

IV SEMINÁRIO NACIONAL DE
PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA

GRUPO VII

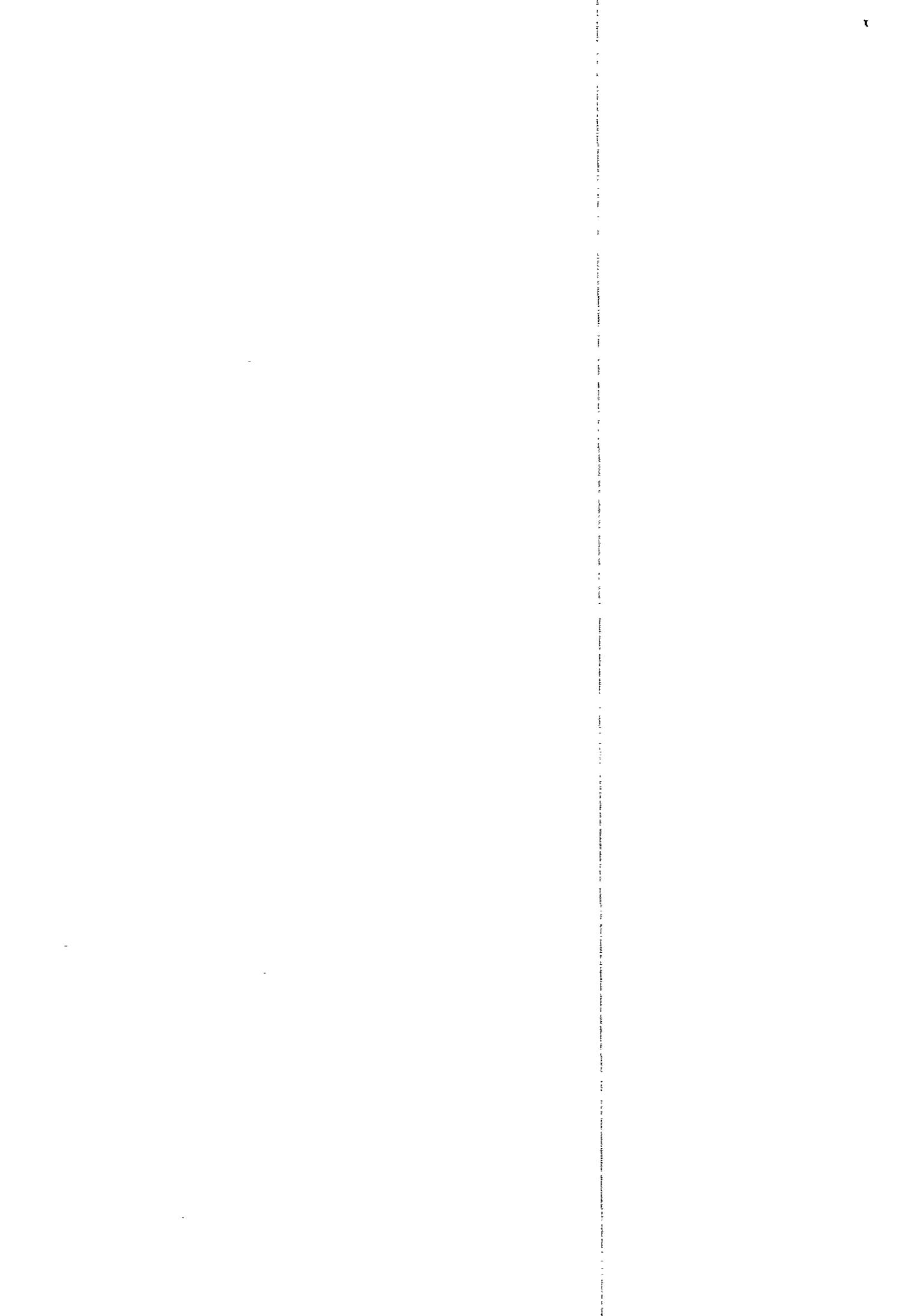
PLANEJAMENTO E
OPERAÇÃO ECONÔMICA
DE
SISTEMAS ELÉTRICOS
(GPO)

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO
PARA MODELOS DE SÉRIES
HIDROLÓGICAS

JERSON KELMAN
MARIO VEIGA FERRAZ PEREIRA

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - CEPEL

RIO DE JANEIRO - RJ - BRASIL
1977



1. INTRODUÇÃO

O uso de modelos probabilísticos para o planejamento e operação de sistemas hidroelétricos é recomendável devido ao caráter aleatório das vazões afluentes aos locais de aproveitamento. Entretanto, a metodologia adotada no passado pelas agências de planejamento em vários países foi basicamente de estrutura determinística. Por exemplo, técnicas baseadas na premissa de que a-sequência-registrada-das vazões-será-repetida-no-futuro, foram e são bastante empregadas. A adoção desta hipótese era justificada pela dificuldade computacional de se aplicar metodologias mais detalhadas. Hoje, entre tanto, a disponibilidade de computadores eliminou este obstáculo.

Uma técnica recente consiste no reconhecimento de que a série temporal histórica representa apenas uma realização de um processo estocástico. A tarefa de identificar o processo estocástico é abordada, por exemplo, por Guerrero et al (1). Uma vez reconhecido o mecanismo aleatório gerador de vazões, torna-se possível a criação de um grande número de séries temporais, diferentes daquela registrada no passado, mas igualmente possíveis de ocorrer. Considerações sobre como este conjunto de séries temporais deva ser manipulado no sentido de aprimorar os critérios de planejamento da expansão do sistema são apresentados por Gomes (2).

Convém frisar que "identificar" o processo estocástico significa realizar uma inferência a partir dos dados obtidos no passado. É compreensível então que engenheiros trabalhando independentemente optem por modelos estocásticos distintos. É de se esperar que os modelos satisfaçam estatisticamente as hipóteses que lhes serviram de fundamento. No entanto, como essas hipóteses não são necessariamente idênticas, as decisões de planejamento baseadas no uso de séries geradas por modelos diferentes podem ser conflitantes. Esta é uma dificuldade não existente na metodologia tradicional, que é aplicada exclusivamente sobre a série histórica, e que por

tanto só pode levar a conclusões coincidentes.

Torna-se então necessário definir características relevantes para o planejamento, e investigar se elas são preservadas pelos vários modelos, o que pode servir como indicador para a seleção do modelo mais adequado.

2. O QUE TESTAR

Para que um modelo seja confiável, é necessário que a série histórica e as séries sintéticas possam ser consideradas como realizações distintas de um mesmo processo estocástico. Em termos práticos, a utilidade de um modelo pode ser aferida por sua capacidade de gerar novas sequências que reproduzam as distribuições de probabilidade de determinadas variáveis aleatórias associadas ao processo. Naturalmente a seleção das variáveis deve ser feita tendo-se em vista as aplicações do modelo, e é desejável um consenso neste assunto, para que bases objetivas de comparação de modelos possam ser estabelecidas. É importante ressaltar que as características do processo que tenham sido utilizadas na definição do modelo estão automaticamente excluídas do rol de variáveis aleatórias passíveis de serem estudadas. Por exemplo, se as médias mensais são parâmetros de algum modelo sob análise, é perfeitamente inútil a comparação das médias obtidas da série histórica: já se sabe de antemão que, para sequências geradas suficientemente longas, os valores obtidos serão identicos. Tal comparação serviria apenas para testar o programa de computador, não para validar o modelo.

O estabelecimento de critérios para a avaliação de modelos deve levar em consideração o princípio da parcimônia na quantidade de parâmetros. Ou seja, os modelos não devem depender de um exagerado número de parâmetros estimados a partir da série histórica. Caso contrário, a confiabilidade do modelo será baixa, visto que estará perpetuando as variações amostrais da série histórica nas séries geradas. Por exemplo, suponha por absurdo que 40 anos de vazões mensais serão "mode-

lados" por um polinômio de grau 479. Com este "modelo" todas as séries sintéticas de 40 anos de duração serão rigorosamente idênticas à série histórica. Consequentemente, qualquer característica do processo que se escolha para analisar resultará numa total coincidência de resultados obtidos a partir das duas séries. No entanto, ninguém confiaria no "modelo" para qualquer uso prático.

O exemplo serve também para ilustrar o argumento de que os modelos estocásticos devem basear-se em algum conhecimento, ainda que precário, do processo físico que está sendo representado. A falha em assim proceder pode resultar em extrapolações de baixa confiabilidade.

SELEÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

A escolha das características do processo que devem ser preservadas é tarefa bastante delicada. O assunto foi discutido por alguns técnicos do Setor, pertencentes a várias Empresas, em reunião patrocinada pela ELETROBRÁS. Foi em geral aceito que as variáveis aleatórias deveriam estar relacionadas com as flutuações das vazões em torno dos respectivos valores esperados.

Se $\{Q_{p,\tau}\}$ é a sequência de vazões mensais, $\tau = 1, 2, \dots, 12$, $p = 1, 2, \dots, n$, onde n é o número de anos, defina $\{\bar{Q}_p\}$ como o vetor das médias mensais:

A ilustração 3.1 mostra os gráficos de $\{Q_{p,\tau}\}$ e de $\{\bar{Q}_\tau\}$. Pode-se definir o evento "sequência-positiva": é o conjunto de valores $Q_{p,\tau}$ superiores aos correspondentes \bar{Q}_τ , precedidos e sucedidos por valores de $Q_{p,\tau}$ inferiores aos correspondentes \bar{Q}_τ . Na ilustração 3.1 ocorrem quatro "sequências positivas", respectivamente nos intervalos de tempo (t_1, t_2) , (t_3, t_4) , ,

(t_5, t_6) e (t_7, t_8) . Analogamente pode-se definir evento "sequência-negativa". Na ilustração 3.1 os intervalos de tempo (t_0, t_1) , (t_2, t_3) , (t_4, t_5) e (t_6, t_7) delimitam as sequências -negativas". Para cada "sequência", seja positiva ou negativa, estão associadas duas grandezas de interesse: o comprimento da "sequência" e a soma da "sequência". Tomando-se como exemplo a primeira das "sequências-positivas" da ilustração 3.1, o comprimento é dado por $(t_2 - t_1)$ e a soma por

$$z = \sum_{t=t_1}^{t_2} (Q_t - \bar{Q})_+ \text{ onde } t = 12p + \tau \dots \dots (3.2)$$

É possível, portanto, obter da série histórica amostras (não independentes entre si) de quatro variáveis aleatórias, a saber:

- a) - Soma de "sequência-positiva"
 - b) - Soma de "sequência-negativa"
 - c) - Comprimento de "sequência-positiva"
 - d) - Comprimento de "sequência-negativa"

Procedimento similar realizado para uma série sintética (utilizando-se o vetor $\{\bar{Q}_t\}$ obtido da sequência histórica) resulta em outras quatro amostras. Cada um dos quatro pares de amostras devem ser então devidamente comparados.

O exame das vazões afluentes de forma conjugada à sequência de demandas $\{d_{p,t}\}$ parece ser uma via promissora para um aprofundamento da análise dos modelos. Define-se como somas parciais a sequência $\{S_t\}$, $t = 1, 2, \dots, 12n$, onde

Pode-se adotar $d_i = \beta \bar{Q}$, $\forall i$, onde

Neste caso, a sequência de somas parciais é dada por:

Um gráfico típico de somas parciais como função do tempo é dado na ilustração 3.2. O período t_0 a t_1 só transcorrerá sem ocorrência de deficit caso esteja disponível uma capacidade de armazenamento igual ou maior que $d_1 \Delta t$, onde Δt é o intervalo de discretização. Analogamente para o intervalo (t_1, t_2) é necessário uma capacidade de armazenamento no mínimo igual a $d_2 \Delta t$; e assim sucessivamente. Portanto, as grandezas d_1, d_2, \dots ; que nada mais são do que observações de uma variável aleatória chamada "deficit", têm grande interesse nos estudos de regularização de afluências. Rippl (3) propôs utilizar o máximo deficit, obtido a partir da série histórica, como valor de projeto para a capacidade de um reservatório. Esta metodologia é até hoje largamente empregada.

Pode-se então concluir pelo interesse em que um modelo orientado para aplicação ao setor energético esteja apto a produzir séries sintéticas que revelem uma distribuição amostral para a variável aleatória D, deficit, estatisticamente indistinguível da distribuição amostral obtida a partir da série histórica.

No caso do modelo multivariado deve-se estudar também propriedades conjuntas das várias séries. Optou-se por duas variáveis:

- A soma das vazões, padronizadas mês a mês, para as diversas estações:

$$V = \sum_{\theta} \frac{Q_{\theta,p,\tau} - \mu_{\theta,\tau}}{\sigma_{\theta,\tau}}, \quad \text{para qualquer } p$$

e τ , (3.6)

Onde:

θ é o índice de estação,

p é o índice ano, e

τ é o índice de mês

Naturalmente V terá média zero. Se o número de estação for suficientemente grande V será normalmente distribuído.

- O número de vazões acima da média do mês correspondente.

$$N = \sum_{\theta} I_{(0,\infty)} (Q_{\theta,p,\tau} - \mu_{\theta,\tau}), \quad \text{para qualquer } p$$

e τ (3.7)

Onde:

$$I_{(a,b)} (x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in (a,b) \\ 0 & \text{se } x \notin (a,b) \end{cases}$$

Convém ressaltar que a matriz de correlação cruzada é usualmente empregada como dado de entrada para os vários modelos. Consequentemente este parâmetro está excluído da investigação.

4. MÉTODOS PARA TESTE

Uma vez escolhida uma característica do processo, pode-se conhecer n_1 observações da variável aleatória X , obtidas a par-

tir da série histórica e n_2 observações da variável aleatória Y, obtida a partir de uma série gerada. Pretende-se então testar a hipótese de que X e Y tenham distribuições idênticas. A natureza do teste pode depender, em princípio, das propriedades das variáveis aleatórias sob estudo. Entretanto, testes não específicos são desejáveis porque conseguem a uma uniformidade de critérios e a uma facilidade de compreensão dos métodos empregados. Sugere-se, aqui, que apenas dois testes sejam empregados:

i) - Teste de igualdade de duas distribuições multinomiais

Para o caso em que a variável aleatória X (e portanto Y) seja discreta. Por exemplo, o comprimento da "sequência". Uma descrição detalhada do teste é fornecida por Mood, Graybill e Boes (4). O teste se baseia na divisão do espaço amostral em $k + l$ subconjuntos e a hipótese nula estabelece que $H_0: P_{1j} = P_{2j}; j = 1, 2, \dots, k + l$

P_{1j} = a probalidade de que uma observação da primeira população pertença ao j ésimo subconjunto, e

P_{2j} = o mesmo que P_{1j} , mas em relação à segunda população.

Pode ser demonstrado que

$$\chi_K^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{k+1} \frac{(N_{i,j} - n_i (N_{1j} + N_{2j})/(n_1 + n_2))^2}{n_i (N_{1j} + N_{2j})/(n_1 + n_2)} \quad (3.8)$$

tem assintoticamente a distribuição do chi-quadrado com k graus de liberdade, onde N_{1j} = número de observação na j ésima classe

se, para a primeira população; e N_{2j} = o mesmo que N_{1j} , para a segunda população.

ii) - O teste de Smirnov para duas amostras

Para o caso em que a variável aleatória X (e portanto Y) seja contínua. Por exemplo, a soma de "sequência" ou então o "deficit". Uma detalhada descrição do teste é fornecida por Bradley (5). Sob a hipótese nula da igualdade das duas distribuições, a variável aleatória

tem distribuição conhecida. $S_1(x)$ é a distribuição de probabilidade amostral relativa à série histórica e $S_2(x)$ é a correspondente distribuição amostral relativa à uma série gerada. Para grandes valores de n_1 e n_2 , o percentil de 95% de W é aproximadamente dado por

$$w_{\text{crit}} = 1.358 \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

5. RESULTADO DOS TESTES

Os testes acima descritos foram aplicados às séries hidrológicas geradas pelo melhor modelo desenvolvido no CEPEL [CEPEL 2 na referência (1)] e às séries geradas pelo modelo desenvolvido na CESP (6). As séries históricas de vazões adotadas pela CESP diferem ligeiramente das encontradas nos arquivos da ELETROBRÁS, devido provavelmente à revisões nos dados. Por coerência, os parâmetros do modelo CEPEL foram estimados a partir dos dados adotados pela CESP e estão resumidos na tabela 5-1. Pode-se observar que as usinas selecionadas são as mesmas de (1).

As séries geradas devem ser longas o suficiente para permitir um grande número de ocorrências dos eventos investigados. Desta forma as equações (3.8) e (3.10), que são assintóticas, produzem resultados confiáveis. Por outro lado, séries excessivamente longas devem ser evitadas por produzirem acréscimos de precisão desprezíveis comparados aos gastos adicionais de computador. Após ensaios preliminares optou-se pela duração de 150 anos, que satisfaz os dois aspectos acima mencionados. A série sintética produzida pelo modelo CESP foi fornecida pela própria empresa, na forma de fita com 1000 anos de dados gerados. Apenas o segmento inicial de 150 anos foi utilizado. O modelo CEPEL utilizou a rotina descrita na referência (6) para a geração de números pseudo-aleatórios normalmente distribuídos. As "sementes" utilizadas estão listadas na tabela 5-2. Os primeiros 30 anos de geração foram desprezados, para efeito de "aquecimento".

Os resultados referentes aos testes com as "sequências-positivas" estão na tabela 5-3. Para cada usina os dados correspondem respectivamente à série histórica, à série gerada pelo modelo CEPEL e à série gerada pelo modelo CESP. Na coluna (1) encontra-se o número equivalente de eventos em uma série de 40 anos. No caso da série histórica trata-se do número de sequências positivas efetivamente observadas. No caso das séries geradas, tanto CEPEL quanto CESP, trata-se do número de sequências efetivamente observadas multiplicadas pela fração 40/150. Nas colunas (?) e (3) encontra-se respectivamente a média e o desvio padrão, obtidos a partir das amostras da variável aleatória "soma-de-sequência-positiva", definida pela equação 3.2, para as três séries. O exame destes valores pode servir como indicação preliminar das origens de eventuais dificuldades de ajuste (diferenças significativas entre as médias e/ou dispersões). Na coluna (4) encontra-se a máxima diferença entre as distribuições de probabilidade amostrais desta variável aleatória, expressa pela equação (3.9). O valor crítico da máxima diferença, pa-

ra 5% de nível de significância, está na coluna (5). Este número é obtido através da equação (3.10) onde n_1 é retirado da primeira coluna (série histórica) e n_2 é o resultado da multiplicação dos valores da primeira coluna correspondentes aos modelos CEPEL e CESP pela fração 150/40. Quando $W > w_{crit}$ a hipótese de igualdade entre as distribuições é rejeitada, o que é indicado por um asterisco. Na última coluna encontra-se observações da variável aleatória obtida a partir da equação (3.8), que terá uma distribuição chi-quadrado caso a distribuição do comprimento-sequência-positiva seja a mesma para as séries históricas e gerada. O número de graus de liberdade aparece dentro de parênteses, e novamente a presença de um asterisco indica rejeição da hipótese nula a 5% de nível de significância.

Pode-se verificar que o modelo CEPEL não tem nenhuma das "hipóteses de aderência" rejeitada, ao passo que o modelo CESP foi rejeitado no que diz respeito a soma-de-sequência-positiva em doze dos quatorze casos possíveis. No que se refere a comprimento-de-sequência-positiva a hipótese nula foi rejeitada oito vezes para o modelo CESP. É preciso, no entanto, frisar que soma-de-sequência e comprimento-de-sequência não são variáveis aleatórias independentes. Consequentemente um mau ajuste de alguma das variáveis conduz a um mau resultado da outra, e portanto as conclusões tiradas do exame das colunas (4) e (6) devem ser vistas sob este prisma.

Os resultados para sequências-negativas (tabela 5-4) são melhores: a hipótese nula foi rejeitada uma vez para o modelo CEPEL e sete para o modelo CESP. Nas tabelas 5-5 e 5-6 estão os resultados dos testes com a variável aleatória "deficit", para β respectivamente igual a 0,8 e 0,6. O modelo CEPEL não teve a hipótese nula rejeitada em caso algum. Com o modelo CESP ocorreu apenas uma rejeição, para o caso de $\beta = 0,8$ e três rejeições para $\beta = 0,6$. O pequeno número de eventos da série histórica (coluna 1), entretanto, conduz necessariamente a grandes valores de W_{crit} (coluna 5). Se o nível de significância do teste é aumentado de 5% para 10% com

o objetivo de diminuir a probabilidade de erro tipo II, resulta em três e cinco rejeições respectivamente para $\beta = 0,8$ e $0,6$, para o modelo CESP. Para este caso o modelo CEPEL teve uma rejeição para $\beta = 0,6$.

O estudo das duas variáveis aleatórias relacionadas ao grau de sincronismo entre as diversas séries, descritas no item 3, não evidenciou fato algum que comprometesse quer o modelo CEPEL quer o modelo CESP. A hipótese de igualdade entre as distribuições da variável aleatória descrita pela equação (3.6) não foi rejeitada pelo teste de Smirnov: a estatística W (equação 3.9) é respectivamente igual a 0.044 e 0.061, para os modelos CEPEL e CESP, enquanto o valor crítico, W_{crit} (eq. 3.10) é igual a 0.070. A tabela 5-7 mostra o ótimo ajuste obtido para ambos os modelos no que diz respeito à variável aleatória expressa pela equação (3.7). De fato os valores de qui-quadrado, obtidos a partir da equação (3.8) foram 13,90 e 13,51 (13 graus de liberdade), respectivamente para os modelos CEPEL e CESP, para um valor crítico de 22,4 (5% de significância).

6. CONSIDERAÇÕES SOBRE AS SÉRIES ANUAIS

A investigação de certas características das séries anuais pode apresentar interesse. A média anual, por exemplo, é automaticamente preservada se as médias mensais forem corretamente reproduzidas. O modelo CEPEL utiliza os parâmetros da série de logarítmos e não garante portanto a reprodução das médias das séries originais. Verificouse, entretanto, que esta diferença não é significativa.

O coeficiente de correlação anual, por sua vez, tem influência no comprimento de sequências. Por exemplo, o valor esperado do máximo-comprimento-de-uma sequência-negativa para 50 anos de vazões anuais (processo autoregressivo de primeira ordem e distribuição marginal simétrica) é igual a 5,35 e 6,21 para autocorrelação respectivamente igual a 0,1 e 0,3. Os desvios padrão correspondentes são 1,94 e 2,35 [ver tabela III-1 da

ref. (7)].

O coeficiente de correlação anual para o modelo CEPEL poderia ser calculado a partir das séries anuais obtidas de séries mensais geradas. É possível, entretanto, derivar analiticamente a correlação anual a partir dos parâmetros mensais.

A variável aleatória bidimensional "vazão-anual-em-dois-anos-consecutivos" pode ser representada como

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/12 & \sum_{i=1}^{12} x_i \\ 1/12 & \sum_{i=13}^{24} x_i \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (6.1)$$

onde:

Z_1, Z_2 são vazões médias anuais em dois anos sucessivos

X_i , $i = 1, 24$ vazão no mês i

Em notação matricial, tem-se

onde:

z é o vetor contendo

X é vetor de 24 elementos

e A é a matriz 24×24

$$\Lambda = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 11 & \dots & 1 & 00 & \dots & 0 \\ 00 & \dots & 0 & 11 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

a covariância anual é

Sabe-se que

onde A^T representa a matriz transposta de A .

É necessário, portanto, obter a matriz cov $[\underline{X}]$. Se as variáveis forem modeladas por processo autoregressivo de ordem 1 (AR(1)) (o que não é o caso do modelo CEPEL), a seguinte metodologia poderia ser adotada:

- 1) Por simplicidade de notação, obtém-se a matriz de correlação de \underline{X} , $\text{cor}[\underline{X}]$. Para obter $\text{cov}[\underline{X}]$, basta multiplicar cada elemento (i,j) da matriz $\text{cov}[\underline{X}]$ por $s_i s_j$, onde s_i é o desvio padrão para o mês i (o desvio padrão para o mês 13 é igual ao do mês 1, o do 14 ao do mês 2 e assim por diante)
 - 2) Sem perda de generalidade é possível assumir que os valores de \underline{X} foram padronizados (isto é, \underline{X} tem média zero e variância 1 para todos os meses)

Neste caso,

$$X_{p,\tau} = \rho_{\tau-1} X_{p,\tau-1} + \sqrt{1 - \rho_{\tau-1}^2} \epsilon_{p,\tau} \dots \quad (6.5)$$

ordē

$X_{p,t}$ é a vazão padronizada no ano p , mês t

ρ é o coeficiente de correlação serial entre o mês $t-1$ e o mês t

$\xi_{p,\tau}$ resíduo de média zero e desvio padrão 1

- 3) O valor de $\text{cov}[X_i, X_j]$ é:

$$\text{cov} [x_i, x_j] = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ \prod_{k=i}^j \rho_k & \text{se } j > i \end{cases} \quad .(6.6)$$

onde:

$\rho_{13} = \rho_1$, $\rho_{14} = \rho_2$ e assim por diante

Por exemplo, $\text{cov}[x_3, x_7] = \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6$

$$\text{cov}[x_{11}, x_{14}] = \rho_{11} \rho_{12} \rho_{13}$$

Isto pode ser visto facilmente através do cálculo de, por exemplo:

$$\text{cov}[x_1, x_3] = E[x_1 \cdot x_3] \quad .(6.7)$$

aplicando a equação (6.5) a x_3 , obtém-se

$$\begin{aligned} E[x_1 \cdot x_3] &= E[x_1 \cdot (\rho_2 x_2 + \sqrt{1-\rho_2^2} \xi_3)] \\ &= E[x_1 \cdot \rho_2 \cdot x_2] + E[x_1 \cdot \sqrt{1-\rho_2^2} \xi_3] \end{aligned} \quad .(6.8)$$

como x_1 e ξ_3 são independentes, o segundo termo se anula, restando ρ_2 . $E[x_1 \cdot x_2] = \rho_2 \rho_1$ (6.9)

No caso do modelo CEPEL, sabe-se que a série de logaritmos das vazões pode ser representada como um processo AR1. Portanto, dada a série de logaritmos $\underline{Y} = \log[\underline{X}]$, deseja-se obter

$$\text{cov}[\underline{X}] = \text{cov}[\exp(\underline{Y})] \quad .(6.10)$$

A covariância entre x_i e x_j é

$$\text{E}[x_i \cdot x_j] - E[x_i] \cdot E[x_j] \quad .(6.11)$$

isto é

$$\text{E}[\exp(Y_i) \cdot \exp(Y_j)] - \text{E}[\exp(Y_i)] \cdot \text{E}[\exp(Y_j)] \quad .(6.12)$$

Uma vez que (Y_i, Y_j) tem uma distribuição bivariada normal (modelo CEPEL), pode-se obter $E[\exp(Y_i + Y_j)]$ através da função geradora de momentos:

onde μ_i, μ_j são os valores esperados de Y_i, Y_j

σ_i^2 , σ_j^2 são as variâncias de Y_i , Y_j

ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre Y_i e Y_j

Para $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, obtem-se

os valores de $E[\exp(Y_i)]$ e $E[\exp(Y_j)]$ são obtidos de maneira análoga.

O termo assinalado, $p_{ij} \sigma_{ij}$, é o valor da covariância entre Y_i e Y_j , que pode ser calculado através da metodologia exposta anteriormente.

Portanto a matriz cov[X] pode ser obtida por:

1) Obtem-se a matriz $\text{cov} \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} = \text{cov} \begin{bmatrix} \log(X) \\ Z \end{bmatrix}$ através da metodologia descrita para processos ARL.

2) O valor de $\text{cov}[x_i, x_j]$ é obtido pela expressão

Verifica-se na tabela 6-1 que os desvios padrão são preservados, enquanto os coeficientes de auto-correlação "analíticos" são sistematicamente inferiores aos obtidos a partir da série histórica (40 observações). Esta discrepância pode afetar a distribuição das sequências anuais conforme mencionado no início deste item.

Estes coeficientes foram derivados analiticamente para outras alternativas:

- a) modelo CEPEL 1 (série de vazões suposta AR1).
 - b) modelos AR2 para a série de vazões.
 - c) coeficientes calculados segundo sugestão de
Natalas para série de logaritmos AR1 (1).

Os resultados não apresentam melhorias significativas. Para o caso de Furnas, que apresenta a maior diferença, o modelo AR2 obteve um coeficiente de autocorrelação igual a 0.15 e pode ser verificado na tabela 6.1 que o modelo CEPEL obteve 0.11. Uma observação interessante é a grande sensibilidade do coeficiente de correlação anual para variação dos coeficientes mensais.

Se a série de vazões for AR1 e os coeficientes de correlação serial forem constantes é possível simplificar a expressão 6.6 e calcular 6.4 algebricamente, obtendo

$$\delta = \frac{\rho (1-\rho^2)^2}{12 (1-\rho^2) - 2\rho (1-\rho^2)} \quad \dots \dots \dots \quad (6.16)$$

onde δ é o coeficiente de autocorrelação anual
 ρ é o coeficiente de correlação serial mensal.

A tabela 6.2 mostra o valor de δ para diversos valores de ρ .

A estimativa dos coeficientes de correlação é portanto crítica. Pode-se ver na tabela 6.2 que o aumento de ρ de 0,7 para 0,8 implica na variação de δ de 0,14 para 0,25. Além disso, é importante lembrar que a estimativa do coeficiente de autocorrelação para a série histórica é feita a partir de uma amostra de 40 valores. Neste caso, o desvio padrão do estimador é aproximadamente 0,15, isto é, eventualmente não se poderia rejeitar a hipótese de que as séries anuais são independentes mesmo com valores de autocorrelação estimados por volta de 0,3.

Esta grande variabilidade foi comprovada ao se gerar amostras do mesmo comprimento que a série histórica.

Resultados semelhantes ao da tabela 6-2 foram obtidos com o modelo CEPEL.

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O modelo CEPEL foi aprovado nos testes propostos, isto é, para praticamente todas as variáveis aleatórias selecionadas a hipótese de aderência entre as distribuições amostrais extraídas da série histórica e gerada não foi rejeitada.

O coeficiente de autocorrelação das séries mensais geradas pelo modelo CEPEL foi em geral inferior ao estimado a partir das séries históricas. Esta diferença pode ser atribuída ao declínio acentuado do correlograma do modelo autoregressivo de primeira ordem (ρ^k , onde k é o intervalo entre as observações) quando comparado com o correlograma da série histórica (ver exemplo em (1)). Recomenda-se a investigação de alternativas que reproduzam com mais rigor o correlograma extraído da série histórica. É importante lembrar que esta deficiência não é evidente no estágio de análise estrutural, já que a

correta remoção da dependência é indicada pelo correograma do resíduo, considerado estatisticamente indistinguível do produzido pelo "ruído branco" (ver ref (1)).

A agregação ou desagregação de séries hidrológicas (escala anual para mensal e vice-versa) pode resultar em séries geradas inadequadas. Ver resultados do modelo CESP, que obtém vazões mensais a partir das anuais, no item 5 e resultados do modelo CEPEL, quando séries anuais são obtidas a partir das mensais, no item 6.

Novas variáveis aleatórias devem ser selecionadas em função das aplicações esperadas do modelo. Recomenda-se a curto prazo o desenvolvimento de novas medidas de sincronismo entre as séries. Uma investigação de variáveis aleatórias que só podem ser observadas uma vez em cada série é especialmente relevante para os objetivos de planejamento. Por exemplo, o período crítico e a energia firme para uma determinada configuração e período de planejamento. Uma maneira de investigar tais variáveis é através da geração de várias séries de comprimento igual ao da série histórica utilizada. Desta forma a distribuição amostral da variável escolhida pode ser estabelecida. Verifica-se então se a observação correspondente à série histórica possui pouca probabilidade de ocorrência, se está perto do valor esperado e assim por diante. A interpretação dos resultados é difícil e possivelmente só será significativa se examinada num contexto bastante amplo (muitos postos, configurações, etc...). Outras variáveis desse tipo que podem ser de interesse são a "mais-longa-sequência-negativa", o "máximo-deficit-no-período" e a "máxima-vazão-mensal".

BIBLIOGRAFIA

1. GUERRERO, P.; FERRAZ, M.V.; KELMAN, J.; GOMES, F. B. M.,
Geração de Séries Hidrológicas Mensais para Estudos Energéticos - IV Seminário Nacional de Transmissão e Produção de Energia Elétrica, R.J., 1977.
2. GOMES, FREDERICO B. M., Considerações sobre os Critérios de Planejamento da Expansão da Capacidade Geradora de Energia Elétrica. IV Seminário Nacional de Transmissão e Produção de Energia Elétrica, R.J; 1977.
3. RIPPL, W., The Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply, Proc. Civil Engineers, V.71, p.270-278, 1883.
4. MOOD, A. M., GRAYBILL, F.A., e BOES, D. C.. Introduction to the Theory of Statistics, McGraw Hill, 1974.
5. BRADLEY, J. Distribution Free Statistical Tests, Prentice Hall Inc., 1968.
6. CESP-SYSTAN, Gerador e Analisador de Vazões Sintéticas de um Posto, 1976.
7. MILLAN J e YEVJEVICH V., Probability of Observed Droughts, Hydrology Paper nº 50, Colorado State University

ILUSTRACÃO DO CONCEITO DE "SEQUÊNCIA"

RJ/GPO/26

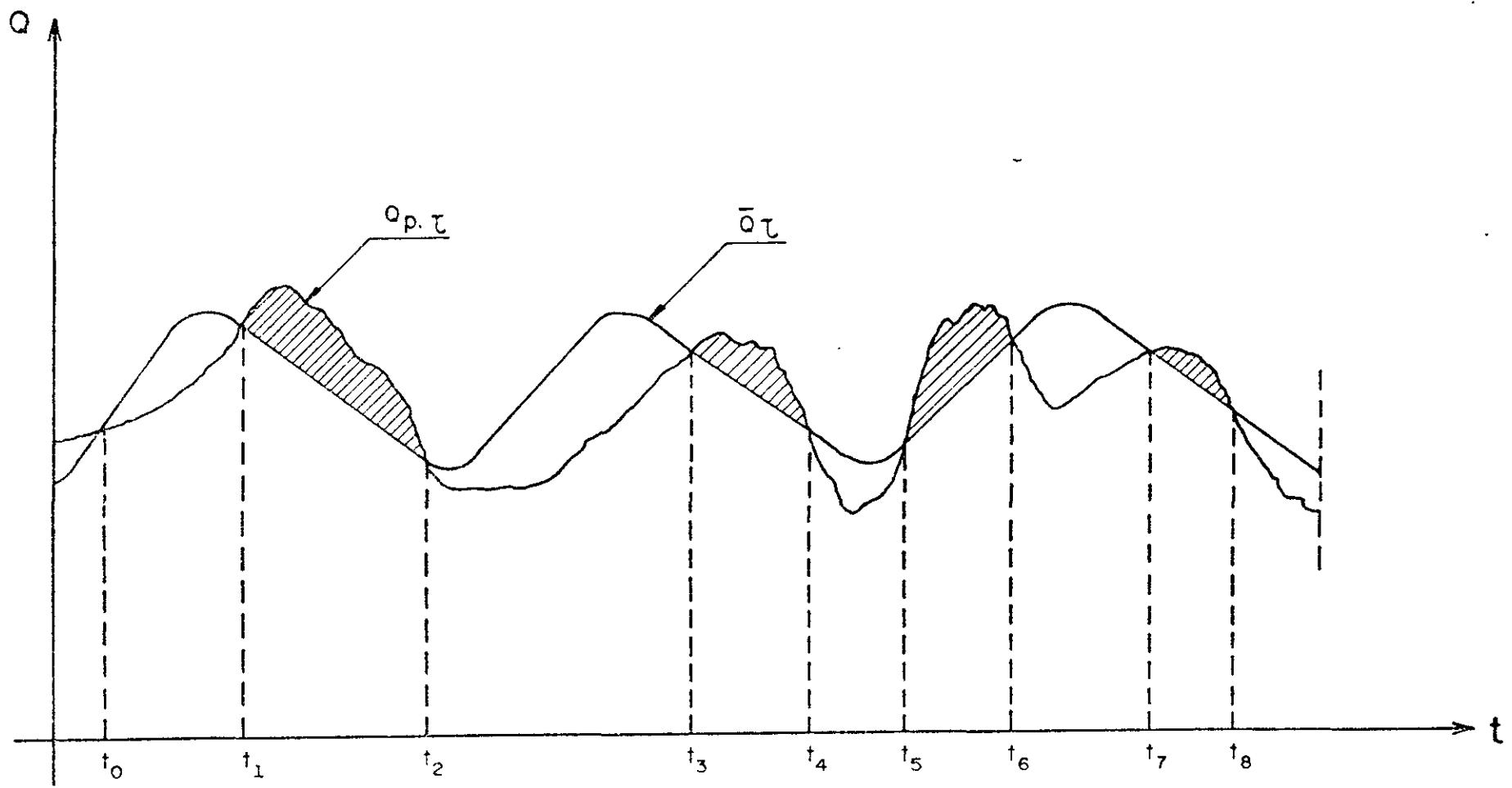


ILUSTRAÇÃO DO CONCEITO DE "DEFÍCIT"

RJ/GPO/26

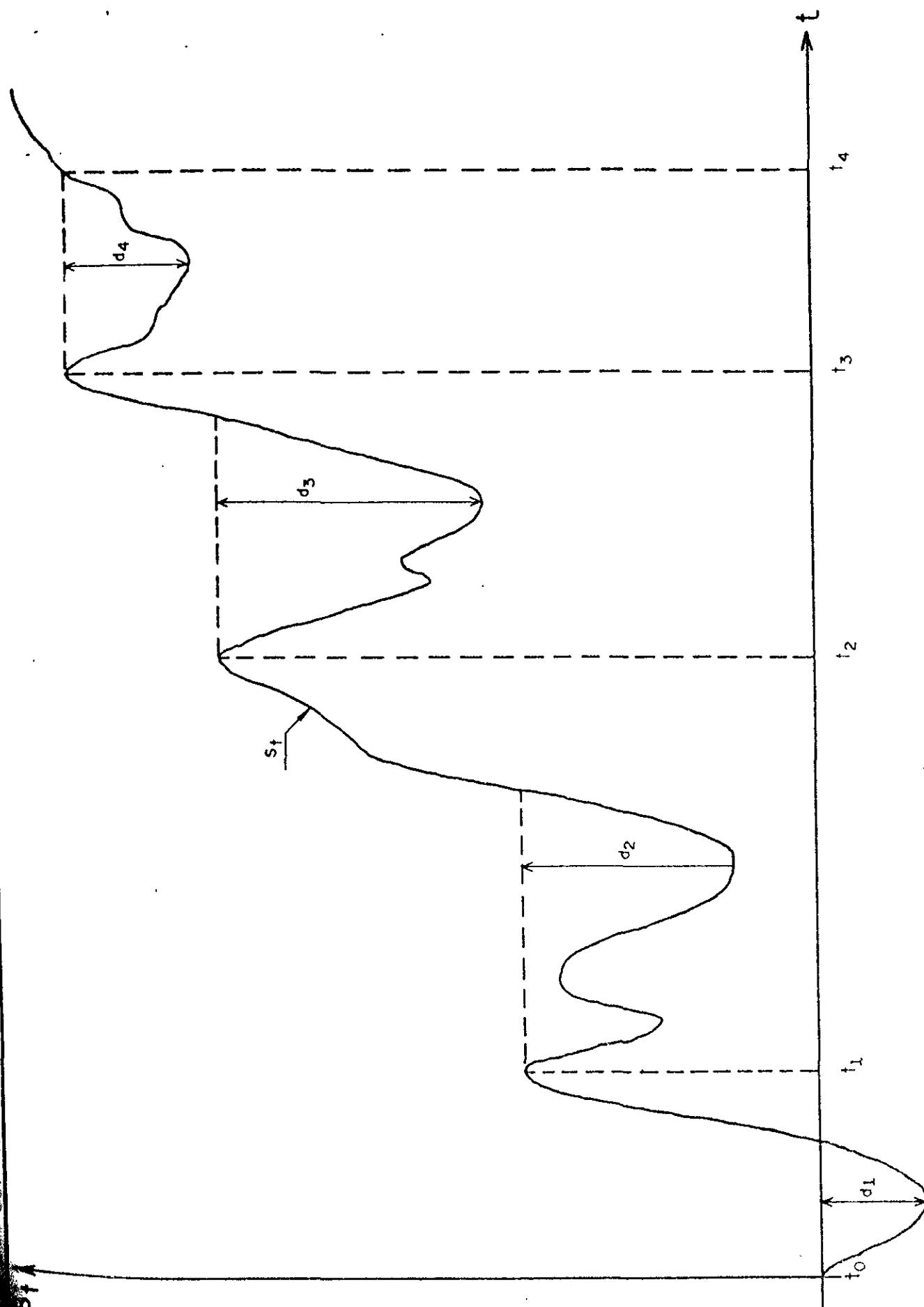


Tabela 5-1 Características das Séries das Usinas Escolhidas

U S I N A S	LATITUDE (SUL)	LONGITUDE (OESTE)	ÁREA DE DRENAGEM (KM ²)	BACIA	VAZÃO MÉDIA (M ³ /S)
JACUI	29°05'	53°10'	8080	JACUI	187
ITAPIRANGA	27°10'	53°40'	72500	URUGUAI	1489
CAPANEMA	25°30'	53°40'	61400	IGUAÇU	1282
TAQUARUÇU	22°34'	51°59'	88000	PARANAPANEMA	950
PROMISSÃO	21°17'	49°45'	50980	TIETÊ	576
FURNAS	20°40'	46°24'	53100	GRANDE	906
MARIMBONDO	20°18'	49°14'	118600	GRANDE	1802
CACHOEIRA DOURADA	18°29'	49°31'	99000	PARANAÍBA	1580
JUPIÁ	20°50'	51°38'	470000	PARANÁ	5823
ILHA GRANDE	21°55'	54°00'	800000	PARANÁ	8909
TRÊS MARIAS	18°10'	45°18'	50600	SÃO FRANCISCO	724
MASCARENHAS	19°30'	40°57'	73500	DOCE	969
FUNIL	22°30'	44°35'	13950	PARAÍBA DO SUL	227
SALTO DA DIVISA	16°00'	39°57'	67420	JEQUITINHONHA	431

Tabela 5.2 Sementes para Geração Multivariada

USINA	SEMENTES	USINA	SEMENTE
JACUÍ	4833	ITAPIRANGA	7833
CAPANEMA	529	TAQUARUÇU	631
PROMISSÃO	413	FURNAS	245
MARIBONDO	517	C. DOURADA	235
JUPIÁ	4589	I. GRANDE	5233
TRÊS MARIAS	2157	MASCARENHAS	9557
FUNIL	8355	S. DA DIVISA	1253

Tabela 5-3 Seqüências Positivas

USINAS		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p.(Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
JACUI	HIST	54	437	598	-	-	-
	CEPEL	61	460	836	0.127	0.206	0.24 (3)
	CESP	86	186	261	0.237 (*)	0.200	13.82(3)(*)
ITAPIRANGA	HIST	71	2678	3400	-	-	-
	CEPEL	77	2690	4256	0.117	0.180	3.16 (3)
	CESP	69	1618	3768	0.357 (*)	0.182	5.26 (3)
CAPANEMA	HIST	74	2107	2817	-	-	-
	CEPEL	74	2470	3815	0.052	0.178	1.24 (3)
	CESP	57	1816	4936	0.323 (*)	0.183	14.29 (3)(*)
TAQUARACU	HIST	58	1592	2291	-	-	-
	CEPEL	66	1392	2130	0.087	0.198	4.87 (3)
	CESP	50	962	2530	0.311 (*)	0.204	15.40 (3)(*)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-3 Seqüências positivas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p.(Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
PROMISSÃO	HIST	53	815	1175	-	-	-
	CEPEL	61	734	1178	0.152	0.207	1.07 (3)
	CESP	68	427	1118	0.320 (*)	0.205	18.97 (3)(*)
FURNAS	HIST	53	1144	2229	-	-	-
	CEPEL	54	1189	1944	0.081	0.209	1.59 (4)
	CESP	66	1014	2540	0.241 (*)	0.206	10.63 (4)(*)
MARIMBONDO	HIST	54	2166	5066	-	-	-
	CEPEL	58	2141	3977	0.086	0.207	0.42 (3)
	CESP	63	1938	5265	0.215 (*)	0.205	7.64 (3)
CACHOEIRA DOURADA	HIST	58	1799	3664	-	-	-
	CEPEL	57	2049	3654	0.198	0.201	6.68 (4)
	CESP	53	1847	4416	0.240 (*)	0.203	10.71 (4)(*)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-3 Seqüências Positivas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p.(Z)	(4) W_{max}	(5) W_{crit}	(6) χ^2 (G.L.)
JUPIÁ	HIST	55	5675	10141	-	-	-
	CEPEL	55	5654	9445	0.116	0.206	0.35 (3)
	CESP	49	5189	12593	0.244 (*)	0.209	2.88
ILHA GRANDE	HIST	58	8311	15155	-	-	-
	CEPEL	59	7880	12576	0.096	0.200	1.27 (3)
	CESP	63	6067	15095	0.180	0.199	7.01 (3)
TRÊS MARIAS	HIST	52	1169	1717	-	-	-
	CEPEL	52	1153	1818	0.081	0.212	0.92 (3)
	CESP	71	832	1922	0.201	0.206	9.04 (3)(*)
MASCARENHAS	HIST	52	1285	2384	-	-	-
	CEPEL	52	1201	1850	0.130	0.212	0.84 (3)
	CESP	54	572	1504	0.372 (*)	0.211	16.38 (3)(*)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-3 Seqüências Positivas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p.(Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
FUNIL	HIST	59	241	400	-	-	-
	CEPEL	64	209	312	0.129	0.197	1.52 (3)
	CESP	81	177	348	0.242 (*)	0.193	1.37 (3)
SALTO DA DIVISA	HIST	57	864	1497	-	-	-
	CEPEL	55	777	1112	0.101	0.203	1.07 (3)
	CESP	57	553	1351	0.264 (*)	0.202	2.39 (3)
	HIST						
	CEPEL						
	CESP						
	HIST						
	CEPEL						
	CESP						

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-4 Seqüências Negativas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p.(Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
JACUI	HIST	54	437	600	-		-
	CEPEL	61	354	460	0.107	0.205	1.85 (3)
	CESP	86	287	398	0.179	0.200	11.80 (3)(*)
ITAPIRANGA	HIST	71	2678	3613	-	-	-
	CEPEL	77	2362	2696	0.113	0.180	6.78 (4)
	CESP	70	1932	3750	0.331 (*)	0.182	16.98 (4)(*)
CAPANEMA	HIST	73	2136	2467	-	-	-
	CEPEL	74	2128	2689	0.092	0.179	6.02 (4)
	CESP	57	1849	3867	0.247 (*)	0.184	10.71 (4)(*)
TAQUARUÇU	HIST	57	1620	2031	-	-	-
	CEPEL	66	1279	1776	0.121	0.199	2.26 (4)
	CESP	50	1869	3609	0.256 (*)	0.205	10.46 (4)(*)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-4 Seqüências Negativas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p.(Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
PROMISSÃO	HIST	53	815	1405	-	-	-
	CEPEL	61	753	989	0.160	0.207	1.42 (4)
	CESP	68	796	1296	0.070	0.205	4.82 (4)
FURNAS	HIST	54	1123	2224	-	-	-
	CEPEL	54	1204	1660	0.147	0.208	5.64 (4)
	CESP	65	997	1542	0.094	0.204	6.16 (4)
MARIMBONDO	HIST	55	2126	5017	-	-	-
	CEPEL	58	2186	2976	0.135	0.205	2.73 (4)
	CESP	63	1790	3153	0.132	0.203	10.85 (4)(*)
CACHOEIRA DOURADA	HIST	58	1799	2956	-	-	-
	CEPEL	56	1938	2431	0.162	0.201	3.89 (3)
	CESP	53	1692	2545	0.080	0.203	1.81 (3)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-4 Seqüências Negativas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
JUPIÁ	HIST	55	5675	11055	-	-	-
	CEPEL	55	6504	9332	0.152	0.206	9.86 (3) (*)
	CESP	49	6687	11252	0.121	0.209	9.62 (3) (*)
ILHA GRANDE	HIST	58	8311	11482	-	-	-
	CEPEL	59	8593	12970	0.081	0.200	0.34 (4)
	CESP	63	8527	14166	0.107	0.199	2.95 (4)
TRES MARIAS	HIST	53	1147	2126	-	-	-
	CEPEL	52	1307	1530	0.201	0.210	3.17 (3)
	CESP	71	921	1424	0.124	0.204	4.59 (3)
MASCARENHAS	HIST	53	1261	2204	-	-	-
	CEPEL	52	1389	2015	0.117	0.210	8.93 (4)
	CESP	55	1517	2541	0.142	0.209	8.70 (4)

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-4 Seqüências Negativas

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit	(6) χ^2 (G.L.)
FUNIL	HIST	59	241	363	-	-	-
	CEPEL	64	226	294	0.083	0.197	2.01 (4)
	CESP	81	177	289	0.134	0.193	6.77 (4)
SALTO DA DIVISA	HIST	58	850	1088	-	-	-
	CEPEL	55	956	1206	0.070	0.202	3.10 (3)
	CESP	57	666	1384	0.295 (*)	0.201	1.05 (3)
	HIST						
	CEPEL						
	CESP						
	HIST						
	CEPEL						
	CESP						

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-5 Deficits ($\beta = 0.80$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
JACUÍ	HIST	23	556	829	-	-
	CEPEL	23	468	514	0.157	0.319
	CESP	20	443	693	0.186	0.324
ITAPIRANGA	HIST	39	2099	3317	-	-
	CEPEL	37	2259	2557	0.199	0.246
	CESP	26	1879	3832	0.229	0.259
CAPANEMA	HIST	36	2005	2805	-	-
	CEPEL	34	1891	2747	0.096	0.256
	CESP	25	1429	3359	0.361 (*)	0.267
TAQUARAÇU	HIST	29	1305	1695	-	-
	CEPEL	35	1050	1391	0.199	0.278
	CESP	16	1894	3980	0.216	0.307

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-5 Deficits ($\beta = 0.80$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
PROMISSÃO	HIST	25	1062	1149	-	-
	CEPEL	29	894	852	0.156	0.301
	CESP	20	1237	1670	0.130	0.313
FURNAS	HIST	29	1698	1700	-	-
	CEPEL	29	1634	1161	0.207	0.284
	CESP	25	1669	1441	0.203	0.288
MARIMBONDO	HIST	28	3363	3592	-	-
	CEPEL	28	3194	2174	0.190	0.289
	CESP	29	3062	2542	0.102	0.288
CACHOEIRA DOURADA	HIST	28	3192	2376	-	-
	CEPEL	34	3135	1636	0.205	0.283
	CESP	32	2909	1681	0.083	0.285

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-5 Deficits ($\beta = 0.80$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
JUPIÁ	HIST	32	9019	6708	-	-
	CEPEL	32	9179	5331	0.132	0.270
	CESP	30	9587	5748	0.119	0.272
ILHA GRANDE	HIST	33	9695	8254	-	-
	CEPEL	35	8915	7223	0.091	0.264
	CESP	32	10241	8981	0.107	0.267
TRÊS MARIAS	HIST	23	2005	1814	-	-
	CEPEL	24	2248	1280	0.280	0.318
	CESP	25	2046	1443	0.192	0.316
MASCARENHAS	HIST	30	1440	1606	-	-
	CEPEL	30	1731	1371	0.244	0.279
	CESP	20	2140	1890	0.280	0.294

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-5 Deficits ($\beta = 0,80$)

U S I N A S		(1) N	(2) (Z)	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
FUNIL	HIST	34	341	278	-	-
	CEPEL	33	325	201	0.105	0.263
	CESP	33	305	244	0.157	0.263
SÁLTO DA DIVISA	HIST	24	1334	1014	-	-
	CEPEL	19	1625	1130	0.205	0.321
	CESP	23	1479	1182	0.240	0.314
	HIST					
	CEPEL					
	CESP					
	HIST					
	CEPEL					
	CESP					

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-6 Deficits ($\beta = 0.60$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) w_{crit}
JACUÍ	HIST	33	219	244		
	CEPEL	37	185	193	0.090	0.263
	CESP	51	131	159	0.220	0.256
ITPIRANGA	HIST	45	1221	1859	-	-
	CEPEL	50	968	993	0.126	0.225
	CESP	33	582	1122	0.314 (*)	0.236
CAPANEMA	HIST	48	744	946	-	-
	CEPEL	48	688	887	0.098	0.221
	CESP	26	496	1230	0.307 (*)	0.239
TAQUARAÇU	HIST	33	432	592	-	-
	CEPEL	42	361	457	0.197	0.260
	CESP	27	587	939	0.185	0.273

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-6 Deficits ($\beta = 0.60$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
PROMISSÃO	HIST	34	333	328	-	-
	CEPEL	40	264	231	0.155	0.258
	CESP	41	301	380	0.232	0.257
FURNAS	HIST	40	551	472	-	-
	CEPEL	38	536	383	0.153	0.243
	CESP	40	573	468	0.140	0.242
MARIMBONDO	HIST	38	988	842	-	-
	CEPEL	37	1005	654	0.155	0.248
	CESP	38	1076	858	0.111	0.248
CACHOEIRA DOURADA	HIST	39	1357	786	-	-
	CEPEL	39	1350	722	0.121	0.245
	CESP	39	1322	756	0.101	0.244

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-6 Deficits ($\beta = 0.60$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
JUPIÁ	HIST	39	2667	1969	-	-
	CEPEL	39	2632	1688	0.138	0.245
	CESP	39	3331	2326	0.236	0.244
ILHA GRANDE	HIST	34	2861	2170	-	-
	CEPEL	32	2848	2396	0.117	0.264
	CESP	38	3441	2995	0.198	0.259
TRÊS MARIAS	HIST	36	888	568	-	-
	CEPEL	37	925	469	0.163	0.254
	CESP	43	840	529	0.151	0.250
MASCARENHAS	HIST	38	496	545	-	-
	CEPEL	38	545	446	0.241	0.248
	CESP	39	726	510	0.336 (*)	0.247

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5-6 Deficits ($\beta = 0.60$)

U S I N A S		(1) N	(2) \bar{Z}	(3) d.p. (Z)	(4) Wmax	(5) Wcrit
FUNIL	HIST	42	96	75	-	-
	CEPEL	39	93	62	0.140	0.238
	CESP	44	84	79	0.129	0.235
SALTO DA DIVISA	HIST	39	608	399	-	-
	CEPEL	39	615	401	0.124	0.244
	CESP	38	663	355	0.184	0.245
	HIST					
	CEPEL					
	CESP					
	HIST					
	CEPEL					
	CESP					

(*) Rejeição a 5% de nível de significância

Tabela 5.7 Teste para número de elementos sincronizados

NÚMERO DE ELEMENTOS SINCRONIZADOS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA			FREQUÊNCIA RELATIVA		
	HIST	CEPEL	CESP	HIST	CEPEL	CESP
0	22	57	58	0.046	0.032	0.032
1	41	157	114	0.085	0.087	0.063
2	36	177	166	0.075	0.098	0.092
3	48	178	191	0.100	0.099	0.106
4	43	181	179	0.090	0.101	0.099
5	35	152	145	0.073	0.084	0.081
6	31	151	152	0.065	0.084	0.084
7	36	132	127	0.075	0.073	0.071
8	39	132	137	0.081	0.073	0.076
9	43	153	136	0.090	0.085	0.076
10	40	137	123	0.083	0.076	0.068
11	24	91	119	0.050	0.051	0.066
12	23	60	96	0.048	0.033	0.053
13 e 14	19	42	57	0.040	0.023	0.032

Tabela 6-1 Coeficientes de Correlação e Desvios Padrão Anuais Extraídos da Série Histórica e Calculados (Modelo CEPEL).

DADOS ANUAIS	CORRELAÇÃO		DESVIO PADRÃO	
	HISTÓRICO	ANALÍTICO	HISTÓRICO	ANALÍTICO
USINAS				
JACUÍ	0.306	0.066	78.8	83.7
ITAPIRANGA	0.097	0.034	563.0	734.6
CAPANEMA	0.064	0.032	454.0	529.7
TAOUARUÇU	0.151	0.069	290.0	280.1
PROMISSÃO	0.179	0.081	152.0	150.5
FURNAS	0.325	0.113	241.0	232.3
MARIMBONDO	0.331	0.134	426.0	433.8
CACHOEIRA DOURADA	0.265	0.047	403.0	401.4
JUPIÁ	0.293	0.100	1198.5	1216.2
ILHA GRANDE	0.258	0.102	1740.0	1666.7
TRÊS MARIAS	0.250	0.113	224.0	244.4
MASCARENHAS	0.257	0.142	276.0	256.3
FUNIL	0.312	0.111	50.7	45.5
SALTO DA DIVISA	0.205	0.094	193.0	188.0

R57010720

Tabela 6.2: - Variação da autocorrelação anual (δ)
com a autocorrelação mensal (ρ)

ρ	δ
0,99	0,92
0,90	0,47
0,80	0,25
0,70	0,14
0,60	0,09
0,50	0,06
0,30	0,03
0,10	0,01
0,01	0,0008