

# SIMULAÇÃO HIDROLÓGICA DE DEFLÚVIOS DIÁRIOS\*

Jerson Kelman

## 1) Introdução:

O uso de modelos para a geração estocástica de séries anuais e / ou mensais é de uso já bastante comum em hidrologia. Um maior detalhamento do incremento temporal é frequentemente desnecessário. Entretanto, surgem por vezes, situações em que a discretização a intervalos mais curtos se torna conveniente. Embora flutuações das descargas dentro do mês têm usualmente pouca influência na determinação do volume útil de um reservatório, estas flutuações são cruciais na determinação do volume a ser alocado para controle de cheias. É necessário enfatizar que quanto menor o intervalo de tempo das séries a serem estudadas, tanto mais difícil será o desenvolvimento de um esquema de geração. É compreensível que séries temporais com intervalos longos de discretização, por exemplo deflúvios anuais, são "melhor comportadas" do que aquelas com intervalos curtos, por exemplo descargas diárias.

A princípio poderia-se pensar em modelar deflúvios diários através das mesmas técnicas empregadas na representação de séries mensais. Por exemplo, seguindo-se Yevjevich (1972), seja a sequência diária representada por :

$$(x_{i,j}) \quad i = 1,2,\dots,365; \quad j = 1,2,\dots,n$$

(n é o número de anos). Se  $m_i$  e  $s_i$ ,  $i=1,2,\dots,365$ , são respectivamente as médias e desvios padrões diários, a sequência padronizada  $(y_{i,j})$  será obtida ao se definir :

$$y_{i,j} = \frac{x_{i,j} - m_i}{s_i}$$

Esta série temporal pode ser admitida como uma realização de um processo estocástico fracamente estacionário. A dependência do processo é frequentemente bem representada por um esquema autorregressivo linear. Por simplicidade, admita-se que um modelo de

\*Seminário apresentado aos alunos da COPPE-UFRJ em novembro/76.

segunda ordem seja apropriada, ou seja :

$$y_{i,j} = \alpha_1 y_{i,j-1} + \alpha_2 y_{i,j-2} + \sqrt{1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2\rho} z_{i,j}$$

Onde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\rho$  são parâmetros e  $z_{i,j}$  é o componente aleatório, de média zero e variancia unitária. Quimpo (1967) aplicou este esquema em 17 rios e concluiu que de fato as "séries independentes" poderiam ser aceitas como aleatórias.

Tao (1973) utilizou os mesmos dados que Quimpo (1967) e tentou ajustar uma distribuição de probabilidade a série independente  $(z_{i,j})$ . O esforço foi, no entanto, frustrado devido ao abrupto pico e alta assimetria das distribuições empíricas.

Várias outras tentativas foram feitas para desenvolver modelos de deflúvios diários. Entretanto, todos padecem de sérias limitações. Na opinião deste autor, esta condição só pode mudar se os hidrólogos reconhecerem que a alta complexidade do processo tem origem na diversidade de fatores que são grupados sob a denominação de "vazão diária". A única esperança de aprimoramento consiste na definição de modelos estocásticos que levem em consideração conhecimentos físicos sobre as parcelas que compõem o escoamento fluvial. A seguir é apresentada uma primeira tentativa nesta direção.

## 2) O Modelo

De início precisa ficar claro que o modelo não pretende ser "universal". Na realidade a tendencia de se criar "modelos gerais", pode ter sido a razão do relativamente grande número de fracassos, na representação de vazões diárias. É difícil conceber que um esquema simples pudesse ser igualmente bem sucedido quando aplicado a rios alimentados por derretimento de neve e a rios drenantes de florestas tropicais, para se dar apenas um exemplo. O modelo a ser descrito aqui, refere-se a bacias em que o escoamento direto é importante na composição do escoamento total.

O exame de uma hidrografia típica (veja por exemplo a figura 1) revela que as derivadas positivas do processo devem ser encaradas diferentemente das derivadas negativas. Estas últimas, estão relacionadas ao processo de deplecionamento da bacia, ao passo que as primeiras estão relacionadas primordialmente com os eventos de precipitação. A descarga total pode ser assumida como uma soma de três parcelas:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) + q_3(t) \quad (1)$$

Conceitualmente estes componentes têm características físicas distintas, como por exemplo, escoamento subterrâneo e escoamento superficial. É de se esperar que estes componentes exibirão também, diferentes características estocásticas. A figura 2 dá uma ilustração de como a formação do deflúvio é concebida neste estudo.

$q_1(t)$  é a saída do Reservatório Nº 1, que representa o aquífero subterrâneo;  $q_2(t)$  é a saída do reservatório Nº 2, que representa o armazenamento conjunto de i) detenção superficial, ii) detenção nas margens, iii) detenção no canal; e  $q_3(t)$  é o escoamento direto, que é composto principalmente de escoamento superficial e de precipitação sobre o espelho d'água. Da mesma forma que precipitação, escoamento direto é um processo intermitente.

Idealmente  $q_3(t)$  depende principalmente de fatores externos à bacia; pode ser encarada como a resposta imediata da bacia aos influxos de precipitação. Portanto, é de se esperar que  $q_3(t)$  seja razoavelmente representado por um modelo de precipitação diária. O desenvolvido por Kelman (1976) é particularmente atraente para aplicação em  $q_3(t)$  devido as seguintes características:

- a) É fácil de se utilizar na geração de novas amostras.
- b) Pode ser estendido ao caso multivariado.

c) Assegura a manutenção da persistência nos dados gerados.

Uma representação esquemática deste modelo é dada na figura 3. Um exemplo do ajuste da distribuição marginal obtida a partir do modelo a dados de precipitação é mostrado na figura 4. Maiores detalhes podem ser encontrados na referência dada, onde processos de estimação dos parâmetros incluídos na figura 3, são minuciosamente descritos.

Há ainda um sério obstáculo a ser vencido como: estimar os parâmetros do processo  $q_3(t)$  se nenhuma realização do mesmo é disponível? O fato é que conhece-se apenas a série temporal da descarga total,  $q(t)$ . Não existe modo algum de partir  $q(t)$  exatamente em seus componentes  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$  e  $q_3(t)$ . Um critério, inevitavelmente arbitrário, é pois necessário. Seja definido:

$$q_3(t) = \max(0, q(t) - q(t-1)) \quad (2)$$

A equação (2) diz que o escoamento direto é zero, ou então igual ao incremento positivo da descarga total. Na realidade, se  $q_3(t) > 0$  pode-se esperar que os reservatórios serão parcialmente enchidos no dia  $t$ , e portanto, é razoável que :-

$$\begin{aligned} q_1(t+1) + q_2(t+1) &> q_1(t) + q_2(t) \\ \text{ou} & \\ (q_1(t+1) - q_1(t)) + (q_2(t+1) - q_2(t)) &> 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Equação 2 implica que a quantidade positiva acima seja igual a  $q_3(t)$ , ou seja :

$$q_3(t) = (q_1(t+1) - q_1(t)) + (q_2(t+1) - q_2(t))$$

para  $q_3(t) > 0$

Das equações (1) e (4) pode-se notar que sempre que  $q_3(t) > 0$

$$q_1(t) + q_2(t) = q(t-1) \quad (5)$$

Portanto qualquer ramo ascendente da hidrografa, por exemplo do dia  $t_i$  ao dia  $t_f$  pode ser obtido se o valor de  $q(t_i)$  é conhecido, bem como, a sucessão  $q_3(t_i), \dots, q_3(t_f)$ . Para se ter um ramo ascendente todos os valores da sucessão  $q_3(t_i), \dots, q_3(t_f)$  precisam ser positivos. O processo da geração é iniciado com a criação da série  $q_3(t)$ , que irá determinar os trechos de ascensão e de decréscimo da hidrografa.

Conforme anteriormente exposto, qualquer decréscimo na hidrografa total é o resultado do esvaziamento de dois reservatórios. Este processo ocorre apenas quando  $q_3(t)=0$ . Portanto, a recessão é independente das características do evento de precipitação que causou a subida da hidrografa. Apenas os estados dos reservatórios, bem como suas regras de operação, são relevantes para esta análise. A descrição dos reservatórios é portanto necessária. É assumido que ambos os reservatórios são lineares, significando que  $q_i(t)$ ,  $i=1,2$  é proporcional ao armazenamento  $S_i(t)$ . Neste caso as recessões serão representadas por:

$$q_i(t) = q_i(a) e^{-K_i(t-a)}, \quad i=1,2 \quad (6)$$

Onde  $a$  é o dia inicial da recessão.

Definindo-se  $W = \frac{q_1(a)}{q(a)}$  a recessão pode ser representada por:

$$q(t) = q(a) \left[ W e^{-K_1(t-a)} + (1-W) e^{-K_2(t-a)} \right] \quad (7)$$

$K_1$  e  $K_2$  são constantes, características dos reservatórios que precisam ser estimadas. Por outro lado,  $W$  representa como a manutenção da hidrografa é dividida entre os dois reservatórios, após a ocorrência de um evento de precipitação. Uma vez que os estados iniciais dos reservatórios devem variar de uma recessão para outra,  $W$  não pode ser assumido constante. A visualização de  $W$  como uma variável aleatória parece mais promissora.

É razoável estimar-se  $K_1$  e  $K_2$  de tal maneira, que as recessões

teóricas se ajustem o mais possível às recessões observadas. A técnica dos mínimos quadrados pode ser empregada. Uma vez que  $K_1$  e  $K_2$  são conhecidos, o próximo problema é como descrever esta variável aleatória. Uma amostra é obtida simultaneamente com  $K_1$  e  $K_2$ . Em princípio  $0 < w < 1$ .

Qualitativamente pode se esperar que  $E [W | q(a)]$  deve ser pequeno sempre que a descarga inicial for grande. De fato, vazões altas estão associadas com retenções nos locais em que o Reservatório Nº 2 é suposto representar. Conseqüentemente sua parcela na manutenção do escoamento deveria ser maior inicialmente do que o escoamento emergindo do Reservatório Nº 1. Este reservatório é caracterizado por uma alta capacidade de armazenamento, o que faz sua contribuição,  $q_1(t)$ , razoavelmente estável. Sempre que a descarga inicial é pequena é provável que a descarga total será sustentada quase que totalmente pelo Reservatório Nº 1. Isto é :

$$\lim_{q(a) \rightarrow 0} E [W | q(a)] = 1 \tag{8}$$

Uma representação matemática em harmonia com as considerações acima é dada por:

$$W = e^{-\Psi q(a)} + Z \tag{9}$$

Onde  $\Psi$  é um parâmetro da bacia e  $Z$  é uma variável aleatória, preferencialmente com distribuição de probabilidade normal.

3) Sugestões de Pesquisa

a) Como o escoamento direto  $q_3(t)$  representa supostamente a parcela do insumo para a bacia que não sofre processo algum de retardamento, pode-se inferir que os parâmetros do processo  $q_3(t)$  devem ser fortemente relacionados àqueles que definem a precipitação sobre a área. Um estudo conjunto de ambos os processos poderia resultar em avanços nos estudos de regionalização.

b) As constantes  $K_1$  e  $K_2$ , associadas com os reservatórios lineares, são estimadas presentemente por um algoritmo recursivo. Elas definem as regras de operação dos dois reservatórios. Como

estes representam conceitualmente a capacidade de retenção da bacia,  $K_1$  e  $K_2$  estão certamente relacionados às características fisiográficas da bacia. Um método de estimação que pudesse empregar esta informação adicional daria uma interessante contribuição ao campo da modelagem estocástica de eventos hidrológicos.

#### 4) Referencias

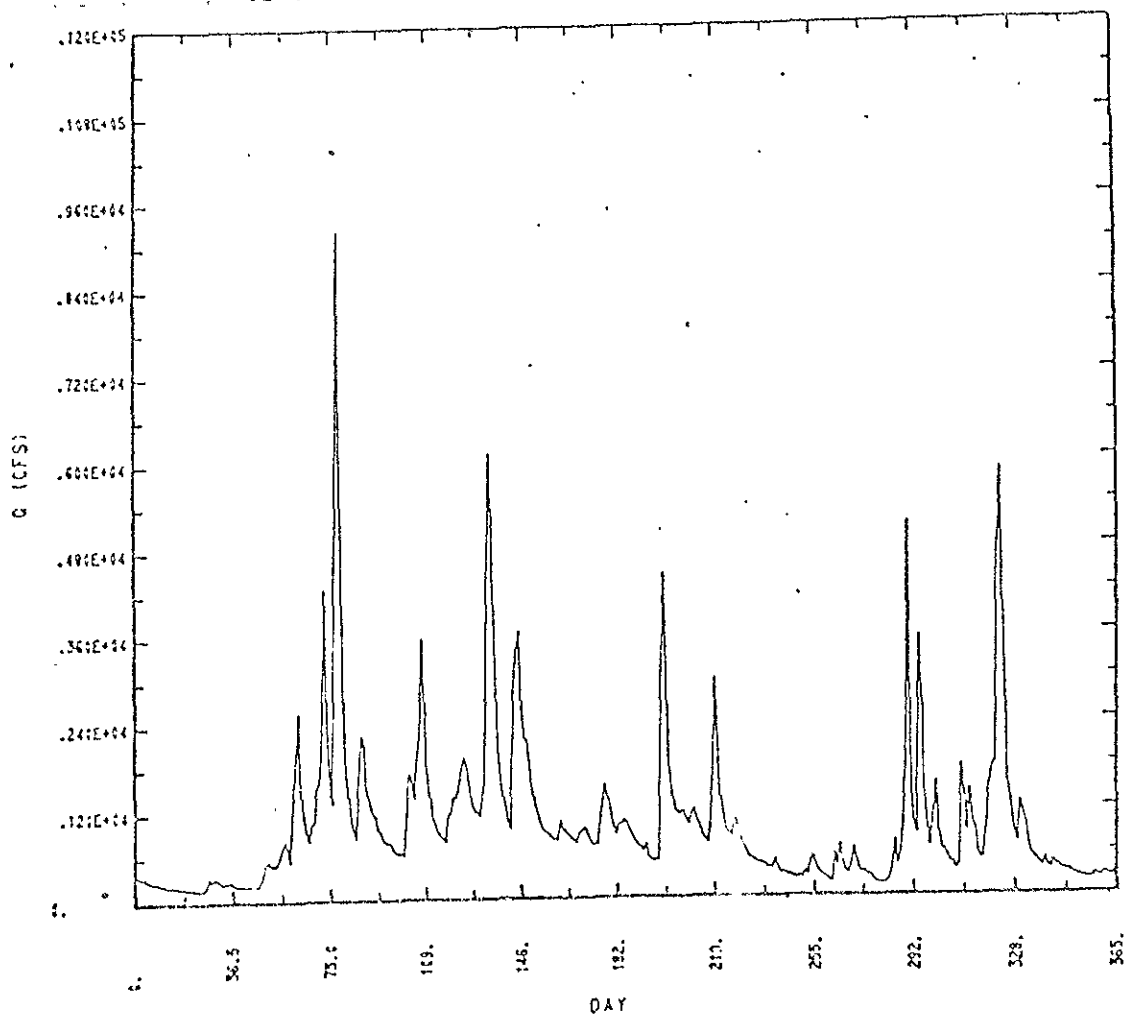
Kelman, J., "Stochastic Modeling of Intermittent Daily Hydrologic Series", Ph.D. dissertation, Colorado State University, 1976 .

Quimpo, R.G., "Stochastic Model of Daily River Flow Sequences", Hydrology Papers N918, Colorado State University, 1967.

Tao, P., "Distribution of Hydrologic Independent Stochastic Components", Hydrology Papers N982, Colorado State University , 1976.

Yevjevich, V., "Structural Analysis of Hydrologic Time Series", Hidrology Papers N956, Colorado State University, 1972.

FIGURA 1:  
HIDRÓGRAFA TÍPICA  
(DISCRETIZAÇÃO DIÁRIA)





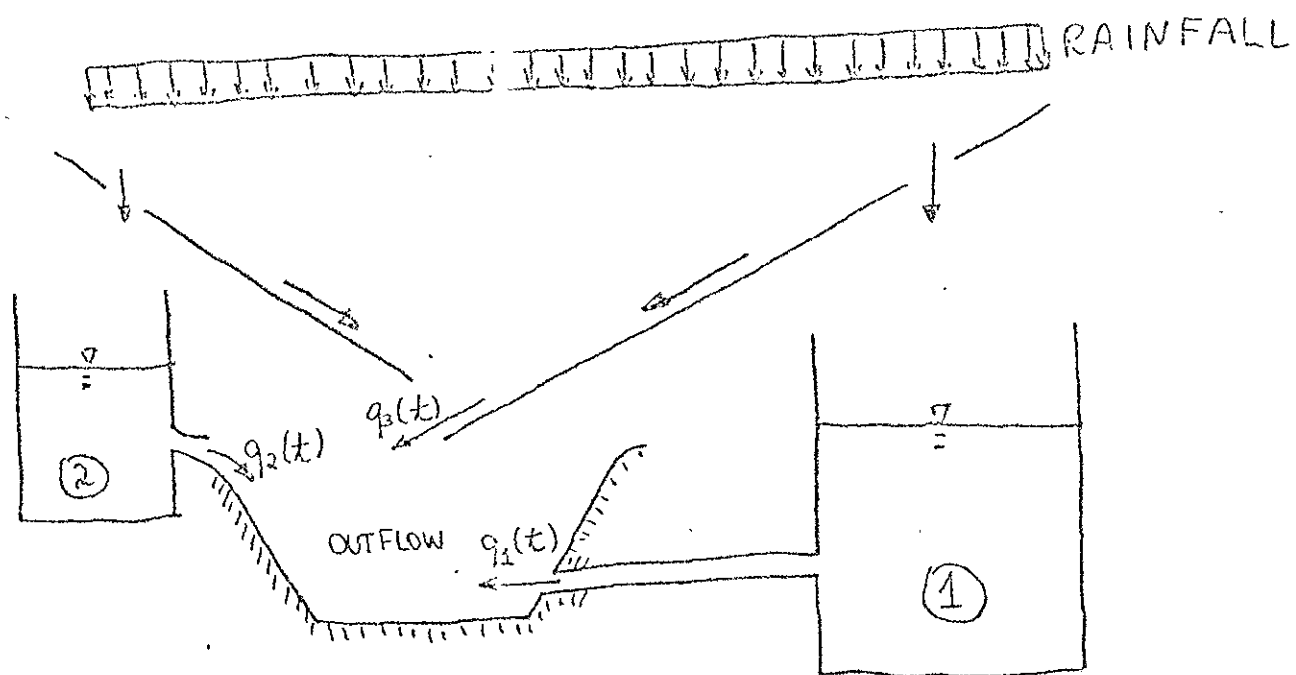
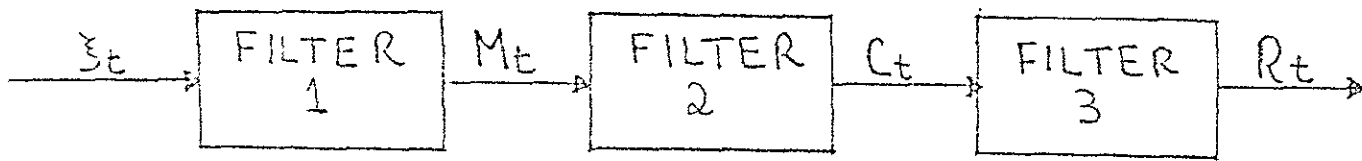


FIGURA 2 :

REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA  
FORMAÇÃO DE DEFLÚVIOS.



$\{\xi_t\}$  are i.i.d.  $\sim N(0,1)$ .

$$\{M_t: m_t = \mu + \rho(m_{t-1} - \mu) + \sigma \sqrt{1-\rho^2} \xi_t\}$$

$$\{C_t: c_t = m_t I_{(0,\infty)}(m_t)\}$$

$$\{R_t: r_t = c_t^{1/\alpha}\}$$

FIGURA 3

MODELO PARA O PROCESSO INTERMITENTE

FIGURA 4: EXEMPLO DO AJUSTE MARGINAL DE DISTRIBUIÇÃO TEÓRICA, OBTIDA ATRAVÉS DO MODELO INTERMITENTE A PARTIR DE PRECIPITAÇÃO

