SELEÇÃO DE MÉTODOS PARA ESTIMAÇÃO DE VAZÕES COM TEMPOS DE RETORNO ELEVADOS

POR

J.M.Damázio[1], J.C.Moreira[3], J.P.da Costa[1] e J.Kelman[1,2]

RESUMO -- Apresenta-se uma metodologia para a seleção de método de determinação de vazões com tempo de retorno elevado baseada no estabelecimento de cenários que representem o processo de ocorrência de vazões extremas a partir de modelos matemáticos geradores de dados sintéticos. A metodologia é aplicada aos registros de vazões dos postos fluviométricos da bacia do Rio Doce com o objetivo de selecionar distribuições de probabilidades aplicáveis a séries de máximos anuais, tendo-se decidido utilizar como cenário oito distribuições Wakeby, uma para cada duração estudada (1, 2, 3, 5, 10, 15, 30 e 60 dias). Os resultados experimentais baseados nestas oito Wakeby's revelaram a conveniência de se adotar distribuições com apenas dois parâmetros e entre essas se destacaram em primeiro lugar a distribuição exponencial e a seguir a distribuição de Gumbel. Este resultado é analisado através de uma expressão analítica, válida assintoticamente, capaz de prever a eficiência relativa das estimativas obtidas a partir da distribuição de Gumbel em relação as obtidas a partir da distribuição exponencial. O estudo é então extendido tomando como base outras distribuições, além da Wakeby, tendo em vista a verificação da distribuição exponencial como a mais indicada.

INTRODUÇÃO

Em projetos de vertedores de grandes barragens, em geral é necessário o cálculo de vazões com tempo de retorno de 1000 a 10000 anos, existindo um grande número de métodos para a estimação destes valores a partir de registros de vazões extremas. A aplicação destes métodos exige inicialmente a escolha da série a estudar (série de máximos anuais ou série parcial). Escolhida a série, é preciso determinar uma distribuição de probabilidades e o procedimento de estimação dos seus parâmetros. Ocorre que os resultados obtidos pela aplicação de diferentes métodos a um mesmo conjunto de dados podem diferir significativamente ficando a decisão a cargo do projetista que pode simplesmente optar pelo maior valor, pelo valor médio, ou então adotar algum procedimento para selecionar um

[1]Pesquisador do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica-CEPEL.

[2]Professor Visitante da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ).

[3]Aluno de mestrado da COPPE/UFRJ, atualmente engenheiro da ENGEVIX S.A., Rio de Janeiro.

dos métodos. No entanto os procedimentos clássicos de seleção de modelos probabilísticos (exemplo: testes de Kolmogorov-Smirnov) neste caso não são conclusivos. Isto porque estes procedimentos apenas avaliam a capacidade dos modelos de reproduzirem as freqüências dos eventos registrados nos dados sem garantir o desempenho na estimação de eventos menos freqüentes.

Uma base objetiva para a seleção de um método de estimação de vazões com períodos de recorrência elevados pode ser estabelecida desde que se possa criar um cenário que represente o processo de ocorrência de vazões extremas a partir de um modelo matemático gerador de dados sintéticos. Dentro deste cenário os valores corretos para as vazões com tempos de retorno milenares seriam perfeitamente conhecidos e o desempenho de cada método poderia se medido pelo correspondente erro cometido na estimação destes valores. Evidentemente este cenário deve ser verossímil e incorporar peculiaridades específicas das áreas de interesse.

Uma possibilidade para a criação do cenário consiste simplesmente em produzir registros sintéticos de vazões extremas (séries de máximos anuais ou séries parciais) diretamente de uma distribuição de probabilidades. É necessário, portanto, encontrar uma distribuição capaz de produzir séries sintéticas com características semelhantes às séries registradas. Devido à sua grande versatilidade sugere-se (Houghton, 1978; Landwehr et al, 1980, Kuczera, 1982) o uso da distribuição de Wakeby definida por:

$$Q = m + a[1 - (1-U)^{b}] - c[1 - (1-U)^{-d}] \tag{1}$$

onde Q é a variável aleatória vazão extrema de distribuição Wakeby, U é a variável aleatória de distribuição uniforme no intervalo [0,1] e $\phi = (m, a, b, c, d)$ é o conjunto de parâmetros que especifica a distribuição Wakeby. Neste caso o valor de população com tempo de retorno T em anos é obtido quando se trata de vazões máximas anuais aplicando (1) diretamente:

$$q(T) = m + a(1 - (\frac{1}{T})^{b}) - c(1 - (\frac{1}{T})^{-d}) \tag{2a}$$

Quando se trata de séries parciais o valor de população é obtido por:

$$q(T) = m + a(1 - (\frac{1}{\lambda T})^{b}) - c(1 - (\frac{1}{\lambda T})^{-d}) \tag{2b}$$

onde se incluiu o número médio de picos por ano, λ. Muito embora esta abordagem seja conveniente para se avaliar a confiabilidade das extrapolações fornecidas pelo uso de uma dada distribuição de probabilidades, a comparação entre o uso de séries de máximos anuais com séries parciais fica dificultada pela exigência adicional de se definir simultâneamente conjuntos coerentes de parâmetros.

Esta situação pode ser contornada através do uso de um modelo único capaz de gerar hidrógrafas completas. De posse de um conjunto de hidrógrafas aplica-se os procedimentos usuais para a obtenção das séries parciais e de máximos anuais. Uma alternativa para a obtenção de um modelo único consiste no uso de modelos de simulação de bacias hidrográficas acoplados a geradores de precipitação e evaporação potencial, existindo modelos que permitem inclusive a geração de vazões concomitantes em diversos pontos. Estes modelos em geral exigem uma quantidade relativamente grande de informações que, quando em falta, dificultam a validação do modelo. Alternativamente pode-se usar modelos estocásticos de vazões diárias (Barbosa, 1981) que utilizam apenas as informações dos registros de vazões diárias, dispensando os dados climáticos/meteorológicos. A desvantagem evidente destes dois tipos de modelo é o custo operacional de se gerar toda a hidrógrafa (a intervalo pelo menos diário) para a obtenção das séries de extremos. Este problema é tão mais importante na medida que, em geral, não se conhece analiticamente a função que relaciona os parâmetros do modelo e as vazões milenares sendo necessário o uso de simulação para este cálculo.

Neste trabalho procura-se selecionar distribuições de probabilidades aplicáveis a séries de máximos anuais de oito durações (1, 2, 3, 5, 10, 15, 30 e 60 dias) para a estimativa de vazões extremas na bacia do rio Doce através da definição de oito Wakeby's, uma para cada duração. São ainda criados outros cenários, baseados na definição de outras distribuições, de forma a analisar a sensibilidade dos resultados. Moreira et al., 1983, investigam a potencialidade do uso de séries parciais na estimativa de vazões extremas na bacia do rio Doce.

O CONCEITO DE WAKEBY CENTRAL

Seja uma região constituída de m postos fluviométricos. Considera-se que as distribuições de vazões extremas em cada posto i nesta região é bem representada por uma distribuição Wakeby com parâmetros $\phi_i = (m_i, a_i, b_i, c_i, d_i)$ e que, portanto as vazões com tempos de retorno T são dadas, no caso de séries anuais, por:

$$q_i(T) = W(T, \phi_i) = m_i + a_i(1 - (\frac{1}{T})^{b_i}) - c_i(1 - (\frac{1}{T})^{-d_i}) \tag{3}$$

$$i = 1, \ldots, m$$

Dado um registro de vazões extremas no posto i a aplicação de um método de estimação específico resultará na estimativa $\hat{q}_i(T)$ que em geral difere do valor de população $q_i(T)$. Seja $L(q,\hat{q})$ a função - prejuízo que expressa as conseqüências de se adotar a estimativa $\hat{q}$ quando o valor de população é dado por q. Por exemplo, $L(q,\hat{q}) = |\hat{q}-q|$.

Em geral, existe para cada posto, definido pelos parâmetros ϕ_i, um método de estimação que minimiza o valor esperado de $L(q, \hat{q})$, método então denotado $M^*(T, \phi_i)$. O problema simplifica se considerarmos a região homogênea (ou quase homogênea). Neste caso, considera-se apenas uma Wakeby, chamada Wakeby Central, com parâmetros ϕ_c que bem aproxime as distribuições de probabilidades das vazões extremas de todos os postos, isto é $\phi_i = \phi_c \ \forall i$.

Reconhece-se, no entanto, a grande variabilidade dos valores centrais (médias ou medianas) das distribuições dos valores extremos usualmente encontrados nos registros de uma região. Esta variabilidade é principalmente devida as variações de área de drenagem. Recomenda-se portanto um procedimento similar ao "index flood method" (Dalrymple, 1960). Por este método assume-se a homogeneidade na região das distribuições das vazões extremas adimensionais (divididas por seus valores médios). Muito embora a homogeneidade das vazões adimensionais implique na homogeneidade, pouco plausível, de todos os coeficientes adimensionais (exemplo:coeficientes de variação, assimetria e curtose) espera-se que a variabilidade destes coeficientes possa ser suficientemente reduzida por uma escolha bem feita dos postos formadores da região. De qualquer forma o grau de não-homogeneidade das séries adimensionais históricas pode ser quantificado através de testes clássicos de ajustes sendo que neste trabalho usou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (ver por exemplo Bradley, 1968).

DEFINIÇÃO DA WAKEBY CENTRAL PARA A BACIA DO RIO DOCE

Damázio e Kelman (1982), reportam uma análise das séries de vazões máximas anuais de oito durações (1, 2, 3, 5, 10, 15, 30 e 60 dias) de postos fluviométricos da bacia do rio Doce. Naquele estudo selecionou-se 29 postos cujas séries podem ser consideradas regionalmente estacionárias. Neste item as séries destes 29 postos são utilizadas para se definir oito Wakebys Centrais, uma para cada duração, para servirem como base de escolha de métodos de estimação de vazões com tempos de retorno elevados na bacia do rio Doce. Trata-se portanto de se estimar a partir destas séries oito conjuntos de parâmetros $\phi_c = (m_c, a_c, b_c, d_c, e_c)$. Em seguida aplica-se o teste de Kolmogorov-Smirnov em cada série para se quantificar o grau de não-homogeneidade presente nos dados.

O método utilizado para a estimação dos parâmetros das Wakeby's centrais é o método proposto por Wallis (1980) que consiste em:

1 - Ordene os dados de cada posto no vetor $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x_1 < x_2 \leq \ldots \leq x_n$

2 - Calcule para cada posto as estimativas dos "probability weighted moments", (PWM), M_k, k= 0, 1, 2, 3, 4

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \, (1-F_i)^k \tag{4}$$

$$F_i = \frac{i-0.35}{n} \tag{5}$$

3 - Padronize os M_k de cada posto fazendo $M_k = M_k/M_0$. Notar que se os dados já foram divididos pela média esta etapa é dispensável.

4 - Obtenha os valores regionais de M_k calculado pela média dos M_k's de cada posto ponderados pelo número de observações das séries.

5 - Dados os valores regionais de M_k obtenha os parâmetros ϕ_c pelo algoritmo designado por Landwehr et al.(1979) como, "caminho [$\forall$m, m=0]".

6 - Os valores de população do cenário para cada posto na região é dado então por:

$$q_i(T) = \bar{x}_i \, W(T, \phi_c) \tag{6}$$

onde $\bar{x}_i$ é a média dos valores da série do posto i.

Na tabela 1 apresenta-se os valores dos parâmetros obtidos para as oito durações assim como os correspondentes coeficientes de variação, assimetria e curtose da distribuição Wakeby correspondente.

Na tabela 2 apresenta-se os números de postos de cada duração cujas séries adimensionais foram rejeitadas aos níveis de significância de 1%, 5% e 10% no teste Kolmogorov-Smirnov assumindo-se como hipótese nula a distribuição Wakeby Central. Pode-se verificar que não existe grau significativo de não-homogeneidade nos dados de vazões máximas adimensionadas para qualquer duração na bacia do rio Doce.

Para cada Wakeby da tabela 1 foram gerados 100000 valores para os estudos de seleção de distribuição de probabilidades apresentados a seguir.

SELEÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

De acordo com a abordagem aqui adotada, a distribuição de probabilidades recomendada para a estimação de vazões extremas na bacia do rio Doce a partir de séries de máximos anuais deve fornecer desempenhos, indicados pelos valores esperados de funções-prejuízos, favoráveis em relação aos mesmos desempenhos fornecidos por outras distribuições alternativas quando aplicadas às séries sintéticas de máximos geradas a partir das distribuições centrais da tabela 1. Foram selecionadas dez distribuições teóricas:normal(N), log-Normal com dois parâmetros (LN), log-Normal com três parâmetros (LN3), gama com dois parâmetros (GAM), gama com três parâmetros (P3), log-Pearson tipo III (LP3), Gumbel (GU), Gumbel generalizada (GEV), exponencial a dois parâmetros (EXP) e Wakeby (WAK). Para cada duração a amostra sintética correspondente de 100000 valores foi seguidamente dividida em sub-amostras de N= 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50 e 60 valores. As distribuições acima foram ajustadas a cada sub-amostra e usadas para estimar as vazões de tempo de retorno de 2, 10, 30, 50, 100, 500, 1000 e 10000 anos. Em geral, foi usado apenas o método dos momentos (excessão feita a exponencial onde usou-se também o método da máxima verossimilhança e da Wakeby onde usou-se o método dos probability weighted moments). Damazio et al.,1983, detalha as equações de estimação usadas.

Para cada tempo de retorno e tamanho de sub-amostra, as distribuições teóricas foram comparadas com base no erro médio absoluto estimado por:

$$EMA(T) = \frac{1}{ng} \Sigma \left| \frac{\hat{q}_i(T) - q(T)}{q(T)} \right| \qquad (7)$$

onde $\hat{q}_i(T)$ é a estimativa fornecida pela i-ésima sub-amostra, q(T) é o valor de população fornecida pela equação (2) e ng é o número de sub-amostras. Foi calculado também a precisão de estimativa de EMA(T) por

$$S = \left(\frac{1}{ng^2} \Sigma \left[\left| \frac{\hat{q}_i(T) - q(T)}{q(T)} \right| - EMA(T) \right]^2 \right)^{1/2} \qquad (8)$$

Foi calculado ainda o valor esperado de $\hat{q}_i(T)/q(T)$ por:

$$MED(T) = \frac{1}{ng} \Sigma \frac{\hat{q}_i(T)}{q(T)} \qquad (9)$$

e as estimativas das probabilidades de sub e superdimensionamento maior e menor que 10%, definidas por

$$P\left[\frac{\hat{q}_i(T)}{q(T)} \leq 0,9 \right], \; P\left[0,9 \leq \frac{\hat{q}_i(T)}{q(T)} \leq 1,0 \right],$$

$$P\left[1,0 < \frac{\hat{q}_i(T)}{q(T)} \leq 1,1 \right] \text{ e } P\left[1,1 < \frac{\hat{q}_i(T)}{q(T)} \right]$$

As tabelas 3 e 4 são exemplos típicos dos resultados encontrados. Verificou-se em geral quando se trata de estimar vazões com períodos de retorno da ordem de grandeza do registro, vários métodos se equivalem (ver tabela 3). Já para períodos de retorno maiores (ver tabela 4) existe uma maior definição para a escolha de uma distribuição. Chamaram atenção os baixos rendimentos apresentados pela distribuição log-Pearson tipo III.

Na tabela 5 lista-se as distribuições que se destacaram neste estudo em função do tamanho do registro e do período de retorno selecionado, sendo esta tabela correspondente a duração de um dia. O critério de escolha consistiu em minimizar o erro médio absoluto e quando da ocorrência de empate decidir pela minimização da probabilidade de sub-dimensionamento maior que 10%. Nesta tabela aparece ainda o erro médio absoluto correspondente a distribuição em destaque.

A análise de tabelas, semelhantes a tabela 5, para cada duração (Damazio et al., 1983) revelou a superioridade da distribuição exponencial quando se exige grandes extrapolações. Deve-se frisar que nos casos em que a distribuição exponencial não apareceu nas tabelas, os resultados foram próximos dos correspondentes à distribuição escolhida, geralmente se colocando como a segunda colocada. Deve-se ressaltar, no entanto, que este comportamento "robusto" é restrito apenas ao método dos momentos, sendo que o uso do método de máxima verossimilhança eventualmente conduziu a péssimos desempenhos.

Destacou-se também pela sua robustez a distribuição de Gumbel com erros em média 2% a 3% superiores aos erros fornecidos pela distribuição exponencial.

COMPARAÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES DE GUMBEL E EXPONENCIAL

A superioridade do uso de distribuições de dois parâmetros para a estimação de vazões extremas apresentada no item anterior é devida a pequena dependência que essas estimativas apresentam em relação as amostras. Ao se ajustar apenas dois parâmetros evita-se que as estimativas sejam influenciadas por características amostrais extremamente variáveis de amostra a amostra. Por exemplo no ajuste, pelo método dos momentos, de uma distribuição de três parâmetros é utilizado o coeficiente de assimetria amostral, que para amostras usuais (30 anos) é uma estatística com grande variância. A opção de usar uma distribuição de dois parâmetros substitui esta informação amostral imprecisa por hipóteses assumidas mais próximas da realidade. Assim o uso da distribuição de Gumbel implica em assumir para a assimetria o valor de $\gamma = 1,14$ e para a curtose $\lambda = 5,4$, enquanto que para a distribuição exponencial $\gamma = 2,00$ e $\lambda = 9,00$. As estimativas fornecidas por uma distribuição de dois parâmetros ajustados pelo método dos momentos podem ser expressas por:

$$\hat{x}(T) = \bar{x} + s.K(T) \qquad (10)$$

Nesta equação $\bar{x}$ e s são respectivamente a média e o desvio padrão das observações e K(T) é o fator de freqüência para o tempo de retorno T da distribuição sendo usada.

A variância das estimativas em (10) são dadas por Henriques(1981) como:

$$VAR[\hat{x}(T)] = \frac{\sigma^2}{n} (1 + K(T)\gamma + \frac{K^2(T)}{2}(\lambda - 1)) \qquad (11)$$

onde n é o número de observações, σ^2, γ, λ são respectivamente a variância, assimetria e curtose da população. O quadrado da tendência de $\hat{x}(T)$ é dada por:

$$\beta^2 = [K(T) - K_p(T)]^2 \sigma^2 \qquad (12)$$

onde $K_p(T)$ é fator de freqüência da população. Somando as equações (11) e (12) obtêm-se o erro médio quadrático de $\hat{x}(T)$ como:

$$EMQ = \frac{\sigma^2}{n} H(T, \gamma, \lambda) + \sigma^2 (K(T) - K_p(T))^2 \qquad (13)$$

onde $H(T, \gamma, \lambda)$ é a expressão entre parenteses da equação (11).

Conhecida a distribuição de população, a equação (13) pode ser usada para comparar os erros médios quadráticos das estimativas obtidas ao se aplicar o método dos momentos a diferentes distribuições de dois parâmetros. Para n suficientemente grande pode-se considerar apenas a contribuição das tendências. Neste caso a eficiência da distribuição de Gumbel quando comparado com a distribuição exponencial é dada por:

$$\lim_{n\to\infty} E_{EX|GU} = \frac{(K_{EX}(T) - K_P(T))^2}{(K_{GU}(T) - K_P(T))^2} \qquad (14)$$

onde

$$K_{EX}(T) = \ell n(T) - 1 \qquad (15)$$

$$K_{GU}(T) \cong 0{,}78\ \ell n(T) - 0{,}45 \qquad (16)$$

são os fatores de freqüência das distribuições exponencial e de Gumbel. Pode ser mostrado que $K_{EX}(T) > K_{GU}(T)$ e portanto que as estimativas obtidas com a distribuição exponencial através do método dos momentos são sempre mais conservativas que as estimativas obtidas com a distribuição de Gumbel através do método dos momentos.

Substituindo (15) e (16) na equação (14) mostra-se que o uso da distribuição exponencial fornece assintóticamente estimativas com menor erro médio quadrático para populações com:

$$K_P(T) > 0{,}89\ \ell n(T) - 0{,}725 \qquad (17)$$

A figura 1 compara esta fronteira assintótica com os fatores de freqüência das oito Wakeby's utilizadas anteriormente para representar a ocorrência de vazões máximas anuais na bacia do rio Doce. No item anterior se utilizou para comparar as estimativas fornecidas pelas diversas distribuições o erro médio absoluto, ao invés do erro médio quadrático. No entanto, como o erro médio absoluto é aproximadamente igual a raiz quadrada do erro médio quadrático, a estimativa de menor erro médio quadrático tenderá a ser também de menor erro médio absoluto e portanto a superioridade apresentada anteriormente pela distribuição exponencial confirma a equação (17) visto que os fatores de freqüência das oito Wakeby's utilizadas se situam na figura 1 na região acima da fronteira assintótica.

ESTUDOS ADICIONAIS

Foram considerados seis cenários para os estudos adicionais desta seção. A tabela 6 apresenta as principais características de cada cenário proposto. O cenário 1 utiliza uma das seis distribuições Wakeby considerada por Landwehr et al.(1980), representando um cenário de alta assimetria e curtose. Para o cenário 2 foi utilizada uma distribuição exponencial. Os cenários 3, 4 e 5 correspondem a diferentes alternativas de representação das séries de

máximos anuais diários da bacia do rio Doce, sendo que no cenário 3 utiliza-se a distribuição log-normal, no cenário 4 a distribuição de extremos generalizada e no cenário 5 a mesma distribuição de Wakeby usada anteriormente (tabela 1). Considerou-se para o sexto cenário uma distribuição de Gumbel. A figura 2 compara os fatores de freqüência de cada um desses 6 cenários com a fronteira assintótica da equação (17). Da análise desta figura pode-se prever clara vantagem para a distribuição exponencial nos cenários 1 e 2 e para a distribuição de Gumbel no cenário 6. Para os cenários 3, 4 e 5 prevê-se alguma vantagem para a distribuição exponencial para grandes tempos de retorno.

Da mesma forma que no estudo anterior, para cada cenário da tabela 6 foi gerada uma amostra de 100000 valores. A seguir esta amostra foi seguidamente dividida em sub-amostras de N= 5, 10,.., 60 valores. Para cada sub-amostra foram ajustadas 10 distribuições teóricas. Para cada tempo de retorno e tamanho de amostra as distribuições teóricas foram comparadas com base no erro médio absoluto, tendência e probabilidades de sub e superdimensionamento.

Verificou-se a superioridade do uso de distribuições de dois parâmetros e em particular das distribuições exponencial e de Gumbel. Confirmando as expectativas sugeridas pela figura 2, as estimativas de vazões com grande tempo de retorno fornecidas pela distribuição exponencial apresentaram os menores erros médios absolutos para os cenários 1, 2, 3, 4 e 5. No cenário 1 e 2 o método de máxima verossimilhança apresentou menores erros médios absolutos. Notou-se ainda que os resultados encontrados para o cenários 3, 4 e 5, alternativos para representar as vazões máximas anuais da bacia do rio Doce, não se diferenciaram significativamente.

A tabela 7 lista as distribuições que se destacaram neste estudo para os períodos de retorno de 1000 e 10000 anos e para os tamanhos de registro de 5, 15 e 30 anos.

CONCLUSÕES

O teste de Kolmogorov-Smirnov não rejeitou a hipótese de homogeneidade das séries adimensionais de vazões máximas anuais da bacia do rio Doce quanto à adequação do ajuste de distribuição Wakeby central. Com isto, as oito Wakeby's centrais ajustadas, uma para cada duração, puderam servir de base para a escolha de uma distribuição de probabilidades para o uso em séries de máximos anuais desta bacia.

Os resultados experimentais obtidos revelaram a conveniência de se adotar distribuições com apenas dois parâmetros e entre essas se destacaram em primeiro lugar a distribuição exponencial e a seguir a distribuição de Gumbel.

Os estudos adicionais apresentados neste artigo mostraram que se assimetria de população é próxima ou supera 2,00 (como parece o caso da população das vazões máximas anuais da bacia do rio Doce) as estimativas fornecidas pela distribuição exponencial com dois parâmetros apresentam erro médio absoluto menor do que o apresentado por estimativas fornecidas pela distribuição de Gumbel. Mesmo quando à assimetria de população é menor que 2,00 o uso da distribuição exponencial fornece estimativas mais conservativas e com menor probabilidade de sub-dimensionamento.

AGRADECIMENTO

Este artigo resulta das atividades de pesquisa do projeto CEPEL-7275 que recebe o apoio do Departamento de Estudos Energéticos da ELETROBRÁS.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, P.J., Modelagem Estocástica de Vazões Diárias. Tese de mestrado, COPPE/UFRJ, 1981.

BRADLEY, J.F., Distribution-free statistical tests, Prentice Hall, New Jersey, 1968.

DALRYMPLE, T., Flood frequency analysis, U.S. Geological Survey Water Supply - paper 1543-A, 1960.

DAMAZIO, J.M.; MOREIRA, J.C.; COSTA, J.P.; KELMAN, J., Seleção de método para estimação de vazões com tempos de retorno elevados, relatório técnico CEPEL nº 156/83, 1983.

DAMAZIO, J.M.; KELMAN, J., Análise não-paramétrica de vazões extremas - *bacia do rio Doce, relatório técnico CEPEL nº716/82*, 1982.

HENRIQUES, A.G., Análise da distribuição de freqüências de caudais instantâneos máximos anuais. Aplicação à previsão de caudais de cheias, LNEC, 1981.

HOUGHTON, J.C., Birth of a parent: The Wakeby distribution for modeling flood flows, Water Resources Research, 14(6), 1978.

KUCZERA, G., Robust flood frequency models, Water Reseources Reserarch, 18(2), 1982.

LANDWEHR, J.M.; MATALLAS, N.C.; WALLIS, J.R. Estimation of parameters and quantiles of wakeby distribution, 2, Unknown lower bounds, Water Resources Research, 15(6), 1979.

LANDWEHR, J.M.; MATALAS, N.C.; WALLIS, J.R. Quantile estimation with more or less floodlike distributions, Water Resources Research, 16(3), 1980.

MOREIRA, J.C.; DAMAZIO, J.M.; COSTA,J.P.; KELMAN, J., Estimação de vazões extremas: Séries parciais ou máximos anuais, V Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos-ABRH, Blumenau, 1983.

NERC, Flood studies report, Natural Environmental Research Council, London, 1975.

WALLIS, J.R., Risk and uncertainties in the evaluation of flood events for the design of hydrologic structures, Seminar on Extreme Hydrological Events: Floods and Droughts,Italy,1980.