetivo deste trabalho é investigar qual é o benefício do emprego de uma versão mais avançada, baseada em PDEA, da metodologia aproximada descrita anteriormente. Neste caso o fluxo de energia entre os subsistemas pode variar de um cenário hidrológico para outro, em um dado estágio (t):

$$M_t^1(i) = M_t^1 + Z_t(i) \quad (11a)$$

$$M_t^2(i) = M_t^2 - Z_t(i) \quad (11b)$$

onde M_t^1 , M_t^2 , Z_t , M_t^1 e M_t^2 são definidos analogamente a equação (10) e i indexa o cenário hidrológico.

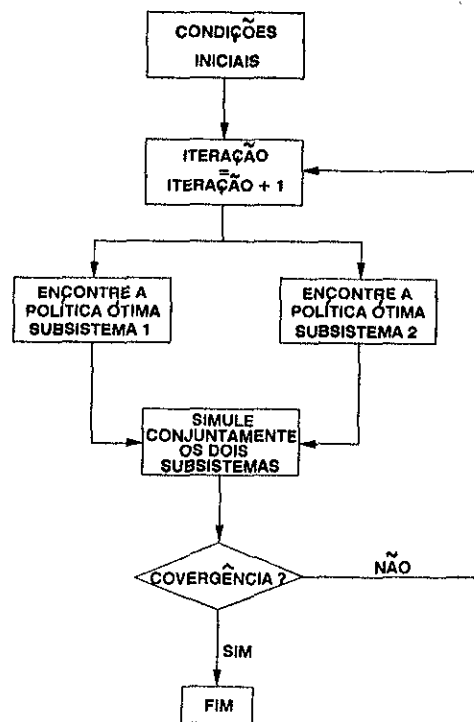


Figura 1 - Solução aproximada para a operação de dois subsistemas

4.0 ESTUDO DE CASO

As políticas ótimas de operação foram obtidas para os sistemas hidrotérmicos das Regiões Sul e Sudeste do Brasil, considerando o registro histórico de aflúncias energéticas aos reservatórios equivalentes, entre os anos 1941 e 1960, produzido segundo uma configuração do sistema em dezembro de 1984.

As variáveis de estado do modelo PDEA são : armazenamento do reservatório equivalente e previsão da energia afluyente do estágio (t) ao estágio (T). Foram selecionados vinte cenários hidrológicos (M = 20) do registro histórico de energias afluentes dos dois reservatórios equivalentes, respectivamente. O valor arbitrado para o fator de desconto foi 0.991.

A discretização da variável de estado de energia armazenada foi dividida em nove intervalos (dez pontos discretos) ($S_{min} = 0.0$ GWh; $S_{max} = 59394.0$ GWh) no sistema Sudeste e em cinco intervalos (6 pontos discretos) ($S_{min} = 0.0$ GWh; $S_{max} = 749.0$ GWh) no sistema Sul

O algoritmo PDEA permite o uso de modelos mais complexos para definir a variável de estado hidrológica, em particular, a classe de modelos auto-regressivos periódicos, PAR(p) [5]. Esta classe de modelos é baseada em doze regressões, uma para cada mês. O lado esquerdo de cada regressão é a energia afluyente ao reservatório em um particular mês e as variáveis do lado direito da regressão são as aflúncias ao reservatório nos meses anteriores. O número de variáveis do lado direito da regressão não é necessariamente o mesmo para todas as regressões. A discretização da variável de estado hidrológica foi dividida em três intervalos para ambos os subsistemas.

A capacidade de transporte de energia entre os subsistemas é dada por: $Z_{1,2} = 1080$ GWh/mês e $Z_{2,1} = -720$ GWh/mês.

A função custo é dada pelo custo do combustível para as usinas térmicas mais penalidades pelos eventuais não atendimentos da demanda de energia. Esta função pode ser descrita por uma função linear por partes para cada um dos subsistemas (Figura 2). Tabelas 1 e 2 fornecem os valores numéricos dos subsistemas Sul e Sudeste respectivamente.

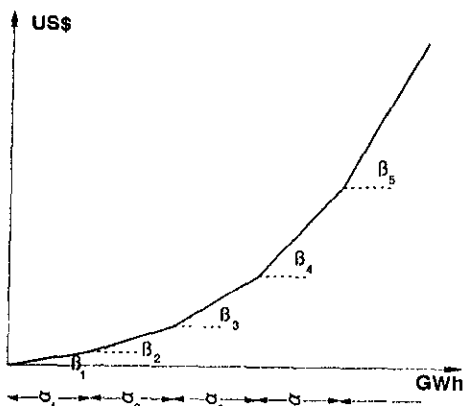


Figura 2: Representação esquemática da função custo

Tabela 1 - Custo de operação e capacidade instalada das unidades térmicas do subsistema Sudeste.

| USINAS TÉRMICAS | CUSTO UNITÁRIO- β US\$/GWh | G. TÉRMICA MENSAL (γ) GWh/mês |
|-----------------|----------------------------------|--|
| Santa Cruz | 6000 | 403 |
| Piratininga | 8000 | 612 |
| Igarapé | 10000 | 81 |
| Óleo | 24000 | 57 |
| Déficit | 225000 | - |

Tabela 2 - Custo de operação e capacidade instalada das unidades térmicas do subsistema Sul

| USINAS TÉRMICAS | CUSTO UNITÁRIO- β US\$/GWh | G. TÉRMICA MENSAL (γ) GWh/mês |
|-----------------|----------------------------------|--|
| P. Medici | 8000 | 273 |
| J. Lacerda | 11000 | 353 |
| Carvão | 21000 | 50 |
| Óleo | 24000 | 94 |
| Déficit | 225000 | - |

5.0 RESULTADOS E CONCLUSÕES

O custo de operação dos sistemas foi medido simulando-se a operação do sistema por 1000 anos de energias afluentes sintéticas aos reservatórios, produzidas por um modelo estocástico baseado em desagregação [6,7].

Três políticas de operação foram testadas:

- 1) o algoritmo PDEA com quatro variáveis de estado, o qual produz o melhor resultado possível, para as condições dadas.

- 2) a metodologia iterativa descrita em seção anterior, supondo Z_t constante para todo (t) , Z
- 3) a metodologia iterativa mais avançada, baseada na capacidade de associar Z_t ao cenário hidrológico, possibilitada pelo uso do algoritmo PDEA em detrimento do algoritmo tradicional PDE.

Nas metodologias aproximadas, os $M = 20$ cenários hidrológicos foram usados no modo otimização e também no modo simulação, até ser obtida a convergência. A seguir uma única simulação foi processada com 1000 anos de dados sintéticos de aflúências.

Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 Custo médio de operação anual das três políticas (simulação com 1000 anos sintéticos de aflúências)

| POLÍTICA | CUSTO OPERAÇÃO MÉDIO ANUAL US\$(10 ⁶) | % |
|----------|---|-----|
| 1 | 249.2 | 100 |
| 2 | 377.7 | 152 |
| 3 | 363.6 | 146 |

Dois conclusões podem ser obtidas:

- 1) A metodologia iterativa resulta em políticas de operação claramente inferiores a política de operação que poderia ser obtida sem as restrições computacionais. No caso em estudo esta diferença seria de ordem de 50%.
- 2) Há uma indicação de que o processo iterativo mais avançado acrescenta uma pequena precisão à metodologia atualmente usada para o sistema do Brasil. No caso em estudo o aperfeiçoamento foi da ordem de 6%

6.0 REFERÊNCIAS

- [1] Terry, L.A., Pereira, M.V.F., Araripe Neto, T.A., Silva, L.F.C.A., Sales, P.R.H. "Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", Interfaces, n. 16, Jan-Fev, 1984.
- [2] Pereira, M.V.F., "Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems - An Overview", IFAC Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, Brasil, 1985.
- [3] Kelman, J., Stedinger, J.R., Cooper, L.A., Hsu, E., Yuan, S.Q., "Sampling Stochastic Dynamic Programming Applied to Reservoir Operation", Water Resources Research, Vol. 26, No. 3, 447-454, Mar, 1990.
- [4] Stedinger, J.R., Sule, B.F., Loucks, D.P., "Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization", Water Resources Research, Vol. 20, No. 11, 1499-1505, 1984.
- [5] Maceira, M.E.P., "Operação Ótima de Reservatórios com Previsão de Aflúências", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, Março, 1989.
- [6] Kelman, J., Oliveira, G.C., Pereira, M.V.F., Costa, C.C.G., "Modelo de Séries Hidrológicas", Relatório Técnico CEPEL, No. 334/78, Rio de Janeiro, Brasil, 1978.
- [7] Pereira, M.V.F., Oliveira, G.C., Costa, C.C.G., Kelman, J., "Stochastic Streamflow Models for Hydroelectric Systems", Water Resources Research, Vol. 20, No. 3, 379-390, 1984.